

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН  
НАО КАРАГАНДИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Е.А. БУКЕТОВА

**Л.В. Чиркова, К.Т. Емаганбетов,**

**САМООРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРАХ**

*Монография*

Караганда  
2020

УДК 537.311.322:536.42  
ББК 22.33 я 73  
Ч-64

*Рекомендовано к печати Ученым Советом  
Карагандинского университета им. академика Е.А. Букетова  
Протокол №3 от 29.10.2020г.*

*Рецензенты:*

**А.З. Исагулов**, д-р техн. наук, профессор, НАО Карагандинский технический университет;  
**Т.С. Намазбаев**, д-р техн. наук, профессор, ОАО «Казчерметавтоматика»  
**Б.Р. Нусупбеков**, канд. техн. наук, профессор, НАО Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова

**Ч-64**                    **Чиркова Л.В., Ермаганбетов К.Т.**  
**Самоорганизация электронов в полупроводниках и полупроводниковых приборах: Монография.- Караганда, 2020.-**

**ISBN**

В монографии рассмотрены электрические неустойчивости в полупроводниках и механизмы их возникновения, явления переноса в полупроводниках, условия возникновения неустойчивостей в однородном полупроводниковом образце в случае слабого сигнала, самоорганизация электронов в полупроводниковых структурах и приборах.

Книга рассчитана на научных работников, студентов, магистрантов, докторантов, специализирующихся в области физики полупроводников, физической электроники, микроэлектроники.

**УДК 537.311.322:536.42**  
**ББК 22.33 я 73**

**ISBN**

© Чиркова Л.В.,  
Ермаганбетов К.Т., 2020

Buketov university

*Научное издание*

*Любовь Чиркова  
Канат Ермаганбетов*

**САМООРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРАХ**

*Монография*

## ВВЕДЕНИЕ

Среди быстро развивающихся научных направлений выделяется синергетика – наука о процессах самоорганизации в сложных системах. Интерес к синергетике и ее стремительное развитие обусловлено, во-первых, универсальным характером рассматриваемых ею явлений; во-вторых, глобальностью ее выводов. Например, вывод о саморазвитии открытых и неизбежной деградации закрытых систем стал частью мировоззрения.

Процессы структурной перестройки, самоорганизации, связаны с явлениями и закономерностями, находящимися в центре внимания других фундаментальных научных направлений – нелинейной механики, физики фазовых переходов, физики систем с самоподобной (фрактальной) геометрической структурой и т.д.

Основные этапы развития синергетики приведены в работах немецкого ученого Г. Хакена [1,2]. Развитие идей и подходов синергетики привели к появлению ряда специальных изданий, посвященных проявлениям общих закономерностей процессов самоорганизаций в результате временной и пространственной эволюции динамических систем, в конкретных областях естественных наук, в оптике [3], в биологии [4], в физике плазмы [5], в химических системах [6], в полупроводниках [7,8].

В книге В.Н. Бонч-Бруевича, И.П. Звягина, А.Г. Миронова «Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках» [7], рассмотрены современные представления о

доменной электрической неустойчивости, возникающей при определенных условиях в полупроводниках с горячими электронами. Здесь описываются механизмы возникновения электрических доменов и токовых шнуров, подробно излагаются основы теории доменов и шнуров.

В монографии Э. Шелля «Самоорганизация в полупроводниках. Неравновесные фазовые переходы в полупроводниках, обусловленные генерационно – рекомбинационными процессами» [8] проведено последовательное и достаточно полное изложение основных идей и методов науки о синергетике и их приложений к традиционным задачам физики полупроводников - физике фотоэлектрических явлений. Обсуждены различные нелинейные процессы в полупроводниках, порождающие разнообразные неустойчивости, бистабильности, генерации колебаний и волн, появление хаотических колебаний.

В последние годы появились публикации [9-12], посвященные самоорганизации электронов в электронных приборах. Самоорганизация электронов рассматривается в свете принципов механики и термодинамики, обсуждаются физические основы самоорганизации и эволюции материи.

Разнообразие нелинейных явлений и их сравнительная доступность для экспериментального изучения делают физику нелинейных явлений в полупроводниках весьма привлекательной модельной базой для более глубокого и детального изучения динамики сложных нелинейных процессов. Эти явления так же открывают большие возможности для разработки и создания приборов, основанных на новых принципах.

Таким образом, в настоящее время имеется значительное количество публикаций, посвященных синергетическим явлениям в полупроводниках и полупроводниковых структурах. Однако работы, посвященные исследованию элементов синергетики в физических процессах в полупроводниковых приборах, практически отсутствуют. Авторы надеются, что данные, представленные в монографии, помогут, хотя бы частично, восполнить этот пробел.

В работах [13-38] авторов приводятся результаты исследования динамики процессов самоорганизации с участием электронов в полупроводниковых приборах. Обсуждаются вопросы использования элементов синергетики в учебном процессе в ВУЗах при чтении лекций по техническим и естественно-научным дисциплинам.

Монография состоит из четырех глав. В первой главе описываются электрические неустойчивости в полупроводниках и их причины. Здесь же рассмотрена аналогия динамики эволюции неустойчивостей в полупроводниках с динамикой развития фазовых переходов в термодинамических системах, находящихся в состоянии теплового равновесия.

Вторая глава, посвящена изложению теоретических основ физических явлений, которые могут быть использованы для описания отрицательной дифференциальной проводимости в полупроводниках. Излагаются различные способы описания явлений переноса носителей заряда в полупроводниках. Подробно рассматриваются методы решения уравнения Больцмана - классического уравнения переноса.

В третьей главе показана важность исследования электрических неустойчивостей в однородных полупроводниках, открывающих принципиально новый способ преобразования электромагнитной энергии. Установлено, что для определения возможности использования однородных полупроводников с нелинейной вольт - амперной характеристикой в качестве элемента электрической цепи, способного преобразовать электромагнитную энергию, необходимо исследование их импеданса. Описываются методы исследования импеданса однородных полупроводников.

Четвертая глава содержит результаты исследования процессов самоорганизации электронов в некоторых полупроводниковых приборах, полученные авторами монографии. Здесь же приводятся данные о возможности введения в учебный процесс элементов синергетики при изучении студентами естественно-научных и технических дисциплин.

Монография подготовлена авторами в творческом научном сотрудничестве.

## Глава 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И МЕХАНИЗМЫ ЕЁ ВОЗНИКНОВЕНИЯ

Полупроводниковый кристалл является сложной динамической системой, где наблюдаются электрические неустойчивости типа срыва тока, образования шнуров, спонтанные колебания токов и напряжений. Неустойчивости могут возникать под действием либо сильных электрических полей, либо светового потока, либо инъекции неосновных носителей заряда, выводящих систему из термодинамического равновесия.

Неустойчивости в полупроводниках и диэлектриках обнаружены достаточно давно, например, в связи с изучением диэлектрического пробоя в твердых телах [7, 8]. В последнее время неустойчивости, возникающие в твердых телах, стали отождествлять с фазовыми переходами в неравновесной термодинамической системе. Так, авторы [39] указывают на аналогию между неустойчивостью, связанной с перегревом электронного газа, и неравновесным фазовым переходом.

На возможность возникновения в полупроводниках фазовых переходов, обусловленных генерационно – рекомбинационными процессами, указывали Ландсберг и Пимпейл [8]. Исследования, неустойчивостей в физических и нефизических неравновесных системах создали предпосылки для возникновения новой междисциплинарной области науки, для которой немецкий физик Хакен предложил название «синергетика» [1, 2].

Основной причиной бурного развития исследований синергетических явлений в полупроводниках явилось то обстоя-

ятельство, что физика полупроводников тесно соприкасается с областью неравновесной термодинамики. Неравновесная термодинамика исследует открытые макроскопические системы, которые под действием внешних потоков энергии и сил выведены из состояния равновесия. В таких системах вследствие наличия нелинейностей возможно образование неустойчивостей, что создает предпосылки для самопроизвольного перехода систем в состояние с высокоупорядоченными пространственными или временными структурами. Эти структуры диссипативны, так как они могут существовать только при непрерывном притоке или диссипации энергии.

Физика полупроводников лежит в основе функционирования большинства полупроводниковых приборов, начиная от сверхбольших интегральных схем, микропроцессоров, усилителей, генераторов до полупроводниковых лазеров, фотоприемников и других компонентов оптоэлектроники. Перечисленные полупроводниковые приборы в основном работают в режиме управляемых электрических неустойчивостей.

Исследование электрических неустойчивостей в полупроводниковых структурах и приборах имеет особое значение еще по ряду причин.

Оно позволяет предложить принципиально новый способ преобразования электромагнитной энергии с помощью полупроводников, не содержащих ни электронно-дырочных переходов, ни других искусственно созданных неоднородностей. Например, полупроводниковые образцы, содержащие электрические домены, обладают нелинейной вольт - амперной характеристикой, что делает их привлекательными с точки зрения использования для создания приборов и устройств.

Электрические неустойчивости в полупроводниках могут быть обусловлены некоторыми особенностями свойств твердых тел: особенностями энергетического спектра носителей заряда, особым характером их взаимодействия с дефектами кристаллической решетки, специфическими зако-

номерностями обмена энергией между различными степенями свободы твердого тела.

Результаты, полученные в ходе исследования электрических неустойчивостей в полупроводниках, вовсе не ограничиваются физикой полупроводников, а имеют общезначимый характер, в том числе и для развития теории твердого тела в целом.

### **1.1. Возникновение электрических неустойчивостей – доменов – в полупроводниках**

Электрические неустойчивости в виде электрического домена, т.е. области сильного электрического поля, возникают в однородной среде (например, однородном полупроводнике) при значительном отклонении от термодинамического равновесия. Это сопровождается изменением распределения электрического поля в среде. При этом свойства доменов будут сильно отличаться от свойств остальной части образца.

Электрические домены бывают подвижными и неподвижными. Неподвижные домены образуются вблизи контактов и неоднородностей. Направление движения доменов совпадает с направлением переноса носителей заряда в образце. Обычно скорость доменов в ходе движения не меняется. Из-за исчезновения доменов на одних контактах и возникновения новых доменов вблизи других контактов в электрической цепи возникают колебания тока. Поскольку времена возникновения и исчезновения доменов малы по сравнению со временем прохождения доменов (временем пролета) через образец, то период колебания определяется отношением длины образца (расстоянием между внешними контактами образца) к средней скорости движения домена.

В некоторых полупроводниковых структурах возможно также появление токовых шнуров. Они представляют собой вытянутую вдоль направления тока область, внутри которой

плотность тока намного больше, чем в остальной области образца.

В условиях, близких к состоянию термодинамического равновесия, распределение напряженности электрического поля в макроскопическом однородном образце является однородным. При достаточно сильном отклонении от равновесия однородное распределение поля может стать неустойчивым. В результате система становится неоднородной. С этим состоянием связано появление доменной неустойчивости.

## 1.2. Вольт-амперная характеристика полупроводника, выведенного из термодинамического равновесия

Для исследования распределения электрического поля и зарядов в полупроводниках, выведенных из состояния термодинамического равновесия, как правило, используют вольт - амперную характеристику. Как известно, в нелинейной среде плотность тока  $\mathbf{j}$  и напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$  связаны тензорной дифференциальной проводимостью  $\sigma_{\alpha\beta}$ .

В пространственно однородной среде тензорная дифференциальная проводимость определяется следующим соотношением:

$$\sigma_{\alpha\beta} = dj_{\alpha}/dE_{\beta} \quad (1.1)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  принимают значения  $x, y, z$ .

Из соотношения (1.1) следует, что между векторами  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  имеется алгебраическая связь. Это ограничивает применимость данного соотношения для решения задачи в пространственно однородной среде. В случае действия слабого переменного поля, если интерес представляет только линейный отклик среды, для соответствующих Фурье-компонент флук-

туаций плотности тока и напряженности электрического поля справедливо следующее соотношение:

$$\delta j_{\alpha}(\omega) = \sigma_{\alpha\beta}(\omega)\delta E_{\beta}(\omega). \quad (1.2)$$

В пространственно неоднородной системе (например, когда напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$  зависит от координат) соотношения (1.1) и (1.2) теряют смысл, так как связь между векторами  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  становится нелокальной.

Если система однородная, то для одномерного случая векторы  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  коллинеарны. Тогда равенство (1.1) можно переписать в скалярной форме

$$\sigma = dj/dE. \quad (1.3)$$

Особое значение имеет полупроводниковая система, где дифференциальная проводимость в определенной области значений напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  меняет знак и становится отрицательной. При смене знака дифференциальной проводимости возникает колебание тока в электрической цепи и происходит трансформация части энергии, получаемой от внешнего источника, в энергию электромагнитных волн.

Согласно выводам макроскопической электродинамики [10] линейный коэффициент поглощения  $\alpha$  определяется выражением

$$\alpha = \omega\chi/c = (\sigma/|\sigma|)\{-\varepsilon/2 + [\varepsilon/2 + (\varepsilon^2/4 + (2\sigma/\omega)^2)]^{1/2}\}, \quad (1.4)$$

где  $\chi$  – коэффициент поглощения, зависящий от частоты  $\omega$ .

Из равенства (1.4) следует, что при  $\sigma < 0$  коэффициент поглощения принимает отрицательное значение. Это означает, что электромагнитная волна, распространяющаяся по среде с *отрицательной дифференциальной проводимостью*, не затухает, а усиливается. Среда преобразует часть энергии источника в энергию электромагнитной волны.

Изменение знака дифференциальной проводимости в пространственно однородной среде может привести к изменению состояния системы – к образованию электрических доменов. Затем возникают колебания тока за счет движения доменов.

Типичные примеры возникновения отрицательной проводимости приведены на рисунке 1.1,а, б.

Вольт-амперная характеристика, приведенная на рисунке 1.1,а, показывает, что в интервале значений тока  $j_v < j < j_p$  напряженность  $E$  является многозначной функцией плотности тока  $j$ . В указанном интервале при заданном значении тока система может находиться в одном из пространственно однородных состояний. В двух из них (при  $E = E_1$  и  $E = E_2$ ) дифференциальная проводимость положительна, в третьем - принимает отрицательное значение. Дифференциальная проводимость в точках  $(j = j_p, E = E_p)$  и  $(j = j_v, E = E_v)$ , пройдя через нулевое значение, меняет знак, т.е. система в этих точках является неустойчивой. Вольт – амперную характеристику такого типа называют *N*-образной.

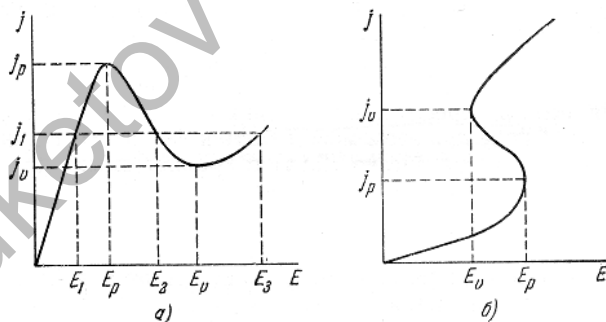


Рисунок 1.1. а) *N* – образная и б) *S* – образная вольт – амперные характеристики

На рисунке 1.1,б представлена вольт – амперная характеристика другого типа, называемая *S*-образной. В этом случае плотность тока  $j$  является неоднозначной функцией напряженности электрического поля  $E$ . В интервале значе-

ний напряженности электрического поля ( $E_v, E_p$ ) одному значению плотности тока  $j$  соответствует три значения напряженности поля. Дифференциальная проводимость в точках ( $j = j_v, E = E_v$ ) и ( $j = j_p, E = E_p$ ), обращаясь в бесконечность, меняет знак.

В изотропной, пространственно однородной среде зависимость плотности тока  $\mathbf{j}$  от напряженности электрического поля определяется соотношением

$$\mathbf{j} = qn\mu\mathbf{E}, \quad (1.5)$$

где  $q$ ,  $n$  и  $\mu$  - соответственно, заряд, концентрация и подвижность носителей заряда. Отметим, что и концентрация, и подвижность носителей заряда зависят от напряженности электрического поля.

Из соотношений (1.3) и (1.5) легко получить, что

$$\sigma = dj/dE = qn\mu[1 + d\ln\mu/d\ln E + d\ln n/d\ln E]. \quad (1.6)$$

Из последнего равенства следует, что, если концентрация и подвижность носителей заряда по отдельности или одновременно резко уменьшаются с напряженностью поля  $\mathbf{E}$ , то удельная электропроводность принимает отрицательное значение. В связи с этим говорят о дрейфовой  $\mu = \mu(e)$  или концентрационной  $n = n(E)$  нелинейностях.

Следовательно, отрицательная дифференциальная проводимость (ОДП) связана с неустойчивостью однородного стационарного состояния по отношению к пространственным флуктуациям электрического поля и концентрации носителей заряда. Неустойчивость приводит к пространственно неоднородным распределениям тока или поля.

### 1.3. Физические механизмы возникновения отрицательной дифференциальной проводимости

Отрицательная дифференциальная проводимость в полупроводниковых образцах с электронно-дырочными переходами может быть обусловлена явлениями, происходящими как в  $p-n$  – переходе, так и в объеме полупроводника. Например, в туннельном диоде и  $p-n-p-n$  – диоде возникновение ОДП связано с явлениями в  $p-n$  – переходе.

Основные механизмы, приводящие к отрицательной дифференциальной проводимости имеют место во многих полупроводниковых приборах: ОДП  $N$ -типа в туннельных диодах [41-44], в диоде Ганна [43-48], в лавинно-пролетных диодах [49], в многослойных приборах типа тиристоры [42, 43, 50], в  $p-n-p-n$  и  $p-i-n$  – диодах [42, 43, 50].

#### *Отрицательная дифференциальная проводимость, обусловленная физическими процессами в $p-n$ – переходе*

В туннельном диоде  $n$ - и  $p$ -полупроводники вырождены. Поэтому у туннельного диода ширина электронно-дырочного перехода очень мала. Функционирование туннельного диода основано на квантовом эффекте туннелирования электронов сквозь потенциальный барьер  $p-n$  – перехода. В состоянии теплового равновесия уровень Ферми  $\mathcal{E}_{F_n}$  полупроводника  $n$ -типа расположен внутри зоны проводимости, а уровень Ферми  $\mathcal{E}_{F_p}$  полупроводника  $p$ -типа – внутри валентной зоны. Следовательно, дно зоны проводимости  $\mathcal{E}_c$   $n$  - полупроводника заполнено электронами, а потолок валентной зоны  $\mathcal{E}_v$   $p$  - полупроводника заполнен дырками (рисунок 1.2,*а*).

Если приложить к диоду внешнее смещение  $V$  в прямом направлении, уровень Ферми  $\mathcal{E}_n$  сместится вверх по шкале энергии относительно  $\mathcal{E}_p$  на величину  $qV$  (рисунок 1.2,*б*). В результате электроны, находящиеся ниже уровня  $\mathcal{E}_{F_n}$  в  $n$  - области, оказываются напротив незаполненных состояний  $p$  -

области, находящихся выше уровня  $\mathcal{E}_{F_p}$ . Это приводит к туннелированию электронов из  $n$  – области в  $p$  – область.

С увеличением величины внешнего смещения  $V$  все больше заполненных энергетических уровней оказывается напротив незаполненных, что приводит к росту туннельного тока.

При дальнейшем смещении уровня  $\mathcal{E}_{F_n}$  относительно  $\mathcal{E}_{F_p}$  в определенный момент зоны начинают расходиться, что приводит к уменьшению числа заполненных электронами состояний, расположенных напротив незаполненных состояний (рисунок 1.2,б). В результате с ростом внешнего смещения туннельный ток начинает уменьшаться, т.е. возникает отрицательная дифференциальная проводимость.

При дальнейшем увеличении прямого смещения туннельный ток исчезает, и с уменьшением потенциального барьера  $p$ - $n$ -перехода возникает обычный диффузионный ток через барьер диода (рисунок 1.2,г).

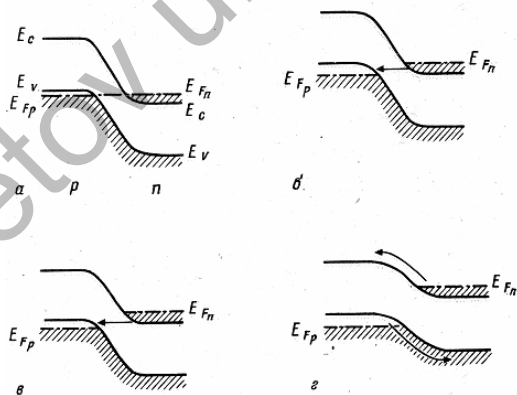


Рисунок 1.2. Зонная диаграмма туннельного диода:  
 а – состояние теплового равновесия (нулевое смещение);  
 б – туннелирование электронов из  $n$  - в  $p$  – область при небольшом прямом смещении; в – возникновение отрицательной дифференциальной проводимости; г – возникновение диффузионного тока

ОДП возникает и в многослойной структуре типа  $p-n-p-n$  – диодном тиристоре (рисунок 1.3,а). Правую  $p$ -область структуры называют анодом, левую  $n$ -область – катодом. Левый и правый  $p-n$  – переходы называют эмиттерными переходами, центральный переход – коллекторным переходом. Такие структуры используются в качестве тиристора – управляемого полупроводникового выпрямителя, переключателя мощности или регулятора света: она эффективно блокирует ток через два электрода до тех пор, пока на третий электрод не будет подан небольшой управляющий сигнал.

Функционирует эта четырехслойная структура следующим образом. Пусть  $p$ -область левого эмиттерного перехода соединена с положительным, а  $n$ -область правого перехода – с отрицательным полюсами источника энергии, т.е.  $p-n-p-n$  – диод как целое включен в прямом направлении (рисунок 1.3, а). Тогда эмиттерные переходы будут открыты, а центральный – коллекторный – переход закрыт.

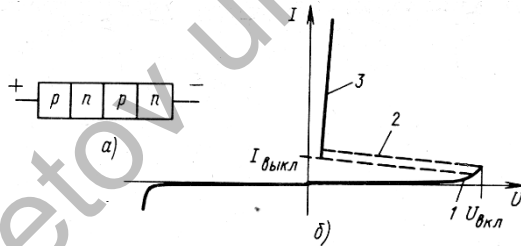


Рисунок 1.3. Структура (а) и вольт - амперная характеристика (б) диодного тиристора

Ток в цепи будет равен обратному току коллекторного  $p-n$  – перехода (участок 1 на рисунке 1.3,б). В этом случае говорят, что тиристор выключен.

При увеличении напряжения до некоторого значения  $U_{вкл}$  начинает действовать положительная обратная связь в структуре. Дырки, инжектированные левым эмиттером в  $n$  – базу, подходя к коллекторному  $p-n$  – переходу, переносятся его полем (полем области пространственного заряда) в  $p$ -базу и своим зарядом вызывают дополнительную инжекцию

электронов из правого эмиттера в  $p$ -базу (т.е. «приоткрывают» правый эмиттерный  $p$ - $n$  – переход). Эти электроны, в свою очередь, проходя через  $p$ -базу и коллекторный  $p$ - $n$  – переход в  $n$ -базу, вызывают увеличение инжекции дырок со стороны левого эмиттерного перехода (т.е. «приоткрывают» левый эмиттерный  $p$ - $n$  – переход). Происходит быстрое возрастание тока через тиристор, сопровождающееся сильной инжекцией неосновных носителей заряда через оба эмиттерных перехода. Коллекторный  $p$ - $n$  – переход входит в режим насыщения (открывается), падение напряжения на тиристоре становится малым, близким к напряжению на открытом  $p$ - $n$  – переходе, тиристор включается.

Вольт- амперная характеристика тиристора (рисунок 1.3,б) имеет три участка: 1 - с большим сопротивлением, когда прибор закрыт; 2 - с отрицательным сопротивлением, когда прибор открыт; 3 - с малым сопротивлением, когда прибор открыт и ток через него практически определяется внешней цепью. Переход из открытого состояния в закрытое происходит при снижении (внешней цепью) тока через прибор до значения  $I_{\text{выкл}}$ .

### ***Отрицательная дифференциальная проводимость, обусловленная объемными свойствами полупроводника***

ОДП, определяемая свойствами объема, вызывается, в основном, четырьмя механизмами, приводящими к различным неустойчивостям: *нелинейностью подвижности носителей заряда* (дрейфовая неустойчивость), *нелинейностью концентрации носителей заряда* (генерационно-рекомбинационная неустойчивость), *нелинейностью температуры электронов* (перегревная неустойчивость), *нелинейностью температуры решетки* (электротепловая неустойчивость).

### ***Дрейфовая неустойчивость***

В качестве примеров дрейфовой неустойчивости можно привести неустойчивости, лежащие в основе функционирования диода Ганна – эффект Ганна [43-48]. Здесь основным

механизмом возникновения ОДП является междолинный переход электронов из состояния с высокой подвижностью носителей заряда в состояние с низкой подвижностью под действием сильного электрического поля ( $E > 3$  кВ/см).

Эффект Ганна был впервые обнаружен в 1963 г. американским физиком Дж.Б. Ганном в образцах арсенида галлия  $GaAs$  и антимонида индия  $InP$ . Позже эффект Ганна был обнаружен и в других полупроводниках, например, в соединениях  $A^{III}B^V$ :  $InP$ ,  $CdTe$ ,  $ZnSe$ ,  $GaAsP$ ,  $InAs$ ,  $InSb$ ,  $Ga_xIn_{1-x}$ .

Схема зонной структуры  $GaAs$  схематически изображена на рисунке 1.4. Подобную структуру имеют и другие соединения типа  $A^{III}B^V$ .

Резкое изменение подвижности носителей заряда, приводящее к возникновению ОДП (дрейфовая неустойчивость), может быть обусловлено особенностями энергетического спектра носителей заряда [45-52]. Например, к отрицательной дифференциальной проводимости может привести переход части носителей заряда под действием электрического поля в область энергетического спектра, где их подвижность намного меньше, чем в окрестности нижнего минимума спектра. Возможность возникновения отрицательной дифференциальной проводимости в полупроводниках с энергетическим спектром подобным спектру  $GaAs$  показана в работе [45, 46].

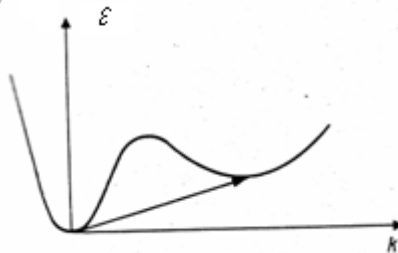


Рисунок 1.4. Схема зонной структуры зоны проводимости  $GaAs$ . В центральной долине (при  $k = 0$ ) эффективная масса ( $m^* \approx 0,07m_0$ ), а в боковой долине ( $m^* \approx 1,2m_0$ ). Здесь  $\epsilon$  – энергия,  $k$  – волновой вектор.

В слабом электрическом поле почти все электроны находятся в основном минимуме энергетического спектра, где их эффективная масса мала. Поэтому эффективная подвижность носителей заряда достаточно велика. С ростом внешнего поля  $E$  электроны приобретают энергию, достаточную для перехода в боковую долину с более высокой энергией в минимуме, но с большей эффективной массой, и, следовательно, с более низкой подвижностью.

С ростом числа электронов в верхней долине их средняя подвижность уменьшается, что приводит к уменьшению плотности тока  $j$  с увеличением поля. Это вызывает появление отрицательной дифференциальной подвижности.

Когда большинство электронов окажется в боковой выше лежащей долине спектра, плотность тока  $j$  снова начнет возрастать с полем. Таким образом, возникает вольт - амперная характеристика  $N$ -типа.

Объяснение становится более понятным, если подвижности носителей заряда в нижнем и верхнем минимумах энергетического спектра обозначить, как  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , а концентрации электронов - соответственно через  $n_1$  и  $n_2$ . Тогда выражение плотности тока можно записать в следующем виде

$$j = qn_1\mu_1E + qn_2\mu_2E. \quad (1.7)$$

Это же соотношение можно представить, как:

$$j = qn\mu(E)E,$$

где  $n = n_1 + n_2$  - полная концентрация электронов в зоне,  $\mu(E)$  - эффективная подвижность носителей заряда, определяемая выражением

$$\mu(E) = \{n_1(E)\mu_1(E) + n_2(E)\mu_2(E)\}/n. \quad (1.8)$$

Так как между подвижностями электронов в нижнем и верхнем минимумах имеет место соотношение  $\mu_1 \gg \mu_2$ , а их зависимость от электрического поля слаба, то уменьшение

населенности нижнего минимума спектра приводит к резкому уменьшению эффективной подвижности с электрическим полем (рисунок 1.5).

Анализ рассматриваемой системы с двумя энергетическими минимумами методом эффективной массы позволяет достаточно хорошо обсудить экспериментальные результаты, если характерные времена переходов между минимумами малы по сравнению со временами изменения напряженности поля и других параметров системы.

Неустойчивость в диоде Ганна возникает для тока, параллельного внешнему электрическому полю. Если выше-расположенные боковые эквивалентные энергетические долины анизотропны, то неустойчивости могут быть обусловлены недиагональными элементами тензора дифференциальной проводимости  $dj_\alpha/dE_\beta$  [51, 52].

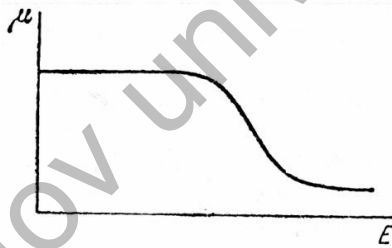


Рисунок 1.5. Зависимость эффективной подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля в модели с двумя минимумами

Рассмотрим самый простейший случай двух эквивалентных энергетических долин 1 и 2, оси анизотропии которых лежат в разных направлениях. Если внешнее поле  $E$  приложить в направлении  $x$ , симметричном относительно этих двух долин, то ток  $j$ , параллельный внешнему полю, будет также направлен вдоль оси  $x$ .

Если изменить направление внешнего поля так, чтобы эффективная масса электронов в долине 1 была больше, чем

в долине 2, то скорость поглощения энергии внешнего источника электронами второй долины будет больше, чем у электронов в первой долине. Поэтому электроны 2-й долины «разогреваются» сильнее, чем электроны в 1-й долине. Благодаря междолинному рассеянию электроны будут перетекать из более «горячей» долины в менее «горячую» энергетическую долину. Следовательно, будет уменьшаться заполнение 2-й долины электронами с высокими подвижностями, т.е. их вклад в ток в направлении оси  $u$  уменьшится. Это приведет к поперечной отрицательной дифференциальной проводимости  $N$ -типа [51, 52]. Такой механизм, приводящий к отрицательной дифференциальной проводимости, носит название механизма Ридли-Уоткинса-Хильсума. Он является причиной возникновения отрицательной дифференциальной проводимости в диоде Ганна [48].

В полупроводниках типа  $p$ - $Ge$  возникает также отрицательная дифференциальная проводимость, обусловленная механизмом, аналогичным механизму Ридли-Уоткинса-Хильсума [45, 46, 51, 52]. Валентная зона германия  $Ge$  состоит из двух вырожденных при  $p = 0$  зон «легких» и «тяжелых» дырок. При одноосном сжатии вырождение энергетических зон снимается и зависимость энергии в импульсном пространстве будет иметь вид, представленный на рисунке 1.6 (а, б).

Из рисунка следует, что эффективная масса дырок в вышерасположенной энергетической зоне больше, чем в нижерасположенной, т.е. подвижность дырок в верхней зоне меньше, чем их подвижность в нижней. Под действием электрического поля дырки начинают переходить в состояние с большей эффективной массой и меньшей подвижностью. Это приводит к возникновению ОДП.

Для возникновения отрицательных дифференциальных проводимостей существенно не только различие плотностей начальных и конечных состояний, определяющих вероятности переходов между энергетическими минимумами, но и различия значений эффективных масс в направлении электрического поля, т.е. анизотропия энергетического спектра.

Если эффективная масса носителей заряда в верхних минимумах в направлении электрического поля намного больше, чем в нижних, то также возникает отрицательная дифференциальная проводимость. Например, в *n-Ge* эффективная масса электронов, находящихся в четырех эквивалентных минимумах зоны проводимости, существенно анизотропна: отношение продольной эффективной массы  $m_{\parallel}$  к поперечной  $m^{\perp}$  ( $m_{\parallel}^{-1}$  и  $m_{\perp}^{-1}$  - компоненты тензора обратных эффективных масс в главных осях) составляет порядка 19,1 [7, 51, 52].

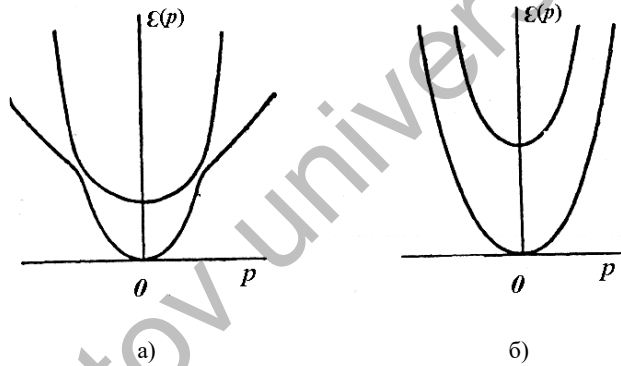


Рисунок 1.6. Энергетический спектр *p-Ge*, при одноосном сжатии: а) вектор  $p$  параллелен направлению сжатия, б) вектор  $p$  перпендикулярен направлению сжатия

При отсутствии деформации минимумы *n-Ge*, расположенные вдоль направления  $\langle 111 \rangle$  в пространстве квазиимпульсов, вырождены по энергии. Напряжение, направление которого, не совпадает ни с одной из осей  $\langle 100 \rangle$ , снимает вырождение по энергии этих минимумов. При этом при соответствующем выборе направления электрического поля и механического сжатия электроны ведут себя так, как если бы зонная структура имела вид, изображенной на рисунке 1.3.

Относительное расположение минимумов энергетического спектра и значения соответствующих эффективных

масс в них, когда механическое напряжение направлено вдоль осей [111] и [211], а ток протекает в направлениях [112] и [111], представлены на рисунке 1.7.

Приведенные данные показывают, что в обоих случаях под действием механического сжатия снимается вырождение зонной структуры *n-Ge* и она расщепляется на одну нижнюю и на три верхние долины. В случае одноосной деформации, проведенной вдоль оси [111], поперечная эффективная масса вдоль направления [112] тока в нижней долине остается неизменной, равной  $m_{\perp}^{\perp}$ , в двух средних минимумах эффективные массы приблизительно в 1,3 раза превосходят поперечную массу  $m_{\perp}^{\perp}$ , а в верхнем третьем минимуме эффективная масса в 6,4 раза больше  $m_{\perp}^{\perp}$  (рисунок 1.7, а).

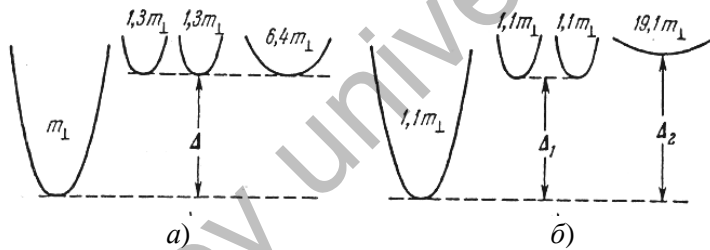


Рисунок 1.7. Схемы энергетического спектра *p-Ge*, при одноосном сжатии: а) направление тока [112], направление сжатия [111], б) направление тока [111], направление сжатия [211]

В случае, одноосной деформации, проведенной вдоль оси [211], поперечная эффективная масса вдоль направления [111] тока в нижней долине и двух средних минимумах в 1,1 раза больше эффективной массы  $m_{\perp}^{\perp}$ , а в верхнем третьем минимуме равна  $19,1m_{\perp}^{\perp}$  (рисунок 1.7,б). Если в указанных направлениях произвести механическое сжатие и пропустить ток, то при наличии сильного электрического поля электроны могут переходить в верхние минимумы и превращаться в «тяжелые» электроны, что может привести к возникновению отрицательной проводимости и к колебаниям тока. Колебания тока такого типа наблюдаются в *n-Ge* при одноосной де-

формации, когда минимумы с большой эффективной массой окажутся в направлении тока [7, 51, 52].

Из вышеизложенного следует, что увеличение населенности верхнего энергетического минимума с большой эффективной массой электронов с ростом напряженности электрического поля должно привести к возникновению отрицательной дифференциальной проводимости.

Механизм изменения населенностей различных энергетических минимумов электронами может быть не только разогрев электронного газа в электрическом поле, возможна реализация и других механизмов.

Например, в сильных электрических полях могут измениться вероятности переходов между минимумами. В результате энергетические минимумы, эквивалентные в состоянии равновесия, могут существенно различаться друг от друга из-за различий в изменениях свойств газа разогретых носителей заряда. Это также может привести к возникновению отрицательной дифференциальной проводимости [7].

Чтобы объяснить последнее утверждение, рассмотрим физические процессы, происходящие, в полупроводнике с несколькими эквивалентными, но сильно анизотропными минимумами, в сильном электрическом поле (рисунок 1.8). Допустим, что электрическое поле направлено вдоль направления оси  $p_z$ . Тогда подвижность электронов в минимумах 2 и 4 будет заметно больше, чем в минимумах 1 и 3. Следовательно, «разогрев» электронов в 1 и 3 энергетических минимумах будет слабее, чем в минимумах 2 и 4. В результате различной степени «разогрева» электронов вероятности переходов между минимумами также будут изменяться по-разному.

В чистых полупроводниках переходы между минимумами, в основном, связаны с испусканием и поглощением коротковолновых акустических фононов. Однако, при низких температурах вероятности реализации этих процессов из-за малого числа фононов и числа электронов, способных испускать фононы, малы. С увеличением нагрева электронного газа с ростом напряженности электрического поля рас-

тет число переходов с испусканием фононов, в результате чего возникает дополнительный поток электронов из «нагретых» минимумов в «холодные». Подвижность электронов в «холодных» минимумах намного меньше, чем в «горячих». Поэтому такое перераспределение электронов между «горячими» и «холодными» минимумами приводит к возникновению отрицательной дифференциальной проводимости. Такие явления возникают в полупроводниках типа  $n\text{-Ge}$ , минимумы энергии в которых сильно анизотропны.

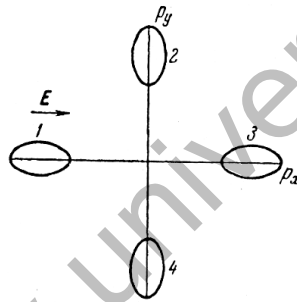


Рисунок 1.8. Поверхности постоянной энергии  $p\text{-Ge}$ , в  $p$  - пространстве вблизи эквивалентных минимумов.

Если к полупроводнику  $n\text{-Ge}$  в направлении главной оси эллипсоида эффективной массы  $[111]$  приложено электрическое поле, то эффективная масса электронов вдоль поля в одном из эллипсоидов будет равна  $m_{//}$ , а в остальных эллипсоидах существенно меньше (около  $m^{\perp}$ ). Естественно, отрицательная дифференциальная подвижность возникает только, в чистых образцах с малой концентрацией электронов, так как электрон-электронное взаимодействие выравнивает температуры различных энергетических минимумов.

Численный расчет вольт - амперной характеристики  $n\text{-Ge}$  при  $30^{\circ}\text{K}$  и концентрации доноров около  $10^{12}\text{ см}^{-3}$  показал, что при этих условиях возможно возникновение отрицательной дифференциальной проводимости. Неустойчивость, обусловленная таким механизмом в  $n\text{-Ge}$ , была эксперименталь-

но обнаружена авторами [53, 54] при  $20^0\text{K}$  и напряженности поля, более  $2 \text{ В/см}$ .

***Отрицательная дифференциальная проводимость, обусловленная изменением концентрации носителей заряда***

В пространственно однородном изотропном полупроводнике отрицательная дифференциальная проводимость может возникать из-за зависимости концентрации носителей заряда от напряженности электрического поля. Эта зависимость обусловлена перераспределением электронов между зоной проводимости и связанными состояниями при разогреве электронного газа. Возникновение медленных колебаний в *n-Ge*, легированном золотом и медью, и в высокоомном *GaAs* обусловлены зависимостью концентрации носителей заряда от напряженности электрического поля.

Заполнение ловушек электронами определяется зависимостью усредненных вероятностей переходов электронов на ловушки и обратно от функции распределения электронов в зоне проводимости. Усреднение вероятностей переходов проводится с помощью неравновесной функции распределения, которая и сама зависит от напряженности электрического поля.

В случае, когда Штарк - эффект отсутствует, влиянием электрического поля на вероятности переходов электронов между ловушками и какими-либо состояниями зоны проводимости можно пренебречь. Действительно, это возможно, так как поле ядер ловушки порядка  $10^4$ - $10^5 \text{ В/см}$ , что намного больше, чем внешнее действующее электрическое поле. Поэтому при анализе явлений, связанных с изменением концентрации носителей заряда под действием электрического поля учитывают эффекты, обусловленные изменением функции распределения носителей по энергиям под действием электрического поля. Известно, что электрическое поле влияет и на подвижности носителей заряда. Чтобы не усложнять процедуру выяснения механизмов возникновения отрицательной проводимости, обычно пренебрегают влиянием электриче-

ского поля на подвижность носителей заряда. В работах [7, 8, 53, 54] эти предположения использованы при обсуждении концентрационной нелинейности.

Обсудим возможность возникновения концентрационной нелинейности в *n-Ge*, легированным золотом и имеющим мелкие доноры.

Предположим, что выполняется условие

$$2N < N_d < 3N, \quad (1.9)$$

где  $N$  и  $N_d$  – концентрации атомов золота и мелких доноров.

Схема зонной структуры рассматриваемого полупроводника представлена на рисунке 1.9.

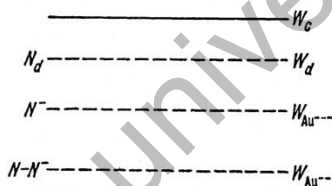


Рисунок 1.9. Схема энергетических уровней примесей *n-Ge*, легированного золотом и мелкими донорами

При температуре около  $20 \div 35^0$  К все мелкие уровни доноров свободны, т.е. ионизованы. Следовательно, роль доноров заключается только в постановке электронов на компенсирующие акцепторы – ионы золота. Ионы золота могут находиться в кристаллической решетке германия в нескольких зарядовых состояниях – от однократно положительного до трехкратно отрицательного. При низких температурах и выполнении условия (1.9) атомы золота будут отрицательно заряжены – двукратно (в концентрации  $3N - N_d$ ) и трехкратно (в концентрации  $N_d - 2N$ ). Свободные электроны в этом случае возникают за счет тепловой или оптической генерации с трехкратно заряженных атомов золота.

Таким образом, в стационарном (но в неравновесном) режиме концентрация электронов  $n$  определяется условием равенства скоростей генерации и обратного захвата электронов примесными центрами. Существенно, что захват происходит двукратно отрицательно заряженными ионами, т.е. в условиях, когда на больших расстояниях между электроном и ловушкой действуют силы отталкивания.

Следовательно, для реализации захвата электрону нужно «просочиться» сквозь потенциальный барьер. Вероятность туннельного просачивания и надбарьерного перехода увеличивается с ростом напряженности электрического поля. Поэтому следует ожидать, что уже в слабых электрических полях коэффициент захвата может возрастать с увеличением поля. С другой стороны, вероятность выброса электронов в энергетическую зону, которая определяет скорость генерации, практически не зависит от напряженности поля.

Покажем, что эти условия приводят к изменению соотношения между генерацией и захватом электронов так, что концентрация свободных носителей заряда начинает уменьшаться с увеличением электрического поля, т.е.  $n(E)$ ,  $dn/dE$ .

Концентрацию центров рекомбинации после «захвата» электронов обозначим через  $N^-$ , тогда до «захвата» электронов эта концентрация будет равна  $(N - N^-)$ . В рассматриваемом случае  $N^-$  - концентрация трехкратно, а  $(N - N^-)$  концентрация двукратно отрицательно заряженных ионов золота в решетке германия. Тогда концентрация электронов, захватываемых центрами рекомбинации в единицу времени в единичном объеме будет определяться соотношением

$$c(E)(N - N^-)n, \quad (1. 10)$$

где  $c(E)$  – коэффициент захвата.

Увеличение концентрации свободных носителей заряда в зоне проводимости произойдет из-за их генерации под действием тепловой энергии и энергии оптического излучения.

Тогда среднее число электронов, генерируемых в единице объема в единицу времени, будет равно

$$gN^-, \quad (1.11)$$

в случае генерации носителей за счет тепловой энергии, и

$$IS, \quad (1.12)$$

в случае генерации носителей за счет оптической энергии. Здесь  $g$ -коэффициент пропорциональности,  $I$ -плотность потока фотонов соответствующей частоты,  $S$ - сечение захвата фотона примесными центрами.

С учетом (1.11) и (1.12) скорость изменения концентрации захваченных электронов можно определить, как:

$$dn/dt = c(E)(N - N^-)n - gN^- - IS. \quad (1.13)$$

При отсутствии электрического поля и освещения, а также в условиях термодинамического равновесия процессов захвата и термической генерации носителей заряда из (1.10) легко получить, что

$$g = c_0(N - N^-)n_0/N, \quad (1.14)$$

где нижний индекс «0» обозначает равновесное значение;  $c_0$ - коэффициент захвата в отсутствие электрического поля.

Учитывая соотношение (1.14), уравнение (1.13) можно привести к следующему виду

$$\partial N^-/\partial t = c_0[v(E)n(N - N^-) - n_1N^-], \quad (1.15)$$

где

$$v(E) = c(E)/c_0, \quad n_1 = (N - N^-)n_0/N^- - IS/c_0. \quad (1.16)$$

Из (1.15), учитывая, что  $\partial N/\partial t = 0$ , можно найти условие рекомбинационного равновесия в электрическом поле  $E$ :

$$v(E)n(N - N^-) - n_1N^- = 0. \quad (1.17)$$

С учетом локальной нейтральности в макроскопическом однородном образце при однородном распределении носителей заряда в пространстве

$$N_d - 2N = n + N^-, \quad (1.18)$$

и когда концентрация свободных электронов  $n$  мала по сравнению с  $N$  из (1.14) следует, что

$$n = n_1N_d^*v^{-1}(E)/(N - N_d^*). \quad (1.19)$$

Здесь  $N_d^*$  - эффективная концентрация доноров, согласно условию (7), положительная величина, равная

$$N_d^* = N_d - 2N, \quad (1.20)$$

Из (1.19) следует, что

$$dn/dE = -\{n_1N_d^*v^2/(N - N_d^*)\} dv/dE. \quad (1.21)$$

Выше было указано, что коэффициент захвата электронов растет с увеличением электрического поля, т.е.  $dv/dE > 0$ . Следовательно, должно выполняться условие  $dn/dE < 0$ , т.е. концентрация электронов уменьшается с ростом электрического поля  $E$ . Это подтверждает правильность выше использованного предположения о зависимости концентрации электронов от напряженности электрического поля.

Из выражения (1.6), пренебрегая зависимостью подвижности носителей заряда от электрического поля, легко получить, что дифференциальная проводимость равна:

$$\sigma = qn\mu[1 - d\ln v/d\ln E]. \quad (1.22)$$

В сильных тянущих электрических полях ситуация немного изменяется. В этом случае увеличение коэффициента захвата ловушками электронов замедляется, так как значительная часть носителей заряда уже «не участвует» в преодолении кулоновского барьера (это объясняется достаточно просто: с ростом тянущего электрического поля растет величина скорости направленного переноса электронов, что приводит к понижению эффективности захвата их ловушками). В результате происходит рост дифференциальной проводимости  $\sigma$  с увеличением напряженности электрического поля  $E$ , и вольт-амперная характеристика приобретает положительный наклон.

В сильных электрических полях носители заряда на длине свободного пробега могут накопить энергию, достаточную для ионизации атомов. Это приводит к увеличению концентрации свободных носителей заряда, что вызывает рост вольт-амперной характеристики.

Рассматриваемые механизмы приводят к  $N$  – образной вольт-амперной характеристике.

Вид вольт-амперной характеристики может быть определен из соотношения  $j = qn\mu E = \sigma E$  с учетом выражения (1.19) для концентрации носителей заряда

$$j(E) = q\mu n_1 N_1^* E / (N - N_d^*) v(E). \quad (1.23)$$

В ходе экспериментальных исследований [55] была получена вольт-амперная характеристика, совпадающая по характеру с представленной на рисунке 1.1,а. При этом было обнаружено, что коэффициент захвата электрона дважды отрицательным ионом золота при 300К возрастает примерно на три порядка – до  $10^{-9}$  см<sup>3</sup>/сек в электрических полях порядка несколько тысяч В/см, по сравнению с его значением (около  $10^{-12}$  см<sup>3</sup>/сек) в слабых полях.

Вид функции  $v(E)$ , определяющий ход вольт - амперной характеристики, с использованием функции распределения, описывающей разогрев электронного газа, был рассчитан в [56, 57]. Авторы предположили, что зависимость вероятно-

сти захвата электронов ловушкой определяется их способностью проникать сквозь кулоновский барьер. Расчет показал удовлетворительное согласие с результатами экспериментов.

Еще одним механизмом увеличения концентрации носителей заряда является ионизация мелких донорных и акцепторных примесей при разогреве электронного газа с ростом электрического поля. Рост концентрации носителей заряда с электрическим полем может быть связан, во-первых, с увеличением темпов ударной ионизации, во-вторых, с полевой зависимостью вероятности захвата носителей заряда одноименно заряженными ловушками. Действие этих механизмов при достижении критического значения напряженности поля приводит к низкотемпературному пробою мелких примесей. В электрических полях с напряженностью порядка  $10^2$  В/см происходит почти абсолютное освобождение носителей заряда с ловушек, что приводит к резкой нелинейности вольт - амперной характеристики.

В компенсированных образцах с увеличением концентрации носителей заряда наблюдается вольт-амперная характеристика *S*-типа. Однако, к настоящему времени полностью не выяснен конкретный механизм возникновения отрицательной дифференциальной проводимости. Предполагается, что с ростом концентрации носителей заряда эффективность их рассеяния в результате действия одного из механизмов рассеяния уменьшается. Это приводит к уменьшению плотности тока, что проявляется в виде отрицательной дифференциальной проводимости.

При обсуждении *N*-образной вольт - амперной характеристики *n-CdS* при комнатной температуре, в области полей с напряженностью около  $10^4$  В/см некоторые авторы рассматривают существование ловушек трех типов [7]. Возможные переходы электронов и дырок между уровнями ловушек и энергетическими зонами изображены на рисунке 1.10. Ловушки, создающие глубокий уровень  $\mathcal{E}_b$ , служат центрами рекомбинации электронно-дырочных пар, возбуждаемых оптическим путем (переход типа *g* на рисунке 1.10). Ловушки типа  $\mathcal{E}_s$  действуют как центры прилипания для дырок. Эти

ловушки опустошаются в достаточно сильных полях из-за уменьшения коэффициента захвата дырок  $c_s(E)$  при разогреве, а также за счет увеличения коэффициента выброса захваченных дырок в силу автоионизации.

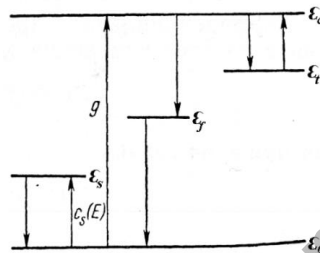


Рисунок 1.10. Энергетически уровни ловушек и возможные электронные переходы в  $CdS$  (трехуровневая модель)

Уровни  $\epsilon_f$  ловушек служат для обмена электронами только с зоной проводимости. Эти уровни способны создавать объемные заряды. При высвобождении дырок с уровня  $\epsilon_s$  растет темп рекомбинации через уровень  $\epsilon_f$ . Это приводит к уменьшению концентрации электронов проводимости.

***Отрицательная дифференциальная проводимость, связанная с перегревом электронного газа***

До сих пор рассматривались нелинейности, связанные с особенностями энергетического спектра носителей заряда. Действительно, в случаях и дрейфовых, и рекомбинационных механизмов отрицательная проводимость возникает из-за перехода носителей заряда на локальные уровни или в те области, где их эффективная масса принимает большое значение.

Еще один механизм, приводящий к отрицательной дифференциальной проводимости, обусловлен зависимостью характера рассеяния энергии и импульса от средней энергии носителей заряда, Этот механизм называют перегревным.

Для обсуждения механизма возникновения перегретой неустойчивости рассмотрим электронный газ достаточно большой плотности, когда функцию распределения электронов по энергиям можно считать максвелловской с электронной температурой  $T$ .

Электронную температуру можно найти из уравнения баланса, который для пространственно однородной системы в стационарном состоянии имеет вид

$$qn\mu(T)E^2 = nP(T). \quad (1.24)$$

где  $nP(T)$  – мощность, передаваемая электронами решетке в единице объема - рассеиваемая мощность. Левая часть равенства (1.24) определяет мощность, получаемую единицей объема системы от источника энергии.

Определив зависимость электронной температуры от энергии  $T(E)$  из (1.24) и используя соотношение

$$j = qn\mu(T)E, \quad (1.25)$$

можно построить вольт-амперную характеристику пространственно однородной системы. Связь между электронной температурой  $T$  и напряженностью электрического поля  $E$  в пространственно однородном стационарном состоянии системы определяется соотношением

$$q\mu E^2 = \frac{3}{2}k(T - T_l)/\tau_e, \quad (1.26)$$

где  $\tau_e$  - время релаксации по энергии,  $T$  и  $T_l$  – электронная температура и температура решетки соответственно.

Учитывая соотношения (1.21) и (1.22) из соотношения (1.3) легко получить для дифференциальной проводимости  $\sigma$ :

$$\sigma = qn\mu(T) \frac{\frac{d[nP(T)]}{dT} + \frac{P(T)}{\mu(T)} \frac{d[n\mu(T)]}{dT}}{\frac{d[nP(T)]}{dT} - \frac{P(T)}{\mu(T)} \frac{d[n\mu(T)]}{dT}} = \frac{q}{n\mu(T)} \frac{\frac{d}{dT}[n^2 P(T)\mu(T)]}{\frac{d}{dT}[\frac{P(T)}{\mu(T)}]} \quad (1.27)$$

В последнем выражении знаменатель определяет разность между изменением мощности, отдаваемой электронами кристаллической решетке, и изменением джоулевой мощности в заданном электрическом поле *при малом изменении электронной температуры*. Из выражения (1.27) следует, что при определенных условиях проводимость может изменить знак, проходя через нуль. Следовательно, перегретый механизм может привести к  $S$ -образной характеристике.

Действительно, при изменении знака знаменателя дифференциальная проводимость обращается в бесконечность. Отрицательная дифференциальная проводимость может возникать из-за изменения знака как *знаменателя*, так и *числителя* выражения (1.27).

Знаменатель выражения (1.27) может менять знак при наличии специальной зависимости рассеиваемой мощности и проводимости от электронной температуры, когда выполняется неравенство  $\frac{d}{d} \left[ \frac{P(T)}{\mu(T)} \right] < 0$ .

Дифференциальная проводимость может изменять знак и за счет изменения знака числителя, когда выполняется неравенство  $\frac{d}{dT} [n^2 P(T) \mu(T)] < 0$  или при  $n = const$   $\frac{d}{d} [P(T) \mu(T)] < 0$ .

Возможность выполнения условий  $\left( \frac{d}{dT} [P(T) \mu(T)] < 0 \right)$ , и  $\left( \frac{d}{dT} \left[ \frac{P(T)}{\mu(T)} \right] < 0 \right)$  определяется доминирующим механизмом рассеяния по энергии и импульсу носителей заряда, т.е. конкретной зависимостью величин  $P(T)$  и  $\mu(T)$  от доминирующего механизма рассеяния. Во многих случаях при обсуждении экспериментальных данных зависимости функций  $P(T)$  и  $\mu(T)$  от доминирующего механизма рассеяния аппроксимируют степенными функциями, пренебрегая, при этом малыми изменениями логарифмических множителей. Например,

$$\mu(T) = \mu(T_l) \left( \frac{T}{T_l} \right)^r, \quad (1.28)$$

$$P(T) = P(T_l) \frac{T-T_l}{T_l} \left( \frac{T_l}{T} \right)^s, \quad (1.29)$$

где показатели  $q$  и  $s$  определяются доминирующими механизмами рассеяния.

Для полупроводников с простой зонной структурой значения параметров  $q$  и  $s$  представлены в таблице 1.

Таблица 1

Характеристики некоторых механизмов рассеяния энергии и импульса носителей заряда в полупроводниках с простой зонной структурой

Механизмы рассеяния	$s$	$q$
Акустические фононы	-1/2	-1/2
Оптические фононы		
$T_l > T_D$	3/2	1/2
$T_l < T_D$	0	0
Пьезоэлектрические фононы	1/2	1/2
Заряженные примеси	-	3/2
Нейтральные примеси	-	0

Пользуясь таблицей 1, можно найти комбинацию механизмов рассеяния по энергии и импульсу, позволяющую реализовать отрицательную дифференциальную проводимость.

Используя таблицу 1 и соотношения (1.28) и (1.29) найдем условия, при которых дифференциальная проводимость (1.27) принимает отрицательное значение.

Знаменатель выражения (1.27) принимает отрицательное значение

$$\frac{d}{dT} \left( \frac{T-T_l}{T^{s+q}} \right) < 0, \quad (1.30)$$

если

$$q + s > \frac{T+T_l}{T_l} > 1. \quad (1.31)$$

Числитель выражения (1.27) становится отрицательным

$$\frac{d}{dT} \left( \frac{T-T_l}{T^s-q} \right) < 0, \quad (1.32)$$

если

$$s - q > \frac{T}{T-T_l} > 1. \quad (1.33)$$

Из соотношений (1.31), (1.33) и (1.27) следует, что дифференциальная проводимость отрицательна, если выполняются условия

$$q + s > 1, \quad s - q \leq 1, \quad (1.34)$$

или

$$q + s \leq 1, \quad s - q > 1. \quad (1.35)$$

В случае выполнения условия (1.34) вольт - амперная характеристика имеет  $S$ -образный, а в случае выполнения условия (1.33) -  $N$ -образный вид.

Физическим механизмом возникновения отрицательной дифференциальной проводимости является зависимость вероятности рассеяния (преобладающего механизма рассеяния) «горячих» электронов от их энергии.

Например, когда знаменатель в выражении (1.27) принимает отрицательное значение, то в формуле (1.34), определяющей зависимость подвижности носителей заряда от электронной температуры, показатель степени становится положительным ( $r > 0$ ). Это означает, что подвижность носителей заряда должна расти с электронной температурой, как следует из (1.28). С другой стороны электронная температура уменьшается с напряженностью электрического поля. Это следует из графика зависимости величины  $P(T)/\mu(T)$  от электронной температуры (рисунок 1.10).

Электронная температура  $T$  при заданном значении напряженности электрического  $E$  определяется точками пересечения кривой  $P(T)/\mu(T)$  с горизонтальной прямой  $qnE^2 = \text{const}$  (рисунок 1.11). На участке с отрицательным наклоном

тока точка  $T_2(E)$  сдвигается влево при росте  $E$ , т.е. температура электронного газа уменьшается с увеличением напряженности электрического поля.

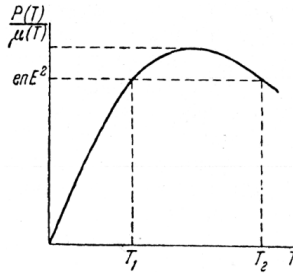


Рисунок 1.11. Схема хода кривой  $P(T)/\mu(T)$  при действии перегревного механизма

Если числитель выражения дифференциальной проводимости (1.27) принимает отрицательное значение, то в выражении (1.34) показатель степени становится отрицательным:  $q < 0$ . Поэтому, подвижность уменьшается с увеличением температуры электронов  $T$ , в то же время, в силу соотношения  $q + s \leq 1$ , не происходит уменьшения ее с ростом  $E$ . Достаточно быстрое уменьшение подвижности с нагреванием электронного газа с электрическим полем может привести к  $N$ -образной вольт- амперной характеристике.

При *больших разогревах электронного газа* вероятность рассеяния носителей заряда *может возрасть с увеличением энергии носителей заряда*. Вольт - амперная характеристика в этом случае, может выйти на возрастающую ветвь, т.е. она будет иметь стандартный  $S$  - или  $N$  - образный вид. Если же эти механизмы начнут проявляться до того, как ВАХ выйдет на падающий участок, отрицательная дифференциальная проводимость может вообще не возникать.

### **Температурно – электрический механизм возникновения неустойчивости**

В предыдущих разделах были рассмотрены механизмы возникновения отрицательной дифференциальной проводимости

мости, связанные только с нарушением равновесия в системе носителей заряда под действием электрического поля. Разогрев кристаллической решетки за счет джоулева тепла не учитывался.

Зависимость подвижности и концентрации носителей заряда от температуры кристаллической решетки может также приводить к отрицательной дифференциальной проводимости [7].

Рассмотрим возможность возникновения отрицательной дифференциальной проводимости, связанной с изменением концентрации носителей заряда под действием температуры кристаллической решетки. При повышении температуры решетки при её разогреве в электрическом поле происходит уменьшение концентрации неравновесных носителей заряда, создаваемых освещением полупроводникового образца. Этим механизмом авторы [58-61] объясняют возникновение неустойчивостей в кристаллах  $CdSe$  и некоторых полупроводниковых соединений класса  $A_{III}B_{VI}$ .

Схема энергетических уровней и переходов в кристалле  $CdSe$  уже приводилась на рисунке 1.9. Уровень  $\mathcal{E}_s$  – акцепторно - рекомбинационный уровень,  $\mathcal{E}_f$  и  $\mathcal{E}_t$  – мелкие акцепторные и донорные уровни.

При выполнении условия  $N_s < N_t < N_s + N_f$  (где  $N_s, N_t, N_f$  - концентрации соответствующих центров) в равновесии уровень  $\mathcal{E}_f$  заполняется электронами частично, а уровень  $\mathcal{E}_s$  полностью.

Под действием света соотношения населенностей уровней существенно изменяются.

Пусть между вероятностями захвата носителей заряда рассматриваемыми уровнями выполняется соотношения

$$c_{ps} \gg c_{pf} \gg c_{nf} \gg c_{ns}, \quad (1.36)$$

где  $c_{ps}$  и  $c_{pf}$  - коэффициенты захвата дырок центрами  $s$ - и  $f$  – типа, уже захватившими электроны,  $c_{nf}$  и  $c_{ns}$ - коэффициенты захвата электронов свободными центрами. Вследствие этого центры с уровнем  $\mathcal{E}_s$  захватывают дырки быстрее, чем цен-

тры с уровнем  $\mathcal{E}_f$ , а электроны – гораздо медленнее. Поэтому дырки электронно-дырочной пары, генерируемой оптическим путем, в основном захватываются центрами с уровнем  $\mathcal{E}_s$ . Это приводит к увеличению времени жизни электронов и повышению оптической чувствительности. С ростом температуры кристаллической решетки из-за тепловой генерации дырок уровни  $\mathcal{E}_s$  опустошаются, скорость рекомбинации при этом через уровень  $\mathcal{E}_f$  возрастает, а концентрация фотоэлектронов и фоточувствительность падают (наблюдается так называемое температурное гашение фотопроводимости).

Температурное гашение фотопроводимости может привести к отрицательной дифференциальной проводимости. Действительно, рост джоулевой мощности с увеличением напряженности поля и плотности тока может способствовать повышению температуры кристаллической решетки. Это, в свою очередь, приведет к резкому уменьшению концентрации фотоэлектронов и, в силу соотношения (1.6) - к изменению знака дифференциальной проводимости.

Авторы [63] для описания температурного гашения фотопроводимости использовали полуэмпирическую формулу

$$n = \frac{n_0}{1 + B \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_g}{T_l}\right)}, \quad (1.37)$$

где  $n_0$  и  $B$  - постоянные,  $\mathcal{E}_g$  потолок валентной зоны.

Концентрацию носителей заряда определим выражением (1.37) и для простоты будем считать подвижность постоянной. Тогда получим

$$j = qn(x)\mu E(x), \quad (1.38)$$

$$\kappa_l \frac{d^2 T_l}{dx^2} = -jE(x) + \beta(T_l + T_\infty), \quad (1.39)$$

где  $\kappa$  – теплопроводность кристаллической решетки,  $jE(x)$ - джоулева мощность, величина  $\beta(T_l - T_\infty)$ - определяет тепло-

обмен через боковую поверхность образца с внешней средой, температура которой равна  $T_\infty$ .

Предлагаемый авторами [63] феноменологический подход верен, когда размеры образца малы в направлении соответствующего потока тепла. Тогда температура в выбранном направлении меняется мало и усреднение в членах, не содержащих производных по температуре, можно заменить усредненным значением температуры.

Усредняя слагаемые с производной по температуре в уравнении баланса мощности для образца в виде тонкой плоскопараллельной пластины толщиной  $L_t$  имеем

$$\frac{x_l}{L_t} \int_{-\frac{L_t}{2}}^{\frac{L_t}{2}} \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} dx_\alpha = \frac{2x_l}{L_t} \frac{\partial T_l}{\partial x_\alpha} \Big|_{x_\alpha = \frac{L_t}{2}}. \quad (1.40)$$

При этом предполагаем, что в направлении нормали к поверхности пластины с координатой  $x_\alpha$  справедливо соотношение

$$T_l(x_\alpha) = T_l(-x_\alpha), \quad (1.41)$$

а на поверхности пластины выполняется граничное условие

$$\left[ \frac{\partial T_l}{\partial x_\alpha} + \frac{\beta L_t}{2x_l} (T_l - T_\infty) \right]_{x_\alpha = L_t/2} = 0 \quad (1.42)$$

Если вектор плотности тока параллелен поверхности пластины  $x_\alpha = y$ , получим «квазиодномерное» уравнение баланса мощности (1.39). Если длина образца в направлении плотности тока мала,  $x_\alpha = x$ , то уравнение баланса мощности будет иметь вид

$$\kappa_l \left( \frac{\partial^2 T_l}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} \right) = -jE(y, z) + \beta(T_l - T_\infty). \quad (1.43)$$

Решая уравнения (1.39) и (1.43) при однородном распределении плотности тока, напряженности электрического

поля и температуры образца, можно найти вольт - амперную характеристику.

Учитывая, что температура решетки  $T_l$  есть функция Джоулевой мощности  $jE$ , имеем

$$\frac{dT_l}{dE} = \frac{dT_l}{d(jE)} \left( j + E \frac{dj}{dE} \right) = \frac{j}{\beta} \left( 1 + \frac{\sigma}{qn\mu} \right). \quad (1.44)$$

Из выражений (1.39) и (1.44) легко получить выражение для дифференциальной проводимости

$$\sigma = qn\mu \frac{1 + \frac{jE}{\beta T_l} \frac{d \ln n}{d \ln T_l}}{1 - \frac{jE}{\beta T_l} \frac{d \ln n}{d \ln T_l}}. \quad (1.45)$$

Отсюда следует, что знак дифференциальной проводимости может определяться либо знаком числителя, либо знаком знаменателя. Поскольку при  $dn/dT_l < 0$  числитель может принимать нулевое значение, то, вольт- амперная характеристика будет иметь  $N$ -образный вид.

Условия при которых дифференциальная проводимость принимает отрицательное значение можно найти, используя выражение (1.45).

В области температурного гашения фотопроводимости

$$\text{Вexp} \left( -\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_v}{T_l} \right) \gg 1 \quad (1.46)$$

$$\frac{d \ln n}{dT_l} \approx -\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_v}{T_l^2}. \quad (1.47)$$

Условие, необходимое для возникновения отрицательной дифференциальной проводимости  $\sigma < 0$ , легко найти из неравенства (1.46)

$$T_l^2 - (\varepsilon_s - \varepsilon_v)T_l + T_\infty(\varepsilon_s - \varepsilon_v) < 0. \quad (1.48)$$

Из соотношения (1.48) можно найти область значений величин  $\mathcal{E}_S - \mathcal{E}_V$  и  $T_\infty$ , при которых на характеристике появляется падающая ветвь, а также интервал напряженностей поля, в котором дифференциальная проводимость отрицательна.

Условие возможности возникновения отрицательной дифференциальной проводимости, т.е. возникновения  $S$ -образной вольт - амперной характеристики, можно найти путем исследования изменения знака знаменателя выражения (1.45). Отрицательная дифференциальная проводимость возникает, когда концентрации носителей заряда быстро возрастает при изменении температуры кристалла за счет джоулева тепла [64, 65].

#### **1.4. Флуктуации в пространственно однородной системе с отрицательной дифференциальной проводимостью**

Экспериментально невозможно обнаружить пространственно однородное состояние системы, в которых дифференциальная проводимость отрицательна. Это объясняется тем, что однородное состояние системы с отрицательной дифференциальной проводимостью неустойчиво и распадается за очень короткое время. Например, в условиях эффекта Ганна однородное состояние системы распадается за время около  $10^{-10}$  сек.

Неустойчивость однородного состояния системы с отрицательной дифференциальной проводимостью связана с тем, что мгновенные значения параметров, характеризующих систему (плотность заряда, напряженность поля и т.д.), испытывают флуктуации. Это означает, что вообще понятие однородного состояния системы имеет смысл, в среднем по времени.

В условиях термодинамического равновесия флуктуации физических величин, характеризующих состояние си-

стемы, быстро затухают. А в неравновесных системах – в возбужденных полупроводниковых системах – это не очевидно. Например, в условиях, близких к равновесию (при малых отклонениях), электрические флуктуации затухают с максвелловским временем релаксации  $\tau_M = \varepsilon/4\pi\sigma$ , где  $\varepsilon$ -диэлектрическая проницаемость системы,  $\sigma$ -проводимость. Когда происходит существенное отклонение от равновесия, затухание флуктуации определяется дифференциальной, а не полной проводимостью. В области падающего участка вольт-амперной характеристики дифференциальная проводимость  $\sigma$ , а с ней и постоянная затухания меняют знак и малые флуктуации из затухающих могут превращаться в нарастающие. Увеличение флуктуации физических величин может привести к распаду однородного состояния.

Рассмотрим поведение малых флуктуаций в однородной среде с отрицательной дифференциальной проводимостью.

Изменения во времени распределений напряженности электрического поля, плотности заряда и тока описываются системой уравнений Максвелла и феноменологическими соотношениями, определяющими основные векторы поля, а также соответствующими граничными условиями.

Предположим, что изменение состояния системы происходит достаточно медленно, так, что за время распространения процесса в пределах системы ее состояние не успевает заметно измениться. Т.е. рассмотрим квазистационарное приближение [66].

В этом случае соотношения, определяющие плотность тока, плотность заряда, напряженность электрического поля, можно получить из уравнений Максвелла:

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon}(\rho - \rho_t), \quad (1.49)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0 \quad (1.50)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0, \quad (1.51)$$

где  $\rho_t$ - плотность связанных зарядов.

Если плотность связанных зарядов не зависит от времени, то уравнение непрерывности (1.50) можно переписать, используя уравнение Пуассона (1.49):

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \quad (1.52)$$

где  $\mathbf{J}$  – плотность полного тока, определяемая, как:

$$\mathbf{J} = \mathbf{j} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (1.53)$$

Связь между плотностью тока  $\mathbf{j}$ , плотностью заряда и напряженностью поля задается уравнением

$$j_\alpha = \rho \mu_{\alpha\beta} E_\beta - \frac{\partial}{\partial x_\beta} (D_{\alpha\beta} \rho), \quad (1.54)$$

где  $\rho \mu_{\alpha\beta}$  - тензор полной проводимости системы,  $D_{\alpha\beta}$  - тензор коэффициентов диффузии.

В изотропном случае, соотношение (1.54) будет иметь вид

$$\mathbf{j} = \rho \mu \mathbf{E} - \operatorname{grad}(D\rho). \quad (1.55)$$

Уравнения (1.49)-(1.55) образуют полную систему для определения  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\rho$ .

Исследуем поведение однородных систем с отрицательными дифференциальными проводимостями, которые отличаются друг от друга характером зависимостей коэффициентов подвижности носителей заряда и диффузии от степени нарушения равновесия.

Сначала рассмотрим так называемую *полевую модель с дрейфовой нелинейностью*. В неоднородной системе подвижность и коэффициент диффузии носителей заряда являются функциями локального и мгновенного значений напряженности электрического поля  $E(x,t)$ .

Малая флуктуация физических величин присуща системе с отрицательной дифференциальной проводимостью. Отрицательная дифференциальная проводимость возникает при быстром уменьшении подвижности носителей заряда, т.е. при выполнении условия

$$\mu + E \frac{d\mu(E)}{d(E)} < 0 \quad (1.56)$$

В однородном стационарном состоянии напряженность поля  $\mathbf{E}_0$ , плотность тока  $\mathbf{j}_0$  и плотность заряда  $\rho_0$  системы определяются следующим образом:

$$\rho_0 = \rho_t; \operatorname{div} \mathbf{j}_0 = 0; \operatorname{rot} \mathbf{E}_0 = 0; \mathbf{j}_0 = \rho_0 \mu(E_0) \mathbf{E}_0. \quad (1.57)$$

Если коэффициенты диффузии постоянны, то малые флуктуации физических величин  $\delta \mathbf{E}$ ,  $\delta \mathbf{j}$  и  $\delta \rho$  можно определить уравнениями

$$\operatorname{div} \delta \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \delta \rho, \quad (1.58)$$

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \delta \mathbf{j} = 0, \quad (1.59)$$

$$\operatorname{rot} \delta \mathbf{E} = 0, \quad (1.60)$$

$$\delta j_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} \delta E_\beta - D \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_\alpha} + \mu(E_0) E_{0\alpha} \delta \rho, \quad (1.61)$$

получаемых из соотношений (1.49) - (1.54) и (1.57).

Тензор дифференциальной проводимости  $\sigma_{\alpha\beta}$  в (1.61) определяется соотношением

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial E_\beta} [\rho_0 \mu(E) E_\alpha] |_{E=E_0} = \rho_0 \left[ \mu(E_0) \delta_{\alpha\beta} + \frac{E_{0\alpha} E_{0\beta}}{E_0} \frac{d\mu(E_0)}{dE_0} \right]. \quad (1.62)$$

Из выражения (1.62) следует, что при выполнении условия  $(\mu(E_0) + E_0 \frac{d\mu(E_0)}{dE_0}) < 0$  составляющая тензора  $\sigma_{\alpha\beta}$  дифференциальной проводимости в направлении электрического поля отрицательна. В направлениях, перпендикулярных к направлению электрического поля, она принимает положительное значение, равное  $\rho_0\mu(E_0)$ . Т.е., структура тензора  $\sigma_{\alpha\beta}$  дифференциальной проводимости определяет поведение малых флуктуации в образце. Поперечные флуктуации, напряженности поля которых нормальны вектору  $\mathbf{E}_0$ , ведут себя так же, как в среде с положительной дифференциальной проводимостью  $\rho_0\mu(E_0)$ .

Из (1.59) и (1.61) можно получить уравнение временной зависимости флуктуации плотности заряда

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \mu(E_0) E_{0\alpha} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_\alpha} - D \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial x_\alpha^2} = -\sigma_{\alpha\beta}(E_0) \frac{\partial \delta E_\beta}{\partial x_\alpha}. \quad (1.63)$$

Пусть постоянное поле  $E_0 = E_{0x}$  приложено в направлении оси  $Ox$ , а флуктуация в образце приводит к возникновению электрического поля  $\delta E = \delta E_y$  вдоль оси  $Oy$ . Тогда плотность заряда будет меняться только вдоль оси  $Oy$ :

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \delta E_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \delta E_x}{\partial y} = \frac{\partial \delta \rho}{\partial z} = 0. \quad (1.64)$$

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial y^2} = -\sigma_{yy} \frac{\partial \delta E}{\partial y} \quad (1.65)$$

или

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial y^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho_0 \mu(E_0) \delta \rho \quad (1.66)$$

Уравнение (1.66) определяет изменение во времени флуктуации плотности заряда в среде с проводимостью  $\rho_0\mu(E_0)$  при наличии диффузии. Естественно, если флуктуация плавная, роль диффузии будет мала. Следовательно, в направлении, перпендикулярном оси  $Ox$  (где дифференци-

альная проводимость положительна), флуктуация плотности заряда рассасывается с характерным временем релаксации  $\tau_M = \varepsilon/4\pi\rho_0\mu(E_0)$ .

Теперь рассмотрим случай, когда при флуктуации происходит изменение поля вдоль оси  $Ox$  - в направлении, где дифференциальная проводимость принимает отрицательное значение  $\sigma_{xx} < 0$ .

Допустим, что флуктуация плотности заряда возникает в образце вдоль оси  $Ox$  (рисунок 1.12, а). Согласно уравнению Пуассона распределение электрического поля имеет вид как на рисунке 1.10, б. Напряженность поля внутри флуктуации больше чем вне нее. Так как дифференциальная проводимость отрицательна, возрастание поля внутри флуктуации приведет к уменьшению тока (рисунок 1.12, в). Таким образом, ток, втекающий в область большей плотности заряда, больше, чем ток, вытекающий из нее, в результате флуктуация нарастает.

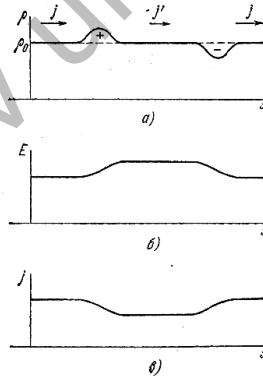


Рисунок 1.12. Динамика развития малых флуктуаций напряженности электрического поля и плотности заряда в однородном образце с отрицательной дифференциальной проводимостью.

Уравнение, которое описывает динамику малой флуктуации вдоль оси  $Ox$ , можно получить из (1.63):

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \mu(E_0) E_{0\alpha} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x_\alpha} - D \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial x_\alpha^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \sigma_{xx} \delta \rho. \quad (1.67)$$

В уравнении (1.67) члены, зависящие от производных по пространственным координатам, в случае плавной флуктуации малы и флуктуация нарастает с инкрементом  $4\pi|\sigma_{xx}|/\varepsilon$ .

При учете диффузии инкремент нарастания уменьшается. Например, в случае возмущения в виде плоских волн, когда флуктуация плотности заряда меняется по экспоненте  $\delta \rho \sim e^{ikx}$ , инкремент нарастания определяется выражением

$$4\pi|\sigma_{xx}|/\varepsilon - Dk^2. \quad (1.68)$$

Из последнего равенства следует, что максимальным инкрементом обладают возмущения с малым  $k$  («длинноволновые») и минимальное значение  $k$ , определяется длиной образца  $k \sim 1/L$ , где  $L$  – размер образца.

Следовательно, в коротких образцах увеличение флуктуации не может иметь места даже при наличии отрицательной дифференциальной проводимости, если ее абсолютная величина мала.

Отметим, что в уравнении (1.67) второе слагаемое описывает снос флуктуации как целого со скоростью  $\mu(E_0)E_0$ .

Таким образом, однородное состояние с отрицательной дифференциальной проводимостью системы с  $N$ -образной характеристикой неустойчиво относительно продольных флуктуаций. Малые флуктуации в виде плоских «стенок» пространственного заряда, нормальных к направлению тока, сносятся со скоростью  $\mu(E_0)E_0$  и одновременно нарастают с инкрементом  $4\pi|\sigma_{xx}|/\varepsilon - Dk^2$ . Напряженность электрического поля в области поля между стенками заряда разных знаков возрастает или уменьшается, в зависимости от вида начальной флуктуации плотности заряда.

Описанная модель позволяет качественно понять некоторые особенности начальной стадии процесса возникновения и развития движущихся доменов конечной амплитуды.

Поведение малых флуктуаций в системе с отрицательной дифференциальной проводимостью, обладающей S-образной вольт-амперной характеристикой, может быть иным.

В качестве примера рассмотрим систему, где отрицательная дифференциальная проводимость связана с электронной температурой. Будем считать, что подвижность носителей заряда  $\mu$ , коэффициент диффузии  $D$ , мощность  $P$  также зависят только от электронной температуры. Если характерный размер неоднородностей и их времена нарастания достаточно велики, то электронный газ можно считать несжимаемым т.е.  $\rho \approx const$ .

При таких условиях из уравнений (1.49)-(1.55) получим:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (1.69)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (1.70)$$

$$\mathbf{j} = \rho \mu(T) \mathbf{E} - \rho \mu(T) \alpha(T) \operatorname{grad} T, \quad (1.71)$$

где

$$\alpha(T) = \frac{1}{\mu(T)} \frac{d\mu(T)}{dT}.$$

Электронную температуру определяют из уравнения баланса энергии

$$\frac{3}{2} n \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{q} - \mathbf{j} \mathbf{E} + nP(T) = 0, \quad (1.72)$$

где  $3nT/2$  – плотность энергии носителей заряда,  $\theta$  – средняя энергия, переносимая одним носителем заряда в потоке;  $\kappa$  – электронная теплопроводность;  $\mathbf{q}$  – плотность потока энергии, равная

$$\mathbf{q} = \frac{1}{e} \theta \mathbf{j} - \kappa \operatorname{grad} T; \quad (1.73)$$

С помощью уравнений (1.69)-(1.73) можно определить распределение плотности тока и электронной температуры в образце.

При заданной напряженности электрического поля  $\mathbf{E}_0$  в однородном состоянии электронная температура  $T_0$  и плотность тока  $\mathbf{j}_0$  связаны соотношениями

$$n_0 P(T_0) = \mathbf{j}_0 \mathbf{E}_0, \quad (1.74)$$

$$\mathbf{j}_0 = \rho_0 \mu(T_0) \mathbf{E}_0. \quad (1.75)$$

Малые флуктуации однородного состояния (1.74), (1.75) определяются уравнениями

$$\text{rot} \delta \mathbf{E} = 0, \quad (1.76)$$

$$\text{div} \delta \mathbf{j} = 0, \quad (1.77)$$

$$\delta \mathbf{j} = \rho_0 \frac{d\mu_0}{dT_0} \mathbf{E}_0 \delta T - \rho_0 \mu_0 \alpha_0 \text{grad} \delta T + \rho_0 \mu_0 \delta \mathbf{E}, \quad (1.78)$$

$$\frac{3}{2e} \rho_0 \frac{\partial \delta T}{\partial T} + \text{div} \delta \mathbf{q} - \mathbf{E}_0 \delta \mathbf{j} - \mathbf{j}_0 \delta \mathbf{E} + \frac{\rho_0}{e} \frac{dP_0}{dT_0} \delta T = 0, \quad (1.79)$$

$$\delta \mathbf{q} = \frac{1}{e} \theta_0 \delta \mathbf{j} + \frac{1}{e} \frac{d\theta_0}{dT_0} \mathbf{j}_0 \delta T - \kappa \text{grad} \delta T, \quad (1.80)$$

где  $\mu_0 = \mu(T_0)$ ,  $P_0 = P(T_0)$ ,  $\theta_0 = \theta(T_0)$  и т.д.

Систему уравнений (1.76)-(1.80) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \rho_0 \frac{\partial \delta T}{\partial t} - e \kappa_0 \nabla^2 \delta T + \rho_0 \mu_0 \left[ \alpha_0 + \frac{1}{e} \frac{d\theta_0}{dT_0} \right] (\mathbf{E}_0 \text{grad} \delta T) + \\ & \left( \rho_0 \frac{dP_0}{dT_0} - e \rho_0 E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} \right) \delta T - 2e \rho_0 (\mathbf{E}_0 \delta \mathbf{E}) = 0, \end{aligned} \quad (1.81)$$

$$\text{rot} \rho \mathbf{E} = 0, \quad (1.82)$$

$$\operatorname{div} \delta \mathbf{E} - \alpha_0 \nabla^2 \delta T - \frac{1}{\mu_0} \frac{d\mu_0}{dT_0} (\mathbf{E}_0 \operatorname{grad} \delta T) = 0. \quad (1.83)$$

Для малой флуктуации температуры  $\delta T = \delta T(x)$ , направленной вдоль напряженности поля  $\mathbf{E}_0$ , т.е. для продольной флуктуации  $\nabla \delta T \parallel E_0$  из системы уравнений (1.81)-(1.83) имеем:

$$\frac{3}{2} \rho_0 \frac{\partial \delta T}{\partial t} - e \kappa_0 \frac{\partial^2 \delta T}{\partial x^2} + e \left[ \frac{1}{e} \frac{d\theta_0}{dT_0} - \alpha_0 \right] \rho_0 \mu_0 E_0 \frac{\partial \delta T}{\partial x} + \rho_0 \left[ \frac{dP_0}{dT_0} + e E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} \right] \delta T = 0. \quad (1.84)$$

Отсюда следует, что малая продольная «длинноволновая» флуктуация температуры затухает, если выполняется условие

$$\frac{dP_0}{dT_0} - e E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} > 0. \quad (1.85)$$

Поперечная флуктуация характеризуется уравнением

$$\frac{3}{2} \rho_0 \frac{\partial \delta T}{\partial t} - e \kappa_0 \frac{\partial^2 \delta T}{\partial x^2} = -\rho_0 \left[ \frac{dP_0}{dT_0} - e E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} \right] \delta T. \quad (1.86)$$

Таким образом, поперечная флуктуация нарастает, если выполняется условие

$$\frac{dP_0}{dT_0} - e E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} < 0, \quad (1.87)$$

и затухает, когда

$$\frac{dP_0}{dT_0} - e E_0^2 \frac{d\mu_0}{dT_0} > 0. \quad (1.88)$$

Вышеизложенное позволяет сделать выводы, что при выполнении условий (1.85) и (1.87) вольт – амперная характеристика системы имеет S-образный вид. Продольные флуктуации температуры затухают, а поперечные – нарастают. «Рассасывающее» действие теплопроводности приводит

к тому, что наибольшим инкрементом нарастания обладают плавные «длинноволновые» флуктуации, характерный размер которых определяется поперечным размером образца.

Нарастание поперечных флуктуаций приводит систему к новому состоянию, существенно неоднородному в направлениях, перпендикулярных направлению электрического поля. Например, к неоднородному состоянию в виде шнура, вытянутого вдоль тока. Внутри шнура степень разогрева электронов и плотность тока существенно отличается от остальной части образца.

### **1.5. Аналогии с фазовым переходом**

Динамика возникновения неустойчивостей в полупроводниках во многом похожа на динамику развития фазовых переходов в термодинамических системах, находящихся в тепловом равновесии. Это обстоятельство позволяет активно использовать все понятия и методы, разработанные для описания равновесных фазовых переходов, при описании неустойчивостей в полупроводниках и глубже понять физическую природу их возникновения. В поведении нелинейных систем, выведенных из состояния равновесия, наблюдаются явления, подобные явлениям в фазовых переходах. Например, в сильно возбужденных полупроводниках наблюдаются неустойчивости, подобные фазовым переходам, происходящим в неравновесных термодинамических системах.

#### ***Равновесные и неравновесные фазовые переходы в неравновесных термодинамических системах***

Термодинамические системы могут находиться в различных стабильных состояниях – фазах. При переходе между этими состояниями параметры системы могут принимать прерывные значения.

В качестве примеров равновесных фазовых переходов можно привести переход газ-жидкость для газа Ван-дер-Ваальса и переход из пара в жидкость.

Для одного моля реального газа имеет место уравнение Ван-дер-Ваальса

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}, \quad (1.89)$$

где  $P$  - давление,  $V$  - объем,  $T$ -температура,  $R$ -универсальная постоянная,  $a, b > 0$  - константы, характеризующие материал.

Введем обозначения  $v = V_c/V$ ,  $\tau = T/T_c$ ,  $\pi = P/P_c$ , где индекс  $c$  соответствует значению. В критической точке выражение (1.89) можно привести к виду

$$\pi = v^3 - 3v^2 + \frac{1}{3}(8\tau + \pi)v = 0. \quad (1.90)$$

На рисунке 1.13 представлены  $P$ - $V$ - диаграммы изотерм, определяемых уравнением Ван-дер-Ваальса. Участки изотерм, соответствующие неустойчивым состояниям, где  $(\partial P/\partial V)_T > 0$ , заштрихованы.

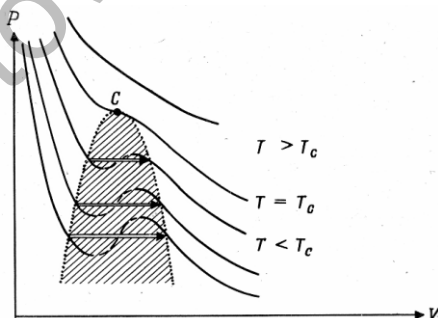


Рисунок 1.13. Изотермы, соответствующие уравнению Ван-дер-Ваальса. С - критическая точка. Стрелками обозначены фазовые переходы 1-рода вдоль линии сосуществования, определяемой правилом равных площадей.

Когда при данной температуре  $T$  давление пара  $P_{CO}(T)$  удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\int_{V_l}^{V_g} [P(V, T) - P_{\infty}(T)] dV = 0, \quad (1.91)$$

могут сосуществовать паровая фаза с объемом  $V_g$  и жидкая фаза с объемом  $V_l$ . Фазовые переходы вдоль линии сосуществования  $P = P_{CO}$  показаны на рисунке двойными стрелками. Метастабильные состояния  $(\partial P / \partial T)_T < 0$  на изотермах слева от области сосуществования соответствуют перегретой жидкости, а справа – пересыщенному пару. В критической точке  $C$  две фазы неразличимы.

Еще одним примером равновесного фазового перехода может служить зависимость намагниченности  $M$  ферромагнетика от температуры. Уравнение состояния ферромагнетика имеет вид

$$M = M_0 th \left[ \frac{m}{kT} (H + wM) \right], \quad (1.92)$$

где  $M$  - макроскопическая намагниченность,  $H$  - магнитное поле,  $M_0$  - намагниченность насыщения,  $m$  - магнитный момент молекулы,  $w > 0$  - параметр молекулярного поля.

График зависимости макроскопической намагниченности  $M$  (параметра порядка фазового перехода) от температуры  $T$ , построенный в соответствии с выражением (1.92) при различных значениях напряженности магнитного поля  $H$  ( $0 < H_1 < H_2$ ), представлен на рисунке 1.14.

Как показывают приведенные данные, намагниченность  $M$ , являющаяся параметром порядка фазового перехода, в отсутствии магнитного поля равна нулю при  $T > T_C$ , что соответствует парамагнитной фазе, и отлична от нуля при  $T < T_C$ , что соответствует ферромагнитной фазе. В критической точке (температуре Кюри  $T_C$ ) неупорядоченное состояние  $M = 0$  становится неустойчивым и пространственная симметрия нарушается вследствие спонтанной намагниченности  $M > 0$  или  $M < 0$ . При этом намагниченность  $M$  ме-

няется непрерывно, а ее производная по температуре  $T$  испытывает разрыв. Следовательно, такой переход относится к фазовому переходу второго рода.

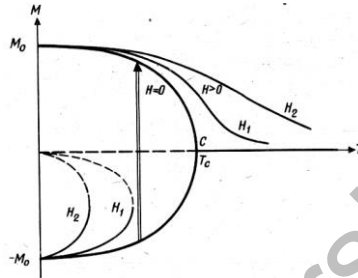


Рисунок 1.14. Зависимость намагниченности ферромагнетика  $M$  Вейсса от температуры  $T$  при различных значениях магнитного поля  $H$  ( $0 < H_1 < H_2$ ),  $C$  - критическая точка (точка Кюри)

Между ферромагнитными фазами  $M < 0$  и  $M > 0$  (стрелки на рисунке 1.14) возможны фазовые переходы второго рода.

### *Аналогии неустойчивостей в полупроводниках с фазовыми переходами*

Полупроводник в состоянии термодинамического равновесия, т.е. в отсутствии внешних электрических и магнитных полей, оптических возбуждений, инжекции и т.д., характеризуется пространственно однородной температурой  $T$ , общей для носителей заряда и решетки, т.е. тепловым равновесием и одинаковым электрохимическим потенциалом носителей заряда – уровнем Ферми  $\varepsilon_F$  или химическим потенциалом.

Среднее число электронов в состоянии  $E$  в зоне проводимости, т.е. вероятность того, что данное состояние занято, определяется распределением Ферми-Дирака

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \exp[(\varepsilon - \varepsilon_F)/(kT)]}, \quad (1.93)$$

а число дырок в состоянии  $\varepsilon$  в валентной зоне определяется выражением

$$f_p(\varepsilon) = 1 - f(\varepsilon). \quad (1.94)$$

В случае невырожденных полупроводников с простой зонной структурой распределение носителей заряда в равновесном состоянии определяется законом Максвелла-Больцмана

$$n_0 = N_c \exp[(\varepsilon_F - \varepsilon_c)/(kT)], \quad (1.95)$$

$$p_0 = N_v \exp[(\varepsilon_v - \varepsilon_F)/(kT)], \quad (1.96)$$

где  $N_c = 2(2\pi m_e^* kT/h^2)^{3/2}$  и  $N_v = 2(2\pi m_p^* kT/h^2)^{3/2}$  - плотности состояний соответственно в зоне проводимости и валентной зоне,  $m_e^*$  и  $m_p^*$  - эффективные массы и  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_v$  - края зоны проводимости и валентной зоны соответственны.

Уровень Ферми определяется из условия квазинейтральности и зависит от температуры и уровня легирования. Из уравнений (1.95) и (1.96) получим

$$n_0 p_0 = N_c N_v \exp[-(\varepsilon_c - \varepsilon_v)/(kT)] = n_i^2, \quad (1.97)$$

здесь  $n_i$  - концентрация собственных носителей заряда.

Из последнего уравнения следует, что произведение  $n_0 p_0$  не зависит от уровня Ферми и, следовательно, от уровня легирования.

Коэффициенты, определяющие перенос носителей заряда - подвижности  $\mu_{n,p}$  и коэффициенты диффузии  $D_{n,p}$  - при тепловом равновесии или вблизи него не являются независимыми, а связаны следующей флуктуационно - диссипативной теоремой [8] - соотношением Эйнштейна

$$eD_{n,p} = \mu_{n,p} kT. \quad (1.98)$$

Вывод полупроводниковой системы из состояния термодинамического равновесия может быть обусловлен различными причинами:

- изменением температуры  $T$  в пространстве;
- зависимостью уровня Ферми от координат;
- различием температуры носителей заряда  $T_e$  и температуры кристаллической решетки  $T_L$ ;
- наличием различных квазиуровней Ферми для электронов  $\mathcal{E}_{F_n}$  и для дырок  $\mathcal{E}_{F_p}$ .

В первых двух случаях, когда градиенты концентрации и уровня Ферми невелики, возможно существование системы в локальном равновесии. При больших градиентах концентрации и уровня Ферми или электростатического потенциала возникают отклонения от линейности в соотношениях между потоком (плотностью тока) и обобщенной силой ( $\nabla T$ ,  $\nabla n$ ,  $\nabla \phi$ ). В первом случае, если градиент температуры велик, из-за локального нагрева джоулевым теплом может возникать тепловая неустойчивость. Во втором случае, из-за инжекции неосновных носителей заряда может возникать градиент их концентрации, что приведет к возникновению диффузионных токов.

Третий случай реализуется, когда носители заряда приобретают кинетическую энергию в электрическом поле или при оптическом возбуждении быстрее, чем могут передать ее кристаллической решетке – системе фононов. Т.е., третий случай реализуется, если постоянная времени возбуждения носителей заряда меньше их времени релаксации по энергии. В этом случае средняя энергия электронов  $\langle \mathcal{E}_e \rangle$  (дырок) больше равновесной величины  $(3/2)kT_L$  и электронная температура  $T_e$  становится больше температуры решетки  $T_L$ , т.е.  $T_e > T_L$ . Температура электронов определяется равенством

$$\langle \mathcal{E}_e \rangle = \frac{3}{2} kT_e. \quad (1.99)$$

Последнее равенство имеет смысл, когда происходит сильное рассеяние носителей заряда друг на друге и реализуется упругое рассеяние носителей заряда на примесях для

хаотизации направлений импульсов и получения изотропного распределения в  $\mathbf{k}$  – пространстве.

Обобщенное распределение (1.99) для случая *смещенного* распределения Максвелла дается формулой

$$\langle \mathcal{E}_e \rangle = \frac{1}{2} m_e^* \langle v_e^2 \rangle = \frac{1}{2} m_e^2 \langle v_e \rangle^2 + \frac{3}{2} kT \quad (1.100)$$

Связь между электронной температурой  $T_e$  и полем  $E$  в пространственно однородном стационарном состоянии следует из уравнения баланса энергии.

$$e\mu E^2 = \frac{3}{2} k(T_e - T_L) / \tau_e. \quad (1.101)$$

Электронную температуру  $T_e$  определяют из формы линии оптического перехода, а температуру решетки  $T_L$  – из отношения заполнения двух примесных уровней электронами [8].

Если электроны в зоне проводимости сильно возмущены, то понятие электронной температуры теряет смысл. Функция распределения не может быть описана с помощью понятия эффективной температуры, а должна определяться из уравнения Больцмана [8]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{q}{h} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{k}} f + \mathbf{v}_e \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f = \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{cm}. \quad (1.102)$$

Правая часть выражения представляет собой интеграл столкновений, описывающий процессы рассеяния носителей заряда на оптических, акустических фононах, примесях, электрон – электронное рассеяние и т.д.:

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{cm} = - \frac{1}{(2\pi)^3} \int [W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t) - W(\mathbf{k}', \mathbf{k}) f(\mathbf{k}', \mathbf{k}, t)] d^3 k' \quad (1.103)$$

Четвертый случай реализуется, когда электроны и дырки не находятся в равновесии друг с другом, но носители за-

ряда в каждой зоне (электроны или дырки соответственно) находятся в состоянии квазиравновесия, которое описывается соответствующими квазиравновесными распределениями Ферми вида (1.93) и (1.94) с различными квазиуровнями Ферми  $\varepsilon_{F_n} \neq \varepsilon_{F_p}$ . Эффективные температуры электронов  $T_e$  и дырок  $T_p$  так же могут различаться.

Концентрации электронов и дырок можно найти из соотношений

$$n = N_C \exp[(\varepsilon_{F_n} - \varepsilon_C)/(kT)], \quad (1.104)$$

$$p = N_C \exp[(\varepsilon_V - \varepsilon_{F_p})/(kT)]. \quad (1.105)$$

Тогда соотношение (1.97) будет иметь вид

$$np = n_i^2 \exp[(\varepsilon_{F_n} - \varepsilon_{F_p})/(kT)]. \quad (1.106)$$

Теперь концентрации носителей заряда  $n$  и  $p$  будут определяться не тепловым равновесием, а неравновесными процессами генерации и рекомбинации.

В качестве примера можно привести  $p$ - $n$  – переход, выведенный из равновесного состояния действием внешнего электрического смещения (напряжения) (рисунок 1.15) или воздействием светового потока (рисунок 1.16).

Под действием прямого смещения в приграничные с  $p$ - $n$  – переходом области полупроводников будут инжектировать неосновные носители заряда. Это приведет к увеличению в приграничных с переходом областях  $n$  - полупроводника концентрации неравновесных дырок, а – в  $p$ - полупроводнике неравновесных электронов. В результате на расстоянии порядка диффузионной длины от границы перехода уровень Ферми  $\varepsilon_F$  расщепляется на два квазиуровня:  $\varepsilon_{F_n}$  - для электронов и  $\varepsilon_{F_p}$  - для дырок. Расстояние между квазиуровнями Ферми составляет  $eV$  (рисунок 1.15).

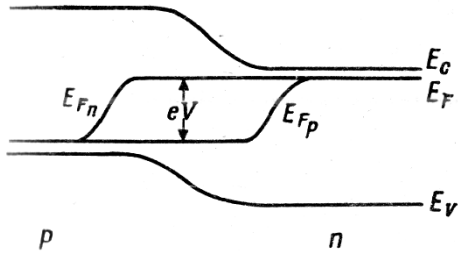


Рисунок 1.15. Схема зонной диаграммы  $p$ - $n$ - перехода, смещенного в прямом направлении.

На рисунке 1.16 показана энергетическая диаграмма полупроводника  $p$  - типа, выведенного из равновесия воздействием светового потока.

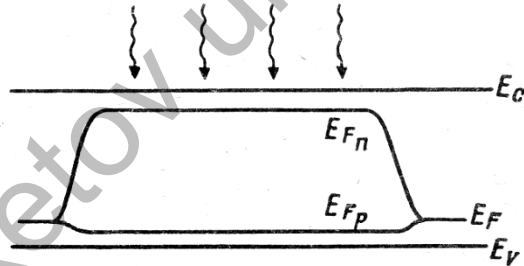


Рисунок 1.16. Зонная структура полупроводника  $p$  - типа, выведенного из равновесия воздействием освещения. Из-за генерации носителей заряда при освещении квазиуровень Ферми для электронов  $E_{Fn}$  повышается, квазиуровень Ферми для дырок  $E_{Fp}$  понижается.

Под действием светового потока генерируются электронно-дырочные пары, что приводит к увеличению концентрации как электронов, так и дырок. В результате происходит изменение положения квазиуровней Ферми. Концентрация неосновных носителей заряда – электронов - растет в

большей степени, чем концентрация основных носителей заряда – дырок. Поэтому квазиуровень Ферми для электронов  $\varepsilon_{F_n}$  испытывает большее смещение, чем квазиуровень для дырок  $\varepsilon_{F_p}$ . В результате квазиуровни Ферми для основных и неосновных носителей заряда смещаются относительно друг друга.

В общем случае количественной мерой нарушения равновесия в полупроводниках служит разность между квазиуровнями Ферми

$$\varepsilon_{F_n} - \varepsilon_{F_p} = kT \ln \frac{np}{n_i^2}. \quad (1.107)$$

Это утверждение также относится к выполнению условия генерации инжекционного лазера. Пороговым условием начала генерации полупроводникового инжекционного лазера является выполнение неравенства

$$\varepsilon_{F_n} - \varepsilon_{F_p} > \varepsilon_g, \quad (1.108)$$

где  $\varepsilon_g$  - ширина запрещенной зоны полупроводника.

Это условие показывает, что фазовый переход в лазере действительно происходит из состояния, далекого от равновесия.

## Глава 2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

### 2.1. Методы описания явлений переноса в полупроводниках

Явления переноса носителей заряда в полупроводниках (кинетические явления) возникают, когда на полупроводник действуют какие-либо внешние силы (например, магнитные, электрические, температурные поля). Выводы теории кинетических явлений могут быть использованы для описания отрицательной дифференциальной проводимости в полупроводниках.

Для описания явлений переноса носителей заряда в полупроводниках используют различные методы. Например, для описания средних значений концентрации носителей заряда и напряженности электрических полей применяют классическое детерминистическое дифференциальное уравнение. Уравнения баланса используются в случаях необходимости определения среднего числа частиц и усредненных значений энергии и импульса носителей заряда. Для определения функции распределения носителей заряда по импульсу и координатам применяют уравнение Больцмана. Моделирование движения отдельных носителей заряда производят методом Монте-Карло.

При моделировании полупроводниковых приборов широко используются классические детерминистические уравнения. Однако важно знать пределы применимости этого

метода, где пренебрегают статическими флуктуациями и квантовыми явлениями. С появлением микроэлектроники, особенно технологии сверхбольших интегральных схем, возникла необходимость развития более детальных теорий, учитывающих особенности физических явлений, возникающих в полупроводниковых образцах с малыми временами (менее пикосекунды) и геометрическими размерами (меньше микрона).

***Уравнения баланса для среднего числа частиц и усредненных значений энергии и импульса носителей заряда***

Уравнениями непрерывности для концентрации  $n$  электронов в зоне проводимости (2.1), концентрации  $p$  дырок в валентной зоне (2.2) и концентрации  $(n_{t_1}, n_{t_2}, \dots, n_{t_M})$  электронов на различных уровнях примесей (2.3) являются классические детерминистические уравнения:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{q} \nabla \cdot j_n = v_n(n, p, n_t, \mathbf{E}), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{q} \nabla \cdot j_p = v_p(n, p, n_t, \mathbf{E}), \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = v_t(n, p, n_{t_i}, \mathbf{E}). \quad (2.3)$$

Здесь функции  $v_n, v_p, v_t = (v_{t_1}, v_{t_2}, \dots, v_{t_M})$  определяют скорости процессов генерации и рекомбинации, которые являются нелинейными функциями координат и электрического поля.

Для решения задачи по моделированию полупроводниковых приборов эти уравнения дополняются уравнениями Максвелла. Для однородной, изотропной, немагнитной, со статической диэлектрической постоянной  $\epsilon_s$ , среды уравнения Максвелла для электрического  $E$  и магнитного полей  $H$  имеют вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{4\pi q}{\epsilon_s} (N_D^* - n - \sum_{i=1}^M n_{t_i} + p), \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\epsilon_s}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p). \quad (2.7)$$

Здесь  $q > 0$  - элементарный заряд,  $N_D$ ,  $N_A$ - концентрации доноров и акцепторов,  $N_D^* = N_D - N_A$  - «эффективная» концентрация доноров.

Предполагая, что температура пространственно однородна, и пренебрегая электротепловыми и магнитными эффектами для плотностей электронного и дырочного токов, имеем:

$$\mathbf{j}_n = q\mu_n n \mathbf{E} + qD_n \nabla n, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{j}_p = q\mu_p p \mathbf{E} + qD_p \nabla p, \quad (2.9)$$

где  $\mu_n$ ,  $\mu_p$ - подвижности, а  $D_n$ ,  $D_p$ - коэффициенты диффузии электронов и дырок.

Поскольку в физических процессах общее число носителей заряда остается неизменным, то имеет место равенство

$$v_n - v_p + \sum_{i=1}^M v_{t_i} = 0. \quad (2.10)$$

Для решения нелинейных уравнений (2.1) - (2.3) в частных производных требуется задать соответствующие граничные и начальные условия. В общем случае аналитическое решение таких уравнений возможно только для приборов с простой геометрией и простыми свойствами контактов, в других случаях для решения нужно использовать численные методы.

### **Уравнения баланса для среднего числа частиц и усредненных значений энергии и импульса носителей**

Для более полной характеристики явления переноса носителей заряда уравнения неразрывности (2.1), (2.3) дополняют уравнениями для средней энергии электрона  $\langle E_e \rangle$  и среднего импульса  $\langle p_e \rangle$ .

$$\langle E_e \rangle + \langle V_e \rangle \cdot \nabla \langle E_e \rangle = -q \langle V_e \rangle \cdot E - \frac{1}{q} \nabla (n \langle V_e \rangle kT) - \frac{\langle E_e \rangle - E_e^0}{\tau_e \langle E_e \rangle}, \quad (2.11)$$

где

$$\langle E_e \rangle = \frac{1}{2} m_e^* \langle v_e^2 \rangle = \frac{1}{2} m_e^* \langle v_e \rangle^2 + \frac{3}{2} kT_e \quad (2.12)$$

средняя энергия электрона;  $V_e(k) = \hbar^{-1} \nabla_k E_e(k)$  – микроскопическая групповая скорость электрона;  $T_e = \langle (v_e - \langle v_e \rangle)^2 \rangle > m_e^* / (3c)$  – электронная температура;  $E_e^0 = \frac{3cT_L}{2}$  – энергия электрона, определяемая тепловым равновесием с решеткой;  $\tau_L$  – время релаксации по энергии,  $m_e^*$  – эффективная масса электрона.

Уравнение баланса для среднего импульса электрона  $\langle p_e \rangle = m_e^* \langle v_e \rangle = \langle \hbar k \rangle^*$  имеет вид

$$\left\langle \frac{\partial p_e}{\partial t} \right\rangle + \langle v_e \rangle \cdot \nabla \langle p_e \rangle = -qE - \frac{1}{n} \nabla (nkT_e) - \frac{\langle p_e \rangle}{\tau_m \langle E_e \rangle}, \quad (2.13)$$

где  $\tau_m$  – время релаксации по импульсу.

### **Квантовая теория явлений переноса**

Физические процессы в приборах с малыми размерами (менее 0,1 мкм) и в системах с высокой плотностью или сильным нелокальным рассеянием становятся, преимущественно, квантовыми и их следует описывать статической матрицей плотности  $\rho$ , определяемой уравнением Неймана:

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho], \quad (2.14)$$

где  $H$ - оператор Гамильтона, а квадратные скобки обозначают коммутатор. Из уравнения (2.14) можно получить основное уравнение Паули для вероятности того, что полупроводник находится в квантово-механическом состоянии  $|i\rangle$  или же можно использовать функцию распределения Вигнера  $f\sigma(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$  и непосредственно рассчитать ожидаемое значение наблюдаемых физических величин, например плотности тока. Функции Вигнера представляют собой квантово-механический аналог классических функций распределения, однако, они не всегда являются положительно определенными, что осложняет их физическую интерпретацию.

## 2.2. Классическое уравнение переноса

### *Функция распределения и кинетические коэффициенты*

С помощью классического уравнения переноса можно вычислить кинетические коэффициенты подвижности, дифференциальной проводимости, диффузии, коэффициенты захвата и т.д., необходимые для описания электрических неустойчивостей в полупроводниках. Эти коэффициенты зависят от параметров, характеризующих свойства вещества, таких, как эффективная масса носителей заряда, энергия ионизации примесей и температура образца, напряжения, приложенного извне, и т.д.

Кинетические коэффициенты усредняют по статистическому ансамблю частиц. Ансамбль характеризуется функцией распределения  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ , нормированной следующим образом:

$$\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int dp f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = n(\mathbf{r}), \quad (2.15)$$

где  $n(\mathbf{r})$  – концентрация носителей заряда в точке  $\mathbf{r}$ .

В пространственно однородной системе функция распределения не зависит от координаты  $\mathbf{r}$ , т.е. концентрация носителей заряда  $n$  постоянная величина.

Выражения типа (2.15) интегрируют по зоне Бриллюэна. При этом плотность тока определяется, как:

$$\mathbf{j} = \frac{2q}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} v(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad (2.16)$$

где  $v(\mathbf{p})$  – групповая скорость носителей заряда.

Из выражения для плотности тока можно найти тензоры подвижности  $\mu_{\alpha\beta}$  и коэффициенты диффузии  $D_{\alpha\beta}$ . Для этого нужно выделить дрейфовую  $j_{dr,\alpha}$  и диффузионную  $j_{dif,\alpha}$  составляющие плотности тока

$$j_{dr,\alpha} = q\mu_{\alpha\beta}nE_{\beta}, \quad (2.17)$$

$$j_{dif,\alpha} = -q \partial(D_{\alpha\beta}n)/\partial x_{\beta} \quad (2.18)$$

В случае кристалла кубической симметрии, при отсутствии внешнего магнитного поля, тензоры  $\mu_{\alpha\beta}$  и  $D_{\alpha\beta}$  сводятся к скалярам и уравнения (2.17) и (2.18) приобретают вид:

$$\mathbf{j}_{dr} = q\mu n\mathbf{E}, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{j}_{dif} = -q\nabla(Dn). \quad (2.20)$$

Неравновесная функция распределения  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  определяется из решения уравнения Больцмана. При этом используется предположение, что процесс захвата носителей заряда примесными атомными центрами происходит намного медленнее, чем обмен энергией и квазиимпульсом между ними. Это упрощающее предположение в кинетическом уравнении позволяет полностью пренебречь процессами захвата и генерации носителей заряда и вычислять функцию распределения только для заданного значения концентрации электронов. Концентрация носителей заряда определяется из урав-

нения кинетики захвата, т.е. из условия рекомбинационного равновесия

$$v(E)n(N - N^-) - n_1N^- = 0. \quad (2.21)$$

При этом коэффициент захвата  $c$  определяется соотношением:

$$c = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3 n} \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) S(\mathbf{p}) v(\mathbf{p}), \quad (2.22)$$

где  $S(\mathbf{p})$ —эффективное сечение захвата электрона примесным центром;  $v(\mathbf{p})$ —скорость электрона.

При термодинамическом равновесии функция распределения  $f_0$  зависит только от энергии электрона. Когда действует внешнее поле, функция распределения  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  изменится и ее удобно представить в виде суммы симметричного  $f_s$  и антисимметричного  $f_a$  слагаемых:

$$f_0 = f_s + f_a, \quad (2.23)$$

для которых, имеют место соотношения

$$f_s(-\mathbf{p}, \mathbf{r}) = f_s(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad (2.24)$$

$$f_a(-\mathbf{p}, \mathbf{r}) = -f_a(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \quad (2.25)$$

В условиях равновесия симметричная составляющая функции распределения  $f_s$  превращается в равновесную функцию распределения  $f_0$ , а антисимметричная  $f_a$  принимает нулевое значение.

Так как скорость  $\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{E}_{\mathbf{p}}$  является нечетной функцией квазиимпульса  $\mathbf{p}$ , только антисимметричное слагаемое  $f_a$  неравновесной функции распределения дает отличный от нуля вклад в плотность тока (2.16). А концентрация электронов (2.15) и коэффициент захвата (2.22) определяются только

симметричной частью  $f_s$  неравновесной функции распределения.

### **Кинетическое уравнение Больцмана**

Кинетическое уравнение Больцмана имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = (\mathbf{v}, \nabla f) + (\mathbf{F}, \nabla_{\mathbf{p}} f) = J[f], \quad (2.26)$$

где  $\mathbf{F}$  - результирующая внешняя сила,  $J[f]$  - интеграл столкновений.

Интеграл столкновений можно представить как сумму двух слагаемых:  $J_{ef}$ , описывающего рассеяние электронов на фонах, на примесях и на других несовершенствах кристаллической решетки, и  $J_{ee}$ , описывающего рассеяние электронов на электронах

$$J[f] = J_{ef}[f] + J_{ee}[f]. \quad (2.27)$$

Если электронный газ невырожден, функционал  $J_{ef}$  линеен, а  $J_{ee}$  - квадратичен по функции распределения  $f(\mathbf{p})$ .

Слагаемое, описывающее рассеяние электронов на фонах, имеет вид:

$$J_{ef}[f] = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p}' \{ \mathcal{P}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) f(\mathbf{p}') - \mathcal{P}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f(\mathbf{p}) \}, \quad (2.28)$$

где  $\mathcal{P}(\mathbf{p}', \mathbf{p})$  и  $\mathcal{P}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  пропорциональны вероятностям рассеяния электронов с изменениями импульса  $\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{p}$  и  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'$ .

Согласно принципу детального равновесия выражение в фигурных скобках в (2.28) в условиях термодинамического равновесия должно тождественно обращаться в нуль. А это возможно при выполнении условия:

$$\mathcal{P}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \mathcal{P}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \exp \left\{ \frac{\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}}}{T_l} \right\}, \quad (2.29)$$

где  $T_l$ -температура кристаллической решетки.

Слагаемое, описывающее электрон - электронное рассеяние, имеет вид:

$$J_{ee}[f] = \int d\mathbf{p}' d\mathbf{p}'' d\mathbf{p}''' Q(\mathbf{p}', \mathbf{p}''; \mathbf{p}, \mathbf{p}''') \{f(\mathbf{p}')f(\mathbf{p}''') - f(\mathbf{p})f(\mathbf{p}'')\}. \quad (2.30)$$

Здесь  $Q$  величина, пропорциональная вероятности электрон - электронного рассеяния, с переходом из начального состояния с импульсами  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}''$  в конечное состояние с импульсами  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{p}'''$ .

В силу закона сохранения энергии и импульса величина  $Q$  в качестве множителя должна содержать выражение

$$\delta(\varepsilon_p + \varepsilon_{p''} - \varepsilon_{p'} - \varepsilon_{p'''})\delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}'' - \mathbf{p}' - \mathbf{p}'''). \quad (2.31)$$

В отсутствие магнитного поля внешняя сила  $F$  задается выражениями

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad (2.33)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\varphi$  - напряженность и потенциал электрического поля.

В состоянии термодинамического равновесия

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = J[f_0] = 0, \quad (2.34)$$

поэтому уравнение (2.26) приобретает вид

$$(\mathbf{v}, \nabla f) + (\mathbf{F}, \nabla_p f) = 0 \quad (2.35)$$

Учитывая равенство  $\mathbf{v} = \nabla_p \varepsilon_p$ , можно показать, что равенство (2.35) удовлетворяется любой функцией от аргумента

$$\varepsilon_p + q\varphi, \quad (2.36)$$

выражающего полную энергию электрона.

Условие  $J[f_0] = 0$  позволяет определить явный вид функции  $f_0$ , которая является функцией Больцмана с температурой решетки  $T_l$

$$f_0 = N \exp\left(-\frac{\varepsilon_p + q\varphi}{T_l}\right), \quad (2.37)$$

где  $N$  - нормировочный множитель.

Распределение электронов по энергиям согласно закону (2.37) происходит вблизи поверхности полупроводника или контакта между полупроводниками с различными работами выхода. Ширина контактной области обычно невелика и сравнима с длиной экранирования Дебая ( $10^{-4} - 10^{-3}$  см). Величина  $|\nabla\varphi|$  может быть большой. Например, при разности работ выхода контактирующих полупроводников около 0,1 эв и толщине контактной области порядка  $10^{-5}$  см значение  $|\nabla\varphi| \sim 10^4$  В/см.

Средний ток, определяемый функцией распределения (2.37), равен нулю. Это объясняется тем, что дрейфовая составляющая тока компенсируется диффузионной составляющей. В этом легко убедиться, подставив значения функции распределения из (2.37) в (2.16) и вычисляя плотность тока.

Таким образом, в условиях термодинамического равновесия контактное поле, возникающее между полупроводниками, не вызывает электрический ток, а следовательно, электронный газ не нагревается.

В случае отсутствия термодинамического равновесия уравнение Больцмана (2.26) удобно использовать в виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (v, \nabla f) + \frac{T}{n} (\nabla n, \nabla_p f) + \left( q\mathbf{E} - T \frac{\nabla n}{n}, \nabla_p f \right) = J[f]. \quad (2.38)$$

Здесь  $-T$  «электронная» температура, которая определяется через среднюю энергию хаотического движения, соответствующую одному электрону:

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{3}{2} T. \quad (2.39)$$

Величину

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} - \frac{T}{q} \frac{\nabla n}{n} \quad (2.40)$$

называют эффективной напряженностью поля (в условиях равновесия  $\mathbf{E}^* = 0$ ).

При малых значениях  $\mathbf{E}$  и  $\nabla n$  равновесие системы нарушается только полем с эффективной напряженностью  $\mathbf{E}^*$ .

Из теории кинетических явлений следует, что при рассматриваемых условиях отношения  $(f - f_0)/f_0$  и  $(T - T_l)/T_l$  есть малые величины соответственно первого и второго порядка малости по величинам  $\mathbf{E}$  и  $\nabla n$ .

Заменим в левой части уравнения (2.40)  $f$  на  $f_0$  и  $T$  на  $T_l$  (в интеграле столкновения функцию  $f$  не меняем на  $f_0$ , так как в интеграле столкновения отсутствуют малые величины  $\mathbf{E}$  и  $\nabla n$ ). В результате в уравнении (2.40) последнее слагаемое остается неизменным (равным  $-q(\mathbf{E}^*, v)(f_0/T)$ ), а третье и второе слагаемые приобретают нулевые значения. Тогда в силу равенств (2.15) и (2.37) получим следующее:

$$\frac{\nabla n}{n} = \frac{\nabla f_0}{f_0}, \quad (2.41)$$

$$\nabla_p f_0 = -\frac{v}{T_l} f_0, \quad (2.42)$$

$$(\mathbf{v}, \nabla f_0) + \frac{T_l}{n} (\nabla n, \nabla_p f_0) = (\mathbf{v}, \nabla f_0) - \frac{T_l}{f_0} (\nabla f_0, v) \frac{f_0}{T_l} \equiv 0. \quad (2.43)$$

При больших отклонениях системы от состояния равновесия приведенные выводы справедливы не в полной мере. Контактное поле участвует и в переносе заряда, и в нагреве носителей заряда. В этом случае для описания неустойчивостей в полупроводниках можно воспользоваться кинетиче-

ским уравнением либо в виде (2.26), либо в виде, записанным относительно симметричной и антисимметричной составляющих функции распределения:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla \mathbf{f}_a) + (\mathbf{F}, \nabla_p F_a) = J_{ef}[f_s] + J_{ee}[f_s f_s] + [f_a f_a], \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla f_s) + (\mathbf{F}, \nabla_p F_s) = J_{ef}[f_a] + J_{ee}[f_a f_s]. \quad (2.45)$$

### **Уравнение непрерывности**

Уравнение непрерывности является следствием закона сохранения. Его можно получить из уравнения Больцмана.

Для вывода уравнения непрерывности обе стороны уравнения Больцмана (2.26) умножают на соотношение  $\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \Phi(\mathbf{p})$  и затем интегрируют по квазиимпульсу  $\mathbf{p}$ . Здесь  $\Phi(\mathbf{p})$  - функция импульса, такая, что произведение  $\Phi(\mathbf{p})f(\mathbf{p})$  быстро стремится к нулю при  $|\mathbf{p}| \rightarrow \infty$ .

Вводя обозначения

$$\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} J[f] \Phi(\mathbf{p}) = J[\Phi], \quad (2.46)$$

$$\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \Phi(\mathbf{p}) = n\langle \Phi(\mathbf{r}) \rangle, \quad (2.47)$$

и учитывая, что

$$\int d\mathbf{p} (\mathbf{F}, \nabla_p f) \Phi = - \int d\mathbf{p} f (\mathbf{F}, \nabla_p) \Phi \quad (2.48)$$

уравнение Больцмана (2.26) можно привести к виду:

$$\frac{\partial n\langle \Phi \rangle}{\partial t} + \frac{\partial (n\langle v_\alpha \Phi \rangle)}{\partial x_\alpha} - n F_\alpha \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial p_\alpha} \right\rangle = J[\Phi]. \quad (2.49)$$

Исследуем уравнение (2.49) при различных значениях функции  $\Phi(\mathbf{p})$ :  $\Phi = 1$ ;  $\Phi = v_\beta$ ;  $\Phi = \varepsilon_p$ .

1. Пусть будет  $\Phi = 1$ . Тогда интеграл  $J[\Phi]$  отличен от нуля только при наличии процессов генерации и рекомбинации носителей заряда. В этом случае,

$$J[1] \equiv \frac{\partial n_{rec}}{\partial t} \quad (2.50)$$

и, используя равенство (2.16), из (2.49) легко получить:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \left( \frac{j}{e} \right) = \frac{\partial n_{rec}}{\partial t}. \quad (2.51)$$

Определив среднюю дрейфовую скорость носителей заряда по формуле

$$\langle \mathbf{v} \rangle \equiv \mathbf{u} = \frac{j}{nq}, \quad (2.52)$$

из (2.51) получим следующее выражение для уравнения непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \mathbf{nu} = \frac{\partial n_{rec}}{\partial t}. \quad (2.53)$$

2. Допустим, что  $\Phi = v_\beta$ . Обсудим вид каждого слагаемого уравнения (2.49) в этом случае.

Первое слагаемое в левой части уравнения (2.49) с учетом равенства (2.52) будет равно  $\partial(nu_\beta)/\partial t$ .

Во втором слагаемом при преобразовании появится выражение

$$\langle v_\alpha v_\beta \rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3 n} \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) v_\alpha v_\beta. \quad (2.54)$$

Представляя компоненты скорости под знаком интеграла в виде суммы компонент дрейфовой скорости  $\mathbf{u}_\alpha$  и скорости хаотического теплового движения носителей заряда  $\mathbf{c}$ :

$$v_\alpha = u_\alpha + c_\alpha(\mathbf{p}), \quad (2.55)$$

и, используя (2.55), получим

$$\langle v_\alpha v_\beta \rangle = u_\alpha u_\beta + \langle c_\alpha c_\beta \rangle. \quad (2.56)$$

В последнем равенстве второе слагаемое представляет собой корреляционную функцию

$$c_{\alpha\beta} = \langle c_\alpha c_\beta \rangle \equiv \frac{2}{(2\pi\hbar)^3 n} \int d\mathbf{p} c_\alpha c_\beta f(\mathbf{p}). \quad (2.57)$$

В результате второе слагаемое в уравнении (2.49) будет иметь вид

$$\frac{\partial \langle n(v_\alpha \phi) \rangle}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial [n(u_\alpha u_\beta + c_{\alpha\beta})]}{\partial x_\alpha}. \quad (2.58)$$

Третье слагаемое в уравнении (2.49) будет равно  $nF_\alpha m_{\alpha\beta}^{-1}$ , где  $m_{\alpha\beta}^{-1} = \langle \frac{\partial v_\alpha}{\partial p_\beta} \rangle$  - средний тензор обратных эффективных масс.

Учитывая уравнение (2.53), а также выражение для третьего слагаемого в (2.49), получим уравнение непрерывности в виде:

$$\frac{\partial (nu_\beta)}{\partial t} + \frac{\partial [n(u_\alpha u_\beta + c_{\alpha\beta})]}{\partial x_\alpha} = nm_{\alpha\beta}^{-1} (F_\alpha + \Gamma_\alpha). \quad (2.59)$$

Здесь введено обозначение  $nm_{\beta\alpha}^{-1}\Gamma_\alpha = J|v_\beta|$ .

Уравнение (2.59) можно записать также в виде:

$$n \frac{\partial u_\beta}{\partial t} + nu_\alpha \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} = - \frac{\partial (nc_{\alpha\beta})}{\partial x_\alpha} - u_\beta \frac{\partial n_{rec}}{\partial t} + nm_{\alpha\beta}^{-1} (F_\alpha + \Gamma_\alpha). \quad (2.60)$$

Это уравнение является аналогом гидродинамического уравнения Навье-Стокса.

3. Если  $\Phi = \mathcal{E}_p$ . Тогда уравнение (2.49) принимает вид:

$$\frac{\partial n(\mathcal{E})}{\partial t} + \text{div} \mathbf{q} - n(\mathbf{F}, \mathbf{u}) = -nP. \quad (2.61)$$

Здесь использованы обозначения:

$$\mathbf{q} = n\langle \mathbf{v}\mathcal{E} \rangle, \quad (2.62)$$

$$nP = -J[\mathcal{E}]. \quad (2.63)$$

Проанализируем каждое слагаемое левой и правой части уравнения (2.61).

В равенствах (2.62) и (2.63) вектор  $\mathbf{q}$  - плотность потока энергии; величина  $nP$  - мощность, выделяющаяся в единице объема кристаллической решетки за счет столкновений. Причем межэлектронные столкновения не вносят вклад в  $P$ , т.е.  $J_{ee}[\mathcal{E}] = 0$ .

Локальную среднюю кинетическую энергию, соответствующую одному электрону в системе отсчета  $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = 0$ , т.е. энергию хаотического движения носителей заряда обозначим  $\bar{\mathcal{E}}$ . Тогда разность

$$\langle \mathcal{E} \rangle - \langle \bar{\mathcal{E}} \rangle = \mathcal{E}_d(\mathbf{u}) \quad (2.64)$$

будет равна энергии дрейфа, определяющейся направленным потоком движения частиц.

Окончательно первое слагаемое в левой части уравнения (2.61) будет равно  $\frac{\partial [n(\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d)]}{\partial t}$ .

Второе слагаемое уравнения (2.61) может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} n\langle \mathcal{E}_p v_\alpha \rangle &= nu_\alpha (\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) + n\langle c_\alpha \mathcal{E}_p \rangle \equiv nu_\alpha (\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) + \\ &+ n\langle c_\alpha \mathcal{E}_p \rangle_0 + n[\langle c_\alpha \mathcal{E}_p \rangle - \langle c_\alpha \mathcal{E}_p \rangle_0], \end{aligned} \quad (2.65)$$

где символ  $\langle \dots \rangle_0$  обозначает локальное среднее, вычисленное в системе отсчета, в которой  $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = 0$ .

Плотность потока энергии (в расчете на одну частицу), обусловленной теплопроводностью электронного газа  $Q_\alpha$  определяется равенством

$$Q_\alpha = \langle c_\alpha \mathcal{E}_p \rangle_0. \quad (2.66)$$

Выражение в квадратных скобках в правой части (2.65) определяет плотность потока энергии  $Q_d$ , связанной с дрейфом носителей заряда:

$$Q_d = \langle c \mathcal{E}_d \rangle - \langle c \mathcal{E}_d \rangle_0. \quad (2.67)$$

Тогда полная плотность потока энергии будет определяться соотношением:

$$\mathbf{q} = n\mathbf{u}(\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) + n(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_d). \quad (2.68)$$

При простом квадратичном законе энергетического спектра носителей заряда  $\mathcal{E}_p = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$  дрейфовый поток энергии равен

$$Q_{d\alpha} = m u_\beta c_{\alpha\beta}. \quad (2.69)$$

В случае анизотропного закона дисперсии  $\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} m_{\alpha\beta}^{-1} p_\alpha p_\beta$  для составляющих дрейфового потока имеем

$$Q_{d\alpha} = m_{\beta\gamma} u_\beta \langle c_\alpha c_\gamma \rangle, \quad (2.70)$$

где  $m_{\beta\gamma}$  – компоненты тензора, обратного тензору  $m_{\alpha\beta}^{-1}$ .

Надо учесть, что при непараболичности энергетического спектра носителей заряда в выражение для потока энергии  $Q_{d\alpha}$  входят корреляционные функции типа  $\langle c_\alpha c_\beta c_\gamma \rangle$ .

Используя полученные выражения (2.65) и (2.68), из (2.61) легко получить для  $J[\varepsilon]$ :

$$\frac{\partial[n(\bar{\mathcal{E}}+\mathcal{E}_d)]}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [nu_\alpha(\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) + nQ_\alpha + nQ_{d\alpha}(\mathbf{u})] - n(\mathbf{F}, \mathbf{u}) = J[\mathcal{E}]. \quad (2.71)$$

Отсюда следует уравнение непрерывности для плотности энергии в виде:

$$\begin{aligned} & n \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) + n(\mathbf{u}, \text{drad}(\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d)) + \text{div}n(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_d) = \\ & = n(\mathbf{F}, \mathbf{u}) - nP - \frac{\partial n_{rec}}{\partial t} (\bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_d) \end{aligned} \quad (2.72)$$

### **Плотность тока**

Определим плотность тока для квадратичного закона дисперсии

$$\mathcal{E}_p = p^2/2m, \quad (2.73)$$

предполагая, что внешняя сила  $\mathbf{F}$  в пространстве является постоянной.

Из (2.16) и (2.23) для плотности тока получим следующее соотношение

$$\mathbf{j} = \frac{2q}{(2\pi\tau)^3} \int d\mathbf{p} v(\mathbf{p}) f_a(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \quad (2.74)$$

Антисимметричную функцию  $f_a$  удобно выразить через симметричную  $f_s$  функцию. Для этой цели вводят оператор  $\hat{\tau}$

$$\hat{\tau}\{J_{ei}[f_a] + J_{ee}[f_s f_a]\} = -f_a. \quad (2.75)$$

Тогда при  $\partial f_a / \partial t = 0$  из уравнения (2.45) получим:

$$f_a = -\hat{\tau}[(v, \nabla f_s) + (\mathbf{F}, \nabla_p f_s)]. \quad (2.76)$$

Если средняя дрейфовая скорость  $\langle \mathbf{v} \rangle \equiv \mathbf{u} = \frac{\mathbf{j}}{ne}$  мала по сравнению со средней скоростью хаотического движения  $v_T = (T/m)^{1/2}$ :

$$u \ll v_T, \quad (2.77)$$

то действие оператора  $\hat{\tau}$  сводится просто к умножению на число  $\tau$  - время свободного пробега носителей заряда по импульсу.

Используя соотношения (2.75) и (2.77) из (2.74) легко получить для плотности тока:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2, \quad (2.78)$$

где составляющие  $\mathbf{j}_1$  и  $\mathbf{j}_2$  равны

$$\mathbf{J}_1 = -\frac{2q}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} v\tau(\mathbf{F}, \nabla_p f_s), \quad (2.79)$$

$$\mathbf{J}_2 = -\frac{2q}{(2\pi\hbar)^3} \int d\mathbf{p} v\tau(\mathbf{v}, \nabla f_s). \quad (2.80)$$

Составляющая плотности тока  $\mathbf{J}_1$  представляет диффузионную составляющую тока. Поскольку внешняя сила  $\mathbf{F}$  в рассматриваемом случае равна  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ , то, интегрируя правую часть равенства (2.79) по углам, получим:

$$\mathbf{j}_1 = \mathbf{j}_{dr} = -\frac{2q^2\sqrt{2m}}{3\tau\hbar^3} \mathbf{E} \int_0^\infty \mathcal{E}^{3/2} \tau \frac{df_s}{d\mathcal{E}} d\mathcal{E}, \quad (2.81)$$

откуда

$$\mathbf{j}_{dr} = qn\mu\mathbf{E}, \quad (2.82)$$

где подвижность носителей заряда  $\mu$  определяется выражением

$$\mu = \frac{q\bar{\tau}}{m}, \quad (2.83)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \tau \left(1 + \frac{2d \ln \tau}{3d \ln \varepsilon}\right) f_s d\varepsilon}{\int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} f_s d\varepsilon} \quad (2.84)$$

Рассмотрим составляющую  $J_2$  плотности тока.

Интегрируя правую часть выражения (2.80) по углам, получим:

$$j_2 = -\frac{4q}{3m^2(2\pi\hbar)^3} \left[ \nabla \int_0^{\infty} p^4 \tau f_s d\mathbf{p} - \int_0^{\infty} p^4 f_s \nabla \tau d\mathbf{p} \right]. \quad (2.85)$$

Вводя обозначение

$$D = \frac{2}{3m} \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon^{3/2} f_s \tau d\varepsilon}{\int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} f_s d\varepsilon}, \quad (2.86)$$

и учитывая соотношение (2.15), из (2.85) получим, что:

$$j_2 = -q \nabla (nD) + \frac{2en}{3m} \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon^{3/2} f_s \tau d\varepsilon}{\int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} f_s d\varepsilon}. \quad (2.87)$$

Из-за неравномерного распределения рассеивающих примесей в пространстве или нарушения равновесия в газе фононов возникает зависимость времени свободного пробега  $\tau$  носителей заряда от координат. В этом случае последнее слагаемое равенства (2.87) будет отлично от нуля. Если же время свободного пробега не зависит от координат, то это слагаемое обращается в нуль и выражение (2.87) приобретает вид:  $\mathbf{j}_{diff} = -q \nabla (Dn)$ . Величина  $D$  здесь имеет смысл коэффициента диффузии горячих электронов.

Из равенств (2.83) и (2.86) получаем обобщенное соотношение Эйнштейна:

$$\frac{\mu}{D} = \frac{3q}{2} \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon^{1/2} \tau \left(1 + \frac{2d \ln \tau}{3d \ln \varepsilon}\right) f_s d\varepsilon}{\int_0^{\infty} \varepsilon^{3/2} \tau f_s d\varepsilon} \equiv \frac{q}{T^*}, \quad (2.88)$$

где  $T^*$  - эффективная температура, определяемая этим равенством, которая вообще говоря, не совпадает с температурой, определяемой равенством (2.39).

В теории кинетических явлений в полупроводниках в слабых электрических полях диффузионный ток определяют из уравнения для плотности тока путем выделения слагаемого, пропорционального коэффициенту диффузии  $D$ .

В слабом электрическом поле симметричная функция распределения  $f_s$  принимает равновесный вид (2.39), где нормировочный коэффициент удобно выразить через химический потенциал  $\xi$ , полагая, что

$$N \exp\left(-\frac{q\varphi}{T_l}\right) = \exp\left(\frac{\xi}{T_l}\right). \quad (2.89)$$

Из (2.15) с учетом (2.89) следует, что концентрация носителей заряда равна

$$n = N_c \exp\left(\frac{\xi}{T_l}\right), \quad (2.90)$$

где  $N_c$  определяется выражением

$$N_c = \frac{2(2\pi m T_l)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (2.91)$$

Соотношение (2.90) входит в выражение для плотности диффузионной составляющей тока  $j_2$ . Следовательно, диффузионную составляющую тока можно изменять, независимо варьируя величины  $T_l$  и  $\xi$ . Поэтому выражение (2.87) при  $\nabla\tau = 0$  можно представить в виде суммы двух слагаемых  $\mathbf{j}'_{dif}$  и  $\mathbf{j}_{th}$ , описывающих плотности тока, связанных с градиентами концентрации носителей заряда и температуры:

$$\mathbf{j}_2 = \mathbf{j}'_{dif} + \mathbf{j}_{th}, \quad (2.92)$$

где

$$\mathbf{j}'_{dif} = -qD(\nabla n)_{T_l}, \quad (2.93)$$

$$\mathbf{j}_{th} = qD \frac{\partial n}{\partial T_l} \nabla T_l - qn \nabla D. \quad (2.94)$$

Соотношение (2.93) определяет плотность диффузионного тока, обусловленного градиентом концентрации, а выражение (2.94) – плотность термоэлектрического тока.

Из (2.94) несложно получить выражение для термо-эдс системы электронов. Дифференциальная термо-эдс  $\alpha$  определяется соотношением

$$j_{th} = -qn\mu\alpha\nabla T_l. \quad (2.95)$$

Из соотношений (2.94), (2.95) и с учетом выражений (2.88)-(2.91) получим:

$$\alpha = -\frac{1}{q} \left[ \frac{\xi}{T_l} - \frac{5}{2} - \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T_l} \right], \quad (2.96)$$

при  $\tau \sim \mathcal{E}^r$ , где  $r$  – постоянное число, определяемое соотношением  $\frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T_l} = r$ .

При учете нагрева электронного газа выделение в плотности тока термоэлектрической составляющей теряет смысл, ибо в неравновесных условиях теряет смысл и само понятие температуры.

В случае постоянной температуры кристаллической решетки будем опускать индекс  $l$  в знаке температуры  $T_l$  в выражениях (2.93) и (2.94).

В этом случае плотность диффузионного тока определяется равенством

$$j_{dif}'' = -qD(\nabla n)_T \quad (2.97)$$

Пренебрегая нагревом электронного газа и производя замену  $T_l \rightarrow T$  из соотношений (2.82), (2.87), (2.93), (2.94) и используя соотношение Эйнштейна, получим

$$\mathbf{j} = qn\mu(T) \left\{ \mathbf{E} - \frac{T}{en} \nabla n - \alpha(T) \nabla T \right\} \quad (2.98)$$

### **Межэлектронные столкновения**

Определение функции распределения из интегро-дифференциальных уравнений (2.44), (2.45) с использованием для интегралов столкновений выражений (2.28), (2.30) является чрезвычайно сложной задачей. Для ее явного решения обычно используют приближения различного рода. Характер приближения зависит от природы преобладающего механизма рассеяния энергии носителей заряда.

Если характерное время изменения поля велико по сравнению со временем релаксации носителей заряда, то  $\partial f_s / \partial t = \partial f_a / \partial t = 0$ , что соответствует стационарному состоянию.

Рассмотрим два частных примера: малых и больших концентрации носителей заряда. В первом случае можно допустить, что взаимодействие между электронами несущественно и перераспределение энергии происходит путем испускания и поглощения акустических и оптических фононов.

Во втором случае, при достаточно большой концентрации носителей заряда в перераспределении энергии основную роль играют межэлектронные столкновения, роль фононов при этом несущественна.

В случае достаточно малых концентрации носителей заряда интегралы столкновений  $J_{ee}$  в правых частях уравнений (2.44), (2.45) можно опустить и получить систему уравнений, описывающих стационарное распределение носителей заряда по энергиям и импульсам:

$$(v, \nabla f_a) + (\mathbf{F}, \nabla_p f_a) = f_{ei}[f_s], \quad (2.99)$$

$$(v, \nabla f_s) + (\mathbf{F}, \nabla_p f_s) = f_{ei}[f_a]. \quad (2.100)$$

При большой концентрации носителей заряда функцию распределения следует определять для двух времен релаксации: времени свободного пробега по импульсу  $\tau$  и времени свободного пробега по энергии  $\tau_{\text{эн}}$ . Обычно время релаксации по импульсу или намного меньше времени релаксации по энергии:  $\tau \ll \tau_{\text{эн}}$ , или одного порядка с ним:  $\tau \sim \tau_{\text{эн}}$ .

Когда время релаксации по межэлектронному столкновению  $\tau_{ee}$  намного меньше времени релаксации по импульсу  $\tau_{ee} \ll \tau$ , можно использовать непосредственно уравнение (2.26). В первом приближении в уравнении (2.26) можно пренебречь всеми слагаемыми, кроме члена, содержащего интеграл межэлектронных столкновений. Тогда функция распределения может быть определена из уравнения

$$J_{ee}[f] = 0. \quad (2.101)$$

Решение уравнения (2.101) в соответствии с соотношениями (2.30) и (2.31) имеет вид

$$f = N \exp[-\varepsilon_{v-u}/T]. \quad (2.102)$$

Формально распределение (2.102) не отличается от обычного максвелловского. Его и называют сдвинутым максвелловским или максвелловским распределением с дрейфом. Величина  $T$  в выражении (2.102) играет роль температуры, которую называют электронной температурой. Однако, поскольку в (2.101) не учитываются процессы взаимодействия электронной системы с кристаллической решеткой, то электронная температура  $T$  может не совпадать с температурой решетки. Но во всех расчетах, связанных только с электронной системой, температуру  $T$  можно рассматривать как термодинамическую. В этом случае, например, справедливо соотношение Эйнштейна для коэффициента диффузии

$$D = \frac{\mu}{q} T_l \quad (2.103)$$

с заменой  $T_l$  на  $T$ .

Значения  $\mathbf{u}$  и  $T$  определяются из уравнений (2.59), (2.72) в следующем приближении, с учетом взаимодействия электронов с окружением в решетке.

При выполнении условия  $\tau \ll \tau_{ee} \ll \tau_{en}$  в уравнении (2.44) можно пренебречь всеми слагаемыми, кроме  $J_{ee}[f]$ .

Тогда в системе координат, где система носителей заряда окажется неподвижной, симметричная часть функции распределения будет иметь вид:

$$f_s = N \exp[-\varepsilon_p/T]. \quad (2.104)$$

Антисимметричная составляющая функции распределения  $f_a$  может быть определена из уравнения (2.45) левая часть, которого имеет вид (2.104). Зная  $f_s$  и  $f_a$  можно найти плотность тока.

Из вышеизложенного следует, что перераспределение энергии электронов в случае малых концентрации носителей заряда существенно отличается от перераспределения энергии в случае большой концентрации носителей. В последнем случае электроны можно рассматривать как термодинамическую подсистему, равновесие внутри которой устанавливается сравнительно быстро за счет межэлектронных столкновений. Вид функции распределения определяется сразу, а медленные процессы взаимодействия носителей заряда с решеткой только определяют параметры  $T$  и  $\mathbf{u}$ , содержащиеся внутри функции  $f(\mathbf{p})$ .

В случае малых концентрации носителей заряда систему электронного газа нельзя рассматривать как самостоятельную подсистему, поэтому функция распределения задается процессами взаимодействия носителей заряда с их окружением в кристаллической решетке.

Критерий состоятельности первого или второго приближения определяется временами свободного пробега по энергии, определяемыми столкновениями электронов друг с другом и с фононами:  $\tau_{ee}$  и  $\tau_{эф}$ .

В случае простого закона дисперсии электронов, обозначив среднюю скорость хаотического движения электронов как  $v_T = \sqrt{T/m}$ , легко получить для времени электрон-электронного столкновения

$$\tau_{ee} \sim (v_T n \sigma_{tr})^{-1}, \quad (2.105)$$

где  $\sigma_{tr}$ - транспортное сечение рассеяния электрона на электро-  
троне.

Так как массы электронов одинаковы, то за время меж-  
электронного столкновения  $\tau_{ee}$  в среднем передается энергия  
порядка  $T$ . С другой стороны, время свободного пробега  
электронов по энергии, определяемое столкновениями с фо-  
нонами может быть представлено соотношением

$$\tau_{эн} \sim \frac{T}{qEu}. \quad (2.106)$$

Правая часть этого выражения определяет время, в те-  
чение которого электрон, двигаясь в электрическом поле  $E$ ,  
набирает энергию порядка  $T$ . В стационарном случае за это  
же время электрон успеет передать энергию порядка  $T$  фоно-  
нам.

Обозначим отношение этих времен символом  $\gamma$ :

$$\gamma \equiv \frac{\tau_{эн}}{\tau_{ee}} \sim \frac{Tn\sigma_{tr}v_r}{qEu}. \quad (2.107)$$

С учетом того, что  $l = \tau v_r$  и  $u = \frac{qEl}{mv_r}$ , имеем:

$$\gamma \sim \frac{n\sigma_{tr}T^2}{q^2E^2l}. \quad (2.108)$$

Оценим сечение рассеяния электрона на электро-  
не  $\sigma_{tr}$ .

Взаимодействие между электронами экранируется по-  
тенциалом экранирования  $U$  вследствие наличия остальных  
электронов. Согласно формуле Дебая потенциал экранирова-  
ния равен:

$$U = \frac{q^2}{\epsilon r} \exp(-r/r_0). \quad (2.109)$$

Здесь  $r$ - расстояние между электронами,  $\epsilon$ - диэлектрическая  
проницаемость кристаллической решетки, дебаевский радиус  
 $r_0$  определяется выражением

$$r_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon T}{8\pi n q^2}}, \quad (2.110)$$

которое справедливо при выполнении условий

$$l \gg r_0, T \gg \frac{q^2}{\varepsilon}, r_0 \gg n^{-1/3}. \quad (2.111)$$

Известно, что задача о движении двух частиц (в нашем случае - о столкновении двух электронов) сводится к двум задачам: свободное движение центра инерции и движение одной частицы с приведенной массой в центральном поле  $U$ . Вторая задача практически не отличается от задачи рассеяния электронов на заряженной примеси. Воспользуемся соответствующим значением для  $\sigma_{tr}$ :

$$\sigma_{tr} \approx \frac{\pi q^4}{\varepsilon^2 T^2} \ln \frac{\varepsilon T r_0}{q^2}. \quad (2.112)$$

Тогда,

$$\gamma \approx \frac{\pi n q^2}{\varepsilon^2 l E^2} \ln \frac{\varepsilon T r_0}{q^2}. \quad (2.113)$$

При  $\gamma \ll 1$  рассеяние электронов друг на друге не существенно, а при  $\gamma \gg 1$  оно является доминирующим.

### **Применяемые приближения**

Проблема вычисления функции распределения в общем случае связана с большими трудностями.

Даже в однородном поле, когда производные по пространственным координатам равны нулю, не удастся получить точные аналитические решения уравнений (2.44) и (2.45). В случае более сложных систем для решения кинетических уравнений приходится либо применять численные методы, либо задавать какой-либо интуитивный вид функции распределения. При этом параметры  $N$ ,  $T$ ,  $\mathbf{u}$ , характеризующие систему, будут определяться из уравнений (2.51),

(2.59) и (2.72) независимо от того, какой именно механизм рассеяния энергии электронов доминирует. В пространственно неоднородном случае ситуация усложняется и расчеты становятся еще менее надежными.

Еще раз подчеркнем, что неоднородность системы может быть связана не только с макроскопическими неоднородным легированием, наличием контактов и т.д., но и с другими менее тривиальными причинами. Например, пространственно однородная система в условиях термодинамического равновесия, может перейти в неоднородное состояние при нарушении этого равновесия каким-либо образом.

Теория горячих электронов в произвольной пространственно неоднородной системе связана с существенными математическими трудностями. В системе, имеющей только неравновесную неоднородность, эти трудности удается обойти. Например, если такие величины, как концентрации частиц, напряженность электрического поля и т.д. мало изменяются за время свободного пробега по энергии  $\tau_{en}$  и на длине свободного пробега по энергии  $l_{en}$ , то временная зависимость кинетических коэффициентов определяется мгновенными и локальными значениями той или иной макроскопической величины. Приближения такого типа называют локальными.

Когда в рассеянии энергии доминирует электрон-электронное столкновение, задача вычисления функции распределения упрощается. Используя приближение  $J_{ei}[f_a] = -\frac{f_a}{\tau(\mathcal{E}_p)}$  и вид функции распределения  $f_s = N \exp[-\mathcal{E}_p/T]$ , можно показать, что все кинетические коэффициенты локально выражаются только через электронную температуру  $T$ .

Действительно, когда симметричная функция распределения  $f_s$  задается явным выражением, для антисимметричной функции  $f_a$  формально получается та же задача, что и в слабом поле, только с заменой  $T_l$  на  $T$ . Следовательно, для подвижности и коэффициента диффузии можно пользоваться формулами стандартной теории, производя замену  $T_l$  на  $T$ . Также можно использовать понятие коэффициента захвата,

если пренебречь явной зависимостью сечения захвата от напряженности поля. Это справедливо, если величина напряженности поля  $E$  мала по сравнению с характерной напряженностью поля кристаллической решетки, составляющей более, чем  $(10^3 \div 10^4)$  В/см.

В случае, когда в рассеянии энергии электронов доминирующую роль играют фононы, ситуация оказывается более сложной. В этом случае используются три приближения – «полевое», «токовое», «мощностное», а кинетические коэффициенты локально зависят соответственно от напряженности поля, от плотности тока и от потребляемой мощности.

### ***Внутреннее поле и граничные условия***

Рассмотрим пространственно неоднородную систему, находящуюся в состоянии термодинамического равновесия. Обозначим внутреннее поле системы как  $E_0 = -\nabla\varphi_0$ , а внешнее поле - как  $E_1$ .

В этом случае сила  $F$ , в кинетическом уравнении, будет иметь вид:  $F = q(E_0 + E_1)$ .

Для определения возможности применения того или иного приближения необходимо определить аргументы, от которых зависит функция распределения.

Обычно внутреннее поле локализуется в ограниченной области образца. Пусть роль неоднородности играет контакт. Тогда напряженность поля  $E_0$  отлична от нуля только в контактном слое объемного заряда. В области объемного заряда так же происходит изменение концентрации носителей заряда.

В зависимости от соотношения между толщиной слоя объемного заряда (контактного слоя  $l_k$ ) и длиной свободного пробега  $l$  по импульсу различают два предельных случая: «тонкий» слой, когда  $l_k \ll l$ , и «толстый» слой, когда  $l_k \gg l$ . В случае «тонкого» слоя имеет место соотношение

$$l \gg l_k \frac{T}{\psi_0}, \quad (2.114)$$

где  $\psi_0$ -разность работ выходов двух контактирующих материалов.

Для случая «толстого» слоя справедливо соотношение

$$l \ll l_k \frac{T}{\psi_0}. \quad (2.115)$$

В этом случае слой объемного заряда велик. Толщина слоя обратно пропорциональна концентрации носителей заряда.

Проанализируем каждый из этих случаев. Рассмотрим тонкий слой объемного заряда. Запишем кинетическое уравнение по отдельности для области объемного заряда – «контактная» область ( $l_k \leq x \leq 0$ ), и для области вне объемного заряда – «внутренняя» область ( $x \geq 0$ ). Вне области объемного заряда  $E_0 = 0$ , а внутри нее можно пренебречь интегралом столкновения. Для определенности допустим, что контакт между полупроводниками происходит по плоскости  $x = -l_k$  и  $E_1 \parallel E_0 \parallel Ox$ , система однородна вдоль осей  $Ox$  и  $Oz$ . Тогда кинетическое уравнение для этих областей будет иметь вид:

- для «контактной» области

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + F \frac{\partial f}{\partial p_x} = 0. \quad (2.116)$$

- для «внутренней» области

$$(v, \nabla f) + qE_1 \frac{\partial f}{\partial p_x} = J[f]. \quad (2.117)$$

При решении уравнений (2.116) и (2.117) используются следующие граничные условия:

- при  $f = 0$  функция  $f$  и ее производная по  $x$  должны быть непрерывными;
- при  $x = -l_k$  должны задаваться граничные условия, характерные для данного контакта, например, фиксированная концентрация носителей заряда;
- при  $x \rightarrow \infty$  функция  $f$  должна быть ограниченной;

- функция  $f$  должна быть нормируемой в пространстве импульсов.

Решая уравнения (2.116) и (2.117) с этими граничными условиями можно убедиться, что наличие тонкого слоя объемного заряда приводит к зависимости функции распределения от координат. Эта зависимость существенна во всей области  $-l_k \leq x \leq l_{эн}$ .

Buketov university

### **Глава 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ С ОДНОРОДНЫМ ПОЛУПРОВОДНИКОМ С НЕЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ**

#### **3.1. Неустойчивость в электрической цепи с однородным полупроводником с нелинейной характеристикой**

Электрические неустойчивости, обнаруженные в полупроводниках, открывают принципиально простой способ преобразования электромагнитной энергии с помощью однородных полупроводников, не содержащих ни  $p-n$  – переход, ни каких-либо других искусственно созданных макроскопических неоднородностей.

В однородных полупроводниках с нелинейной вольт – амперной характеристикой могут возникать электрические неустойчивости, приводящие к генерации и усилению электромагнитных колебаний, стабилизации тока, эффектам «памяти» и т.д. Следовательно, однородные полупроводниковые образцы можно использовать в качестве элементов электрической цепи.

Однако свойства однородных полупроводников как элементов электрической цепи существенно отличаются от обычных элементов электрической цепи – например, туннельного диода, биполярного транзистора. Так, состояния однородных полупроводников с нелинейной вольт – амперной характеристикой может быть неустойчивыми относительно развития малых флуктуаций объемной плотности заряда и напряженности электрического поля.

На практике реализация пространственно однородного состояния системы, в котором дифференциальная проводимость отрицательна, составляет определенную трудность, так как такая система за очень короткое время может переходить в существенно неоднородное состояние, например, могут возникать электрические домены. Однородное состояние с отрицательно дифференциальной проводимостью существует в течение очень короткого отрезка времени, порядка  $10^{-10}$  сек.

Таким образом, возникают две проблемы. Первая состоит в определении возможности использования однородных полупроводников с нелинейной вольт - амперной характеристикой в качестве элемента электрической цепи. Вторая – в исследовании возможности создания устойчивой, пространственно однородной системы с отрицательной дифференциальной проводимостью, опять таки с целью использования ее в качестве элемента электрической цепи.

Рассмотрим возможность использования однородных полупроводников с нелинейной вольт - амперной как элемента электрической цепи.

Свойства полупроводникового образца как элемента электрической цепи удобно характеризовать с помощью понятия импеданса  $Z(\omega)$ .

Пусть к исследуемому образцу подводится слабое переменное напряжение, которое можно представить в виде ряда Фурье

$$\delta V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \delta V(\omega) e^{-i\omega t}, \quad (3.1)$$

где  $\omega$  – частота напряжения.

Если изменение полного тока через образец  $\delta J$  представить также в виде ряда Фурье, то:

$$Z(\omega) \delta J(\omega) = \delta V(\omega), \quad (3.2)$$

где  $Z(\omega)$  - дифференциальный импеданс на частоте  $\omega$ .

Полный ток через образец определяется суммой тока проводимости и тока смещения

$$\mathbf{J} = \mathbf{j} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (3.3)$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость образца.

Согласно уравнению Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0. \quad (3.4)$$

Из равенства (3.4) следует, что величина  $\delta \mathbf{J}$  соответствует изменению силы тока в последовательной нагрузке. А из равенства (3.2) следует, что импеданс определяет реакцию системы на слабое воздействие. Т.е. он определяет малое изменение полного тока при малом изменении напряжения на образце.

Таким образом, состояние электрической цепи с однородным полупроводником с нелинейной вольт - амперной характеристикой определяется комплексным импедансом цепи. Поэтому состояние системы определяют на основании результатов исследования свойств ее импеданса:

1. Если мнимая составляющая импеданса равна нулю ( $\operatorname{Im} Z(\omega) = 0$ ), а вещественная его часть меньше нуля ( $\operatorname{Re} Z(\omega) < 0$ ), то образец может работать как усилитель соответствующей частоты;

2. В режиме заданного тока, т.е. когда отсутствуют флуктуации тока ( $\delta J = 0$ ), также не должно флуктуировать и напряжение ( $\delta V = 0$ ). Однако, исключение составляет случай

$$Z^{-1}(\omega) = 0. \quad (3.5)$$

когда, согласно (3.2), величина  $\delta V$  может принимать произвольное значение, т.е. может колебаться. Корни комплексного уравнения (3.5), т.е. полюсы импеданса, определяют собственные частоты колебаний напряжения на образце. Из выражения (3.1) следует, что эти колебания могут быть либо

затухающими, либо нарастающими, в зависимости от того, где находятся полюса импеданса: в нижней или в верхней полуплоскостях комплексной переменной  $\omega$ .

3. В режиме заданного напряжения  $\delta V = 0$ , т.е. когда напряжение не флуктуирует, должны отсутствовать и флуктуации тока  $\delta J$ . Исключение составляет случай

$$Z(\omega) = 0, \quad (3.6)$$

когда согласно соотношению (3.2)  $\delta J(\omega)$  может принимать произвольное значение, т.е. полный ток может колебаться.

Корни уравнения (3.6), т.е. нули импеданса, определяют собственные частоты колебаний тока в контуре, содержащем рассматриваемый образец. Характер колебаний – являются они затухающими или нарастающими – зависит от того, лежат ли нули импеданса в нижней или в верхней полуплоскости комплексной переменной  $\omega$ .

Таким образом, обращение импеданса электрической цепи, содержащего однородный полупроводник с нелинейной вольт - амперной характеристикой, в нуль или в бесконечность, хотя бы в одной точке верхней полуплоскости комплексной переменной  $\omega$ , может привести к самопроизвольной генерации колебаний. Частота этих колебаний определяется вещественной частью корней уравнения  $Z^{-1}(\omega)$  или  $Z(\omega)$ . Это явление называют *электрической неустойчивостью цепи*, содержащий однородный полупроводник с нелинейной вольт - амперной характеристикой.

### **3.2. Вычисление импеданса полупроводника при малых отклонениях от однородности**

Определим импеданс электрической цепи с полупроводником при малом отклонении от однородности.

Пусть к исследуемому полупроводнику подводится малое переменное напряжение, которое можно представить в виде ряда Фурье (3.1). Состояние системы при действии этого переменного напряжения определим с помощью ее импеданса. При определении импеданса по формулам (3.1) и (3.2) надо учесть, что изменение напряжения на образце связано с изменением напряженности поля  $\delta E(x, t)$  в различных его точках:

$$\delta V(t) = \int_0^L \delta E(x, t) dx. \quad (3.7)$$

Здесь  $L$  - длина образца. В одномерном случае  $\delta E$  зависит только от координаты  $x$ , которая изменяется в интервале  $0 \leq x \leq L$ .

Из равенства (3.3), варьируя его по  $x$ , получим

$$\delta J(t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \delta E(x, t)}{\partial t} + \delta j(x, t) \quad (3.8)$$

Плотность тока определяется дрейфовой и диффузионной составляющими

$$j = e\mu n E - e \frac{\partial(Dn)}{\partial x}. \quad (3.9)$$

Используя последнее равенство, легко получить

$$\delta j = e\mu_0 E_0 \delta n + \sigma \delta E - e \frac{\partial}{\partial x} \left( D_0 \delta n + n_0 \frac{dD}{dE} \delta E \right), \quad (3.10)$$

где

$$\sigma = en_0 \left( \frac{d(\mu E)}{dE} \right)_{E=E_0}, \quad (3.11)$$

$n_0$  и  $E_0$  - значения концентрации свободных носителей заряда и напряженности поля в отсутствие сигнала,  $\mu_0 = \mu(E_0)$ ,  $D_0 = D(E_0)$ .

Определим импеданс однородного образца, считая, что  $n$  и  $E$  постоянны в отсутствие сигнала.

В случае модели электронной температуры плотность тока определяется выражением

$$\mathbf{j} = en\mu(T) \left[ \mathbf{E} - \frac{T}{en} \nabla n - \alpha(T) \nabla T \right], \quad (3.12)$$

отсюда

$$\delta j = en_0 \mu_0 \left[ \delta E + \frac{T}{en_0} \nabla \delta n - \alpha \nabla \delta T \right] + en_0 E_0 \frac{d\mu}{dT} \delta T + \mu_0 E_0 \delta n, \quad (3.13)$$

где  $\alpha$ - дифференциальная термоэдс.

Таким образом, вычисление импеданса образца в модели электронной температуры сводится к определению функций  $\delta E$ ,  $\delta n$  и  $\delta T$ .

Рассмотрим задачу о вычислении импеданса образца в *рамках полевой модели*. Характерные длины и промежутки времени, на которых происходит заметное изменение величин  $\delta n(x, t)$  и  $\delta E(x, t)$  существенно превышают длины и времена свободного пробега носителей заряда. Поэтому при решении рассматриваемой задачи можно использовать уравнения обычной электродинамики.

Обозначим как  $\rho$  абсолютную величину объемной плотности заряда электронов, а плотность неподвижного компенсирующего заряда обозначим как  $\rho_0$ . Значение  $\rho$  зависит от вида нелинейности:

- в случае *дрейфовой нелинейности*

$$\rho = en, \quad (3.14)$$

- в случае *рекомбинационной нелинейности*

$$\rho = e(n + n_t), \quad (3.15)$$

где  $n_t$  – концентрация электронов, связанных на ловушках.

С учетом вышесказанного уравнение непрерывности и уравнение Пуассона будут иметь вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (3.16)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} (\rho - \rho_0). \quad (3.17)$$

Полный ток, определяемый уравнением (3.3) в одномерном случае зависит только от времени  $t$ :

$$\mathbf{J} = J(t). \quad (3.18)$$

В случае рекомбинационной нелинейности в рассмотрение надо добавить еще уравнение рекомбинационной кинетики.

При наличии центров рекомбинации одного типа уравнение рекомбинационной кинетики  $\frac{\partial N^-}{\partial t} = c_0 [v(E)n(N - N^-) - n_1 N^-]$  имеет вид:

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = c_0 [n(N - n_t)v(E) - n_1 n_t]. \quad (3.19)$$

Допустим, что имеют место соотношения

$$E = E_0 + \delta E; \quad n = n_0 + \delta n; \quad \rho = \rho_0 + \delta \rho; \quad n_t = n_{t,0} + \delta n_t, \quad (3.20)$$

где величины  $\delta E$ ,  $\delta n$ ,  $\delta \rho$ ,  $\delta n_t$  – сравнительно малые добавки, по которым будут линеаризоваться уравнения (3.16) – (3.19). Эти величины, удобно представить, в соответствии с (3.1), в виде разложения в тригонометрический ряд Фурье.

Однако, представление в виде (3.1) справедливо для функций, обращающихся в нуль при  $t \rightarrow \pm\infty$ . В условиях неустойчивости, величины  $\delta E$ ,  $\delta n$ ,  $\delta \rho$ ,  $\delta n_t$  не удовлетворяют этому условию, т.к. они при  $t \rightarrow \pm\infty$  возрастают по экспо-

ненте. Чтобы обойти эти осложнения, рассматриваемую величину при  $t \geq 0$  можно представить в виде

$$\delta \vec{E} = \delta E e^{-\gamma t} \mathbf{v}, \quad (3.21)$$

где  $\gamma > 0$  – достаточно большая величина.

Подставляя (3.20) в (3.10) и (3.19), произведя линеаризацию и преобразование Фурье, получим уравнение для Фурье - компонент напряженности поля:

$$\mathcal{G}(\omega) \delta E(x, \omega) = \beta \delta J(\omega). \quad (3.22)$$

Здесь  $\beta$  - число,  $\mathcal{G}(\omega)$  - линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами. Он определен в пространстве функций, удовлетворяющих указанным ниже граничным условиям, и имеет вид

$$\mathcal{G}(\omega) = a_2 \frac{d^2}{dx^2} + a_1 \frac{d}{dx} + a_0, \quad (3.23)$$

где  $a_0, a_1, a_2$  - постоянные коэффициенты. Явный вид этих коэффициентов и величина  $\beta$  различны в случаях дрейфовых и рекомбинационных нелинейностей и определяются следующим образом:

- в случае дрейфовой нелинейности

$$a_0 = i\omega - \frac{4\pi}{\varepsilon} \sigma, \quad a_1 = -\mu_0 E_0 + \frac{8\pi}{\varepsilon} E_0 \rho_0 \frac{dD}{dt}, \quad a_2 = D_0, \quad (3.24^*)$$

$$\beta = \beta' = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \mathbf{B}, \quad (3.24)$$

где  $\frac{dD}{dt} = \frac{dD}{d(E^2)}$ ;

- в случае рекомбинационной нелинейности

$$a_0 = \tau_g^{-1} \left[ \omega^2 \tau_g^2 + i\omega \tau_g \left( \frac{\tau_g}{\tau_M} + \frac{\tau_g}{\tau_r} \right) + \frac{\tau_g^2}{\tau_M \tau_G} \left( \frac{d \ln v}{d \ln E} - 1 \right) + \frac{\tau_g}{\tau_M} \right], \quad (3.25^*)$$

$$a_1 = -\mu_0 E_0 \left[ \frac{D\tau_g}{\mu_0 E_0 \tau_M \tau_c} \frac{d \ln v}{d \ln E} + 1 - i\omega\tau_g \right], \quad (3.25^{**})$$

$$a_2 = D(1 - i\omega\tau_g), \quad \beta = \beta'' = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \left( \frac{\tau_g}{\tau_r} - i\omega\tau_g \right). \quad (3.25)$$

Здесь

$$\tau_M = \frac{\varepsilon}{4\pi e n_0 \mu}. \quad (3.26)$$

$\tau_M$  — максвелловское время релаксации, а  $\tau_g$ ,  $\tau_c$ ,  $\tau_r$  — характерные «рекомбинационные» времена, соответственно: время генерации, время захвата, время жизни свободных носителей заряда, которые определяются следующим образом:

$$\tau_g = n_{t,0} [c_0 v(E_0) N n_0]^{-1}; \quad \tau_c = [c_0 v(E_0) (N - n_{t,0})]^{-1} \quad \text{и} \\ \tau_r = \frac{\tau_c \tau_g}{\tau_c + \tau_g} \quad (3.27)$$

Согласно равенству (3.2) величины  $\delta J$  и  $\delta E(x, \omega)$  связаны соотношением

$$\delta J(\omega) = Z^{-1}(\omega) \int_0^L \delta E(x, \omega) dx. \quad (3.28)$$

Таким образом, выражение (3.22) является интегро-дифференциальным уравнением.

Для решения задачи о вычислении импеданса это уравнение надо дополнить граничными условиями.

Если флуктуации поля и плотности заряда происходят при заданных условиях на контактах (граничные условия для  $E_0$  и  $E(x, t)$  одни и те же), то граничные условия для малых вариаций  $\delta E(x, t)$  оказываются однородными:

$$\delta E(0, t) = \delta E(L, t) = 0. \quad (3.29)$$

В действительности условия на контактах сами могут флуктуировать. Кроме того, пространственно однородное решение само является только приближенным. Поэтому гра-

нические условия для вариации напряжения и плотности заряда не следует писать формально, просто производя стандартную линеаризацию граничных условий для соответствующих величин.

В феноменологической теории подбирают разумные граничные условия и в последующем проверяют их путем сопоставления с опытными данными. Аналогичный подход применяют и при выборе граничных условий для флуктуаций.

Кроме условия (3.29) нужно учитывать также:

- условие периодичности (полной объемной нейтральности при флуктуациях)

$$\delta E(L, t) = \delta E(0, t), \quad \delta \rho(L, t) = \delta \rho(0, t) \quad (3.30)$$

или

$$\delta E(L, \omega) = \delta E(0, \omega), \quad \delta \rho(L, \omega) = \delta \rho(0, \omega); \quad (3.31)$$

- условие фиксированной граничной концентрации носителей заряда

$$\rho(0, t) = \rho_1, \quad \rho(L, t) = \rho_2. \quad (3.32)$$

Тогда, согласно уравнению Пуассона имеем

$$\frac{\partial \delta E}{\partial x}(x = 0, L) = 0 \quad (3.33)$$

Соотношения (3.30), (3.31), (3.32) являются частными случаями следующих однородных граничных условий:

$$\left( \alpha_1 \delta E + \beta_1 \frac{\partial \delta E}{\partial x} \right)_{x=0} = 0, \quad (3.34)$$

$$\left( \alpha_2 \delta E + \beta_2 \frac{\partial \delta E}{\partial x} \right)_{x=L} = 0, \quad (3.35)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  - постоянные величины.

Более общие граничные условия имеют вид:

$$\left(g_1 \delta E + \frac{\partial \delta E}{\partial x}\right)_{x=0} + h_1 \delta J = 0; \quad (3.36^*)$$

$$\left(g_2 \delta E + \frac{\partial \delta E}{\partial x}\right)_{x=0} + h_2 \delta J = 0. \quad (3.36)$$

где  $g_1, g_2, h_1, h_2$  - постоянные величины, зависящие от свойств контакта.

Оператор  $\mathcal{G}(\omega)$  в (3.22), вообще говоря, не эрмитов. Сопряженный ему оператор имеет вид:

$$\mathcal{G}^* = a_2 \frac{d^2}{dx^2} - a_1 \frac{d}{dx} + a_0, \quad (3.37)$$

а граничные условия, сопряженные (3.34) и (3.35), имеют вид:

$$(a_1 \beta_2 - a_2 \alpha_2) \varphi(L) - \alpha_2 \beta_2 \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=L} = 0, \quad (3.38^*)$$

$$(a_2 \alpha_1 - a_1 \beta_1) \varphi(0) + a_2 \beta_1 \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0} = 0, \quad (3.38)$$

где  $\varphi(x)$  - функции, в пространстве которых определен оператор  $\mathcal{G}^*$ .

### 3.3. Импеданс однородного полупроводникового образца с нелинейной вольт - амперной характеристикой

Импеданс полупроводникового образца определим путем решения уравнения (3.22) при различных граничных условиях: *периодичности* и *нулевого условия*.

**1. Условие периодичности** (3.30) или (3.31).

Общее решение уравнения (3.22) с учетом (3.30) и (3.31) можно представить в виде

$$\delta E(x, \omega) = \frac{\beta}{a_0} \delta J + \sum_k A_k e^{ikx}, \quad (3.39)$$

где

$$k = \frac{2\pi}{L} i, i = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.40)$$

здесь  $A_k$  - произвольные коэффициенты.

Если значение  $\delta E(x, \omega)$  из (3.39) подставить в подынтегральное выражение (3.1), то легко убедиться, что второе слагаемое выражения (3.39) не вносит вклад в значение интеграла. Тогда

$$\delta V(\omega) = \frac{\beta L}{a_0} \delta J \equiv Z \delta J. \quad (3.41)$$

Из соотношений (3.24), (3.25), (3.27) – для импеданса образца имеем:

1) в случае дрейфовой нелинейности

$$Z = -\frac{4\pi L}{\varepsilon} \frac{1}{i\omega - \frac{4\pi}{\varepsilon}\sigma}; \quad (3.42)$$

2) в случае рекомбинационной нелинейности

$$Z = \frac{4\pi L}{\varepsilon} \frac{\tau_g^2(i\omega - \tau_r^{-1})}{\omega^2 \tau_g^2 + i\omega \tau_g \left( \frac{\tau_g}{\tau_M} + \frac{\tau_g}{\tau_r} \right) + \frac{\tau_g^2}{\tau_M \tau_c} \left( \frac{d \ln v}{d \ln E} - 1 \right) - \frac{\tau_g}{\tau_M}}. \quad (3.43)$$

Используя выражения (3.42) и (3.43), полученные для импеданса однородного полупроводника с нелинейной ВАХ, исследуем поведение системы. Для этого, используя полюсы, нули и знаки вещественных составляющих выражений (3.42) и (3.43) импеданса, определим собственные частоты колебаний тока и напряжений.

В случае дрейфовой нелинейности импеданс однородного полупроводника (3.42) имеет полюс

$$\omega = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} i. \quad (3.44)$$

При  $\sigma < 0$  решение уравнения (3.42) принимает отрицательное значение  $\omega < 0$ , этот полюс расположен в верхней полуплоскости комплексной переменной. Следовательно, в режиме заданного тока в цепи с однородным полупроводником возможно возникновение электрической неустойчивости.

Легко убедиться, что при  $\sigma < 0$  вещественная часть импеданса (3.42) отрицательна:  $ReZ(\omega) < 0$ . Следовательно, однородный полупроводниковый образец в цепи может работать как активный элемент.

В случае рекомбинационной нелинейности импеданс однородного полупроводника, определяемый выражением (3.43), имеет нуль при значении частоты

$$\omega = -i\tau_r^{-1}, \quad (3.45)$$

и полюсы, когда имеет место соотношение

$$\omega\tau_g = -\frac{i}{2}\left(\frac{\tau_g}{\tau_M} + \frac{\tau_g}{\tau_r}\right) \pm \sqrt{-\frac{1}{4}\left(\frac{\tau_g}{\tau_M} + \frac{\tau_g}{\tau_r}\right)^2 + \frac{\tau_g}{\tau_M} - \frac{\tau_g^2}{\tau_M\tau_c}\left(\frac{d\ln v}{d\ln E} - 1\right)}. \quad (3.46)$$

Соотношение (3.46) - решение квадратного уравнения относительно  $\omega\tau_g$ , являющегося знаменателем импеданса (3.43).

Так как  $\tau_r > 0$ , то из (3.45) следует  $\omega < 0$ , т.е. нуль импеданса (3.42) в случае рекомбинационной нелинейности, расположен в нижней полуплоскости комплексной переменной. Это означает, что в электрической цепи с однородным полупроводником с нелинейной вольт - амперной характеристикой под воздействием малого сигнала возникает электри-

ческое колебание, которое затухает благодаря рекомбинации избыточных носителей заряда.

При выполнении условия

$$\frac{\tau_g}{\tau_c} \left( \frac{d \ln v}{d \ln E} - 1 \right) > 1 \quad (3.47)$$

мнимая часть одного из полюсов (3.46) становится положительной.

Левую часть неравенства (3.47) можно определить через дифференциальную проводимость  $\sigma$  пространственно однородного образца. В случае рекомбинационной нелинейности, если пренебречь зависимостью подвижности носителей заряда от электрического поля, имеет место соотношение

$$\sigma = e n_0 \mu \left( 1 - \frac{d \ln v}{d \ln E} \right) \quad (3.48)$$

неравенство (3.47) может быть записано, как

$$\sigma < 0, |\sigma| > \sigma'_c = \frac{e n_0 \mu}{1 - \frac{n_{t,0}}{N}} \frac{n_0}{n_{t,0}}, \quad (3.49)$$

или, учитывая соотношение  $n = \frac{n_1 N_d^*}{N - N_d^*} v^{-1}(E)$ , как

$$\frac{d \ln v}{d \ln E} - 1 \geq \frac{n_1 v^{-1}(E)}{N(1 - N_d^*/N)^2}. \quad (3.50)$$

Таким образом, если дифференциальная проводимость отрицательна ( $\sigma < 0$ ) и ее абсолютное значение превышает критическое значение  $|\sigma| > \sigma'_c$ , в образце в режиме данного тока возникает электрическая неустойчивость.

## 2. Нулевые условия $\delta E(0, t) = \delta E(L, t) = 0$ .

Заменяя в операторе  $\mathcal{G}(\omega)$  величину  $d/dx$  на  $ik$ , (где  $k$  - число) получим многочлен  $\mathcal{G}(\omega, k)$ :

$$\mathcal{G}(\omega, k) = -a_2 k^2 + ika_1 + a_0. \quad (3.51)$$

Корни этого многочлена  $k_1$  и  $k_2$  имеют вид

$$k_{1,2} = \frac{1}{2a_1} \left( ia_1 \pm \sqrt{-a_1^2 + 4a_1 a_0} \right). \quad (3.52)$$

Введем характерные значения комплексной частоты,  $\omega = \omega_m$ , которые определяются равенством

$$\exp ik_1 L = \exp ik_2 L. \quad (3.53)$$

Из последнего выражения следует, что

$$k_1 - k_2 = \frac{2\pi}{L} m, \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (3.54)$$

Рассмотрим случай  $\omega \neq \omega_m$ .

Решение уравнения (3.22) с нулевыми граничными условиями имеет вид

$$\begin{aligned} \delta E(x, \omega) = \\ \frac{\beta}{a_0} \delta J(\omega) \left\{ 1 + \frac{(\exp ik_2 L - 1) \exp ik_1 x - (\exp ik_1 L - 1) \exp ik_2 x}{\exp ik_1 L - \exp ik_2 L} \right\} \equiv \\ f(x, \omega) \delta J(\omega) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Интегрируя выражение (3.55) по  $x$ , получим для импеданса

$$\begin{aligned} z(\omega) = \frac{\beta}{a_0 (\exp ik_1 L - \exp ik_2 L)} \left\{ L (\exp ik_1 L - \exp ik_2 L) + \right. \\ \left. (\exp ik_1 L - 1) (\exp ik_2 L - -1) \frac{k_2 - k_1}{ik_1 k_2} \right\} \end{aligned} \quad (3.56)$$

При некоторой комплексной частоте импеданс может обращаться в нуль и изменять знак при соответствующей частоте.

Вообще определение соответствующих условий связано с громоздкими выкладками. Однако оно заметно упрощается при  $a_2 \ll La_1$ , т.е.

$$\frac{D_0}{L \left| \mu_0 E_0 - \frac{8\pi}{\varepsilon} E_0 \rho_0 \frac{dD}{dt} \right|} \ll 1. \quad (3.57)$$

Тогда

$$Z(\omega) = \frac{\beta}{i a_0 k(\omega)} \{-1 + iLk(\omega) + \exp[-iLk(\omega)]\}, \quad (3.58)$$

где

$$k(\omega) = -i \frac{a_0}{a_1} \quad (3.59)$$

При вычислении импеданса в случае дрейфовой нелинейности диффузией пренебрегают. А в случае рекомбинационной нелинейности коэффициент диффузии входит в постоянный член  $a_1$  (3.25), причем параметр

$$b - 1 = \frac{D\tau_g}{\mu_0^2 E_0^2 \tau_M \tau_c} \frac{d \ln v}{d \ln E} \quad (3.59^*)$$

не будет малым – даже при условии (3.57).

Нули импеданса (3.58) определяются уравнением

$$e^{-iLk(\omega)} + iLk(\omega) - 1 = 0. \quad (3.60)$$

Здесь

$$iLk(\omega) = \xi + i\eta, \quad (3.61)$$

где  $\xi$  и  $\eta$  - вещественные числа.

Подставив (3.61) в (3.60), имеем

$$e^{-\xi} \cos \eta + \xi - 1 = 0, \quad (3.62)$$

$$e^{-\xi} \sin \eta - \eta = 0. \quad (3.63)$$

Система уравнений (3.62), (3.63) имеет вещественные решения при  $\xi < 0$ . Подставляя корни  $\xi_i, \eta_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) этой системы в правую часть уравнения (3.61) и пользуясь соотношением (3.59), можно найти явные выражения для нулей импеданса  $\omega_l$ . Однако для этого надо знать явный вид коэффициентов  $a_0, a_1, a_2$  для дрейфовой и рекомбинационной нелинейностей (3.24), (3.25).

### *Дрейфовая нелинейность*

Используя соотношения (3.24), (3.51) и (3.61) для нулей импеданса в комплексной плоскости  $\omega$  получим

$$\omega_l = -i \left( \frac{4\pi}{\varepsilon} \sigma - \frac{|u|}{L} \xi_l \right) - \frac{|u|}{L} \eta_l. \quad (3.64)$$

Здесь, согласно (3.24\*)

$$u = \mu_0 E_0 - \frac{8\pi}{\varepsilon} E_0 \rho_0 \frac{dD}{dt}. \quad (3.65)$$

Таким образом, для условия неустойчивости электрического режима в цепи ( $Im\omega_l > 0$ ) получим

$$\sigma + \frac{\varepsilon}{4\pi L} |\xi_l| < 0. \quad (3.66)$$

Это неравенство верно только при выполнении условий

$$\sigma < 0 \text{ и } |\sigma| > \sigma_c'' \equiv \frac{\varepsilon}{4\pi L} |\xi_l|. \quad (3.67)$$

Учитывая, что

$$\sigma = en_0 \mu_0 \gamma, \quad \gamma = 1 + \frac{d \ln \mu_0}{d \ln E_0}, \quad (3.68)$$

второе из условий (3.67) перепишем, как

$$n_0 L > \frac{2,09 \varepsilon E_0}{4\pi e |\gamma|} \left| 1 - \frac{8\pi}{\varepsilon \mu_0} \rho_0 \frac{dD}{dt} \right|. \quad (3.69)$$

Последнее равенство при определенном значении напряженности  $E_0$  постоянного электрического поля определяет нижнюю границу концентрации носителей заряда, при которой возникает электрическая неустойчивость. Фактически, при определении границы электрической неустойчивости, существенным оказывается, произведение концентрации на длину образца. Неравенство (3.69) называют *критерием*  $n_0L$ .

Первое из неравенств (3.66) находится в соответствии с качественными соображениями о том, что электрическая неустойчивость обусловлена изменением знака дифференциальной проводимости.

Согласно неравенству (3.68) электрическая неустойчивость наступает при достаточно большой величине произведения  $n_0L$ .

Отметим, что при других граничных условиях параметр «критерий  $n_0L$ » может и не появиться. Например, в случае периодических граничных условий (3.30). В этом случае существенными являются флуктуации при фиксированных условиях на контактах.

Полагая, что

$$\frac{L}{|u|} \left( \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} - i\omega \right) = s' - is'', \quad (3.70)$$

где

$$s' = \frac{4\pi\sigma L}{\varepsilon|u|}, \text{ а } s'' = \frac{L\omega}{|u|}, \quad (3.71)$$

находим выражение для вещественной составляющей импеданса

$$ReZ = \frac{L\sigma}{\sigma^2 + \left(\frac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)^2} \left\{ 1 + \frac{e^{-s'}(\cos s'' - 1) - e^{-s''} s' \sin s''}{s'^2 + s''^2} - \frac{\frac{\varepsilon\omega}{4\pi\sigma} [s''(e^{-s'} \cos s'' - 1) + s' e^{-s''} \sin s'']}{s'^2 + s''^2} \right\} \quad (3.72)$$

При  $\sigma > 0$  и  $u > 0$  правая часть (3.72) положительна. С другой стороны, при  $\sigma < 0$  знак  $ReZ$  в определенной области частот может измениться: возможен случай  $ReZ < 0$ . Тогда образец станет активным элементом электрической цепи.

При малой концентрации носителей заряда, когда неравенство (3.69) не выполняется, система электрически устойчива. Однако в определенном интервале частот вещественная часть импеданса (3.56) (при  $\omega \in Re$ ) окажется отрицательной. Образец, в этом случае, будет работать как усилитель.

### **Рекомбинационная нелинейность**

Из равенств (3.23), (3.25), (3.51) и (3.59), предполагая, что мнимая часть  $\omega_l$  положительна, получим для условия электрической неустойчивости:

$$\frac{\tau_g}{\tau_c} \left( \frac{d \ln v}{d \ln E} - 1 \right) - 1 \gg b \left( \frac{\mu E_0 \eta_1}{L} \right)^2 \tau_M \tau_r \times$$

$$\times \frac{1 + \xi_1^2 / \eta_1^2 - \frac{|\xi_1| L}{\eta_1^2 \mu E_0 \tau_r} \left( 1 + \frac{\tau_r}{\tau_M} \right)}{|\xi_1| \frac{\mu E_0 \tau_r}{L} + 1 + \frac{\tau_r}{\tau_M}}. \quad (3.73)$$

Если дифференциальная проводимость

$$\sigma = e n_0 \mu \left( 1 + \frac{d \ln v}{d \ln E} \right) \quad (3.74)$$

отрицательна и достаточно велика по модулю, то правая часть равенства (3.73) всегда положительна.

Соответствующее критическое значение  $|\sigma|$  определяется равенством

$$\sigma_c''' = e n_0 \mu \frac{\tau_c}{\tau_g} (1 + \dots), \quad (3.75)$$

где многоточием обозначено выражение, стоящее в правой части выражения (3.73).

Для достаточно длинных образцов, когда

$$b \left( \frac{\mu E_0 \eta_1}{L} \right)^2 \ll 1, \quad (3.76)$$

выражение (3.75) сводится к (3.67). В общем случае

$$\sigma_c''' > \sigma_c' \quad (3.77)$$

До сих пор предполагалось, что  $\omega \neq \omega_m$ . Допустим, что  $\omega = \omega_m$ , в этом случае, решение, удовлетворяющее граничным условиям (3.29), существует только при выполнении равенства

$$\delta J(\omega_m) = 0. \quad (3.78)$$

В противном случае на величину  $\omega_m$  надо будет наложить дополнительные условия

$$\exp[ik_l(\omega_m)L] = 1, i = 1, 2, \dots \quad (3.79)$$

которые несовместимы с (3.52) и (3.54).

Справедливо и обратное утверждение: при  $\delta J(\omega_m) = 0$  решение уравнения (3.22), удовлетворяющее условию (3.28), существует при  $\omega = \omega_m$ . Иначе говоря, величины  $\omega = \omega_m$  являются собственными решениями уравнения (3.22).

Из соотношений (3.52), (3.54) получим

$$\frac{\sqrt{-a_1^2 + 4a_2 a_0}}{a_2} = \frac{2\pi}{L} m. \quad (3.80)$$

Последнее соотношение при учете выражений (3.24), (3.25) позволяет определить частоту  $\omega_m$ .

С учетом соотношения (3.80) выражение (3.24) можно переписать в виде

$$k_{1,2} = i \frac{a_1}{2a_2} \pm \frac{\pi}{L} m. \quad (3.81)$$

Тогда искомое решение уравнения (3.51) (при  $\delta J(\omega_m) = 0$ ) имеет вид

$$E(x, \omega_m) = A \exp\left(-\frac{a_1 x}{2a_2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{L} m x\right), \text{ где } m = 1, 2, \dots \quad (3.82)$$

Здесь  $A$  – произвольная постоянная.

Для вариации напряжения на образце получим

$$\delta V(\omega_m) = A \frac{2\pi m}{L} \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{-a_1 L}{2a_2}\right) - 1}{\left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}. \quad (3.83)$$

Правая часть равенства (3.83) отлична от нуля, поэтому импеданс образца в рассматриваемых условиях бесконечно велик:  $\delta J(\omega_m) = 0$  при  $\delta V(\omega_m) \neq 0$ . Следовательно, при  $Im\omega_m > 0$  в режиме заданного тока возникает электрическая неустойчивость. Явный вид условия неустойчивости можно найти с помощью соотношений (3.24), (3.25) и (3.80).

В случае дрейфовой нелинейности имеем

$$\omega_m = -i \left[ \frac{4\pi}{\varepsilon} + \frac{u^2}{4D} + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2 D \right]. \quad (3.84)$$

т.е. система устойчива и при

$$\begin{aligned} \sigma &< 0, \\ |\sigma| &> \sigma_c^{IV} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \left[ \frac{u^2}{4D} + \frac{\pi^2}{L^2} D \right]. \end{aligned} \quad (3.85)$$

Последнее равенство можно привести к виду

$$n_0 > n'_c = \frac{\varepsilon}{4\pi|\gamma|} \left[ \frac{u^2}{4D} + \frac{\pi^2}{L^2} D \right] \quad (3.86)$$

где

$$\gamma = 1 + d \ln \mu / d \ln E_0, \quad (3.87)$$

а  $n'_c$  - критическая концентрация носителей заряда, соответствующая началу электрической неустойчивости при заданном токе.

В случае рекомбинационной нелинейности выражение для  $\omega_m$  имеет достаточно громоздкий вид. Он несколько упрощается, если принять, что

$$\frac{D\tau_g}{u^2\tau_M\tau_c} \frac{d \ln v}{d \ln E} \gg 1. \quad (3.88)$$

Условие, соответствующее неравенству (3.88) реализуется в некоторых экспериментах. При этом условие электрической неустойчивости, в режиме заданного тока, оно принимает вид

$$\frac{d \ln v}{d \ln E} > 2, \quad (3.89)$$

т.е.

$$|\sigma| > e n_0 \mu. \quad (3.90)$$

### 3.4. Флуктуационная неустойчивость

Задача об электрических свойствах систем в случае слабого сигнала в радиотехнических и электронных схемах полностью решается путем определения нулей и полюсов импеданса в комплексной плоскости  $\omega$ .

Однако, исследование свойств полупроводниковых образцов, как элементов электрической цепи, связано со значительными сложностями. Например, наряду с неустойчивостями, обусловленными флуктуациями напряжения на об-

разце и тока через образец, могут возникать неустойчивости, связанные с флуктуациями пространственного распределения плотности заряда и напряженности поля. Неустойчивости такого типа называют флуктуационными.

Если характерное время развития флуктуации велико по сравнению со временем свободного пробега носителей заряда, а характерный размер флуктуационной области превышает длину свободного пробега, то для описания флуктуаций можно использовать те выражения, что применялись ранее при вычислении импеданса. В этом случае формально имеют дело с той же задачей, что и в случае импеданса, только роль «сигнала» играет случайная ЭДС, вызывающая флуктуации поля и плотности заряда.

Для решения этой задачи нужно задать начальные условия функций  $\rho(x, t)$  и  $\rho_t(x, t) = en_t(x, t)$ :

$$(\rho - \rho_0)_{t=0} = \xi(x); \quad (\rho_t - \rho_{t,0})_{t=0} = \xi_t(x), \quad (3.91)$$

где  $\rho_{t,0}$  - плотность связанного заряда, в пространственно однородном образце, в условиях рекомбинационного равновесия;  $\xi(x)$  и  $\xi_t(x)$  - заданные функции координат.

Рассмотрим временную эволюцию функции  $E(x, t)$ ,  $\rho(x, t)$ ,  $\rho_t(x, t)$ , в случае дрейфовой нелинейности, используя периодические граничные условия (3.29).

Представив искомую функцию в виде (3.20), линеаризуем по  $\delta E$  и  $\delta \rho$  уравнения (3.16) и (3.17) и для одномерного случая получим

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \frac{\partial \delta j}{\partial t} = 0, \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial \delta E}{\partial x} - \frac{4\pi}{\varepsilon} \delta \rho = 0, \quad (3.93)$$

$$\delta j = \sigma \delta E + u \delta \rho - D \frac{\partial \delta \rho}{\partial x}. \quad (3.94)$$

Решения системы (3.92) - (3.94) представим в виде суммы гармоник

$$\delta\rho = \rho_k e^{ikx - i\omega t}, \quad (3.95)$$

$$\delta E = E_k e^{ikx - i\omega t}. \quad (3.96)$$

Вещественная часть решений этих уравнений определяет частоту колебаний напряженности поля и плотности заряда, а мнимая часть определяет константу затухания (нарастания) флуктуации. Из условия разрешимости системы уравнений можно найти закон дисперсии

$$\omega = -i \left( \frac{4\pi}{\varepsilon} \sigma + Dk^2 \right) + ku. \quad (3.97)$$

В случае системы конечных размеров  $k$  принимает дискретные значения

$$k = \frac{2\pi}{L} l, l = 0, \pm 1, \dots \quad (3.98)$$

При определении флуктуации плотности заряда надо обязательно учитывать, что  $l \neq 0$ . Тогда

$$k^2 \geq k_0^2 = \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2. \quad (3.99)$$

В отсутствие постоянного внешнего поля, т.е. при  $E_0 = 0$ , когда справедливы условия  $u = 0$  и  $\sigma = \rho_0 \mu_0$ , флуктуации плотности объемного заряда описываются соотношениями (3.95) и (3.97). Эти флуктуации затухают в соответствии с соотношением

$$\delta\rho \sim \exp \left[ - \left( \frac{1}{\tau_M} + Dk^2 \right) t \right], \quad (3.100)$$

здесь  $\tau_M = \varepsilon / 4\pi\rho_0\mu_0$  - максвелловское время релаксации, характеризующее время затухания флуктуации.

Нарушение равновесия системы, обусловленное действием внешнего источника энергии, приводит к двум следствиям:

- у частоты  $\omega$  возникает вещественная составляющая, т.е. становится возможным распространение волны объемного заряда с частотой

$$|Re\omega| = |ku|; \quad (3.101)$$

- вместо обычной омической проводимости  $\rho_0\mu_0$  в максвелловском времени релаксации возникает дифференциальная проводимость.

Последнее обстоятельство играет существенную роль, если значение внешнего поля  $E_0$  соответствует падающему участку вольтамперной характеристики. При  $\sigma < 0$ , когда отсутствуют диффузия или другие необратимые процессы, флуктуация не затухает, а нарастает. Следовательно, пространственно однородное распределение поля и плотности заряда будет неустойчиво.

Таким образом, учет диффузии при определенных условиях позволяет стабилизировать пространственно однородное состояние.

Если ввести обозначение

$$\sigma_i = \frac{\varepsilon}{4\pi} Dk_0^2, \quad (3.102)$$

то, согласно (3.97), становится очевидно, что флуктуации поля и плотности заряда затухают, и пространственно однородное распределение заряда и напряженности электрического поля будут устойчивы при выполнении условия

$$|\sigma| < \sigma_i. \quad (3.103)$$

Аналогично обстоит ситуация и в случае рекомбинационной нелинейности. Однако при расчетах надо учитывать, что захват носителей заряда процесс медленный. Его длительность вполне может быть сравнима со временем разви-

тия флуктуации. В связи с этим при рассмотрении флуктуации напряженности поля концентрацию электронов нужно определять из уравнения рекомбинационной кинетики (3.19).

Buketov university

## **Глава 4. САМООРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ И ПРИБОРАХ**

### **4.1. Неустойчивости в физических процессах в полупроводниках и полупроводниковых приборах**

Полупроводниковые структуры можно рассматривать как сложные динамические системы, в которых возможно возникновение электрических неустойчивостей: срыв тока, спонтанные колебания тока и напряжения и т.д. Эти явления возникают либо под воздействием сильного электрического поля, либо в результате инжекции носителей заряда, либо при действии потока фотонов, когда система переходит в состояние, далекое от термодинамического равновесия. При этом физические механизмы, приводящие к неустойчивостям, могут быть различными, но наблюдаемые явления – спонтанное образование пространственных и временных структур – схожи [7, 8].

Хотя такие неустойчивости часто могут оказывать отрицательное влияние на характеристики твердотельных приборов, в некоторых случаях они были специально использованы для генерации СВЧ-излучения в диапазоне частот от 0,1 до 1000 ГГц, для усиления в гигагерцевом диапазоне частот, где обычные транзисторы не могут быть применены, а также в быстрых электронных переключателях.

Физика полупроводников является основой работы огромного множества разнообразных электронных приборов,

простирающегося от схем СБИС (сверхбольшие интегральные схемы), микропроцессоров и высокочастотных усилителей и генераторов до полупроводниковых лазеров, фотоприемников и других оптоэлектронных компонентов. Многие из этих приборов работают в режиме управляемых электрических неустойчивостей.

Большинство неустойчивостей, обусловленных нелинейными процессами, можно рассматривать как самоорганизацию, возникающую в термодинамической неравновесной системе.

В термодинамической системе, выведенной из состояния равновесия, из-за наличия нелинейностей могут возникнуть неустойчивости, и в результате система может самопроизвольно переходить в состояние с высокоупорядоченными пространственными или временными структурами.

Для исследования распределения электрического поля и зарядов в полупроводниках, выведенных из состояния термодинамического равновесия, как правило, используют вольт - амперную характеристику. Неоднородное распределение электрического поля и зарядов - наличие неустойчивостей - приводит к отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП) полупроводникового образца, т.е. к нелинейности вольт - амперной характеристики.

ОДП однородного полупроводника, определяется в основном четырьмя механизмами, приводящими к различным неустойчивостям: *нелинейностью подвижности носителей заряда* (дрейфовая неустойчивость), *нелинейностью концентрации носителей заряда* (генерационно-рекомбинационная неустойчивость), *нелинейностью температуры электронов* (перегревная неустойчивость), *нелинейностью температуры решетки* (электротепловая неустойчивость).

В качестве примера дрейфовой неустойчивости можно привести неустойчивости, лежащие в основе работы диода Ганна и лавинно - пролетного диода.

Отрицательная дифференциальная проводимость может быть обусловлена, как явлениями, происходящими в  $p-n$  - переходе, так и в объеме полупроводника. Например, в тун-

тельном диоде и  $p$ - $n$ - $p$ - $n$  – диоде возникновение отрицательной проводимости связаны с явлениями в  $p$ - $n$  – переходе.

Электрические неустойчивости, обнаруженные в полупроводниках, открывают принципиально простой способ преобразования электромагнитной энергии с помощью однородных полупроводников, не содержащих ни  $p$ - $n$  – переход, ни каких-либо других искусственно созданных макроскопических неоднородностей. В однородных полупроводниках с нелинейной вольт - амперной характеристикой могут возникать электрические неустойчивости, что приводят к генерации и усилению электромагнитных колебаний, стабилизации тока, эффектам «памяти» и т.д. Следовательно, однородные полупроводниковые образцы можно использовать в качестве элементов электрической цепи.

#### **4.2. Самоорганизация электронов при функционировании диода Ганна**

Принцип работы диода Ганна связан с неустойчивостями, обусловленными нелинейной зависимостью подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля и самоорганизацией электрических доменных структур. Иначе говоря, в основе функционирования диода Ганна лежит дрейфовая неустойчивость.

В 1963 году американский физик Дж. Ганн обнаружил, что, если приложить постоянное электрическое поле  $E$ , превышающее некоторое пороговое значение  $E_p$ , к однородным полупроводниковым образцам из арсенида галлия  $AsGa$  или фосфида индия  $InP$ , то наблюдаются спонтанные периодические колебания протекающего через них тока. В использованных Дж. Ганном образцах частота колебаний находилась в СВЧ – диапазоне.

Диод Ганна — это устройство из полупроводникового материала, имеющего сложную энергетическую структуру

зоны проводимости (обычно это арсенид галлия электронной проводимости), с двумя омическими контактами на противоположных гранях. Основой его работы является эффект возникновения периодических высокочастотных колебаний в полупроводниковом образце с  $N$  – образной вольт - амперной характеристикой [45, 36, 48].

В эффекте Ганна полупроводниковый кристалл  $AsGa$ , и внешний источник электрической энергии составляют единую неравновесную термодинамическую систему, интенсивно взаимодействующей с внешней средой. В состоянии термодинамического равновесия электроны в полупроводниковом кристалле  $AsGa$  распределяются по энергетическим уровням в соответствии с равновесной функцией распределения Ферми-Дирака.

Работа генератора Ганна связана с процессами самоорганизации электронов в многодолинном полупроводнике  $AsGa$ , при интенсивном взаимодействии с внешним источником энергии. При действии источника энергии на кристалл в определенном кристаллографическом направлении может возникать генерация «тяжелых» и «легких» электронов, что приводит к возникновению участка с отрицательной дифференциальной проводимостью на вольт - амперной характеристике и электрических доменов.

Энергетическая диаграмма полупроводникового кристалла  $AsGa$ , построенная в пространстве квазиимпульсов в кристаллографическом направлении  $[100]$ , имеет несколько минимумов – энергетических долин (рисунок 4.1).

Эта особенность энергетического спектра кристалла  $AsGa$  приводит к развитию в нем процессов самоорганизации – самопроизвольной генерации электрических доменов.

Энергетический спектр электронов в зоне проводимости полупроводникового кристалла  $AsGa$  имеет два минимума - центральный и боковой. Эффективная масса электронов в центральной энергетической долине  $m_1^* = 0,072m_0$  много меньше, чем эффективная масса электронов в верхней боковой энергетической долине  $m_2^* = 1,2m_0$ , т.е.  $m_2^* \gg m_1^*$ . В

таким полупроводнике могут существовать электроны с различными подвижностями  $\mu_1 = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_1^*}$  и  $\mu_2 = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_2^*}$  - «легкие» и «тяжелые» электроны.

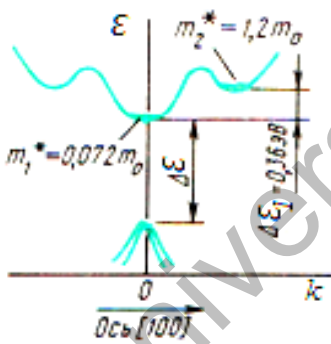


Рисунок 4.1. Структура энергетических зон арсенида галлия GaAs в кристаллографическом направлении [100]

Соотношение между концентрациями «легких»  $n_1$  и «тяжелых»  $n_2$  электронов меняется в зависимости от интенсивности внешнего возбуждающего электрического поля. При этом полная концентрация электронов в полупроводнике диода Ганна равна их сумме:  $n_0 = n_1 + n_2$ . Это приводит к некоторым особенностям переноса заряда через полупроводник (рисунок 4.2), которые и составляют основу принципа действия генератора Ганна.

Если энергия внешнего источника возбуждения мала, порядка  $\Delta E$ , то электроны, перейдут из валентной зоны в зону проводимости без изменения квазиимпульса и в основном окажутся в нижней – центральной энергетической до-

лине. В верхней боковой долине при этом электронов не будет, т.е. будет иметь место соотношение  $n_1 = n$ ,  $n_2 = 0$ .

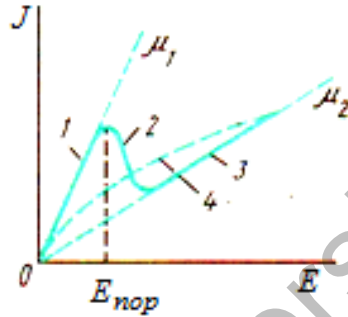


Рисунок 4.2. Зависимость плотности тока через полупроводник с многодолинной структурой зоны проводимости от напряженности электрического поля.

В слабых электрических полях, когда  $E < E_{пор}$ , плотность тока определяется соотношением

$$J = en_0\mu_1E \quad (4.1)$$

Последнему соотношению соответствует участок 1 вольт - амперной характеристики кристалла полупроводника (рисунок 4.2).

С увеличением напряженности внешнего источника (при напряженности поля, превышающей пороговое значение  $E > E_{пор}$ ) электроны, приобретая дополнительную энергию  $\Delta\varepsilon_1$ , большую  $\Delta\varepsilon$ , переходят в боковую долину и становятся «тяжелыми». Если не происходит заметной ударной ионизации, то общая концентрация электронов  $n_0$  остается неизменной и равной равновесной концентрации:

$$n_0 = n_1 + n_2 \quad (4.2)$$

Обозначив подвижности легких и тяжелых электронов соответственно, как  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , для плотности тока в полупроводнике имеем:

$$J = e(n_1\mu_1 + n_2\mu_2) \quad (4.3)$$

В сильных электрических полях, когда  $E \gg E_{пор}$ , практически все электроны могут приобрести дополнительную энергию  $\Delta\mathcal{E}_1$  и оказаться в боковой долине. В этом случае  $n_2 = n_0$  и тогда

$$J = en_0\mu_2E \quad (4.4)$$

Соотношение (4.4) определяет участок 3 на вольт - амперной характеристике полупроводникового кристалла (рисунок 4.2).

При средних значениях напряженности электрического поля  $E > E_{пор}$ , лишь незначительная часть электронов превышает пороговую напряженность, плотность тока определяется как «легкими», так и «тяжелыми» электронами (участок 2 ВАХ на рисунке 4.2).

Функционирование генератора Ганна связано с синергетическими процессами, происходящими вследствие флуктуации пространственного заряда в полупроводнике.

В проводящем веществе, для которого справедлив закон Ома, флуктуация пространственного заряда затухает. Это затухание происходит по экспоненциальному закону с постоянной максвелловского времени релаксации [45, 46, 48]

$$\tau_m = \varepsilon/4\pi\sigma_0 = \varepsilon/4\pi e\mu_1 n_0, \quad (4.5)$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды.

Максвелловское время релаксации можно объяснить следующим образом. Пространственный заряд рассасывается

под влиянием связанного с ним поля. В соответствии с законом Кулона это взаимодействие обратно пропорционально диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon$ . Поэтому  $\tau_m \sim \epsilon$ . С другой стороны, рассасывание заряда происходит тем быстрее, чем больше электропроводность среды.

В диоде Ганна вблизи областей анода и катода всегда имеются дефекты. Локальная напряженность электрического поля  $E$  вблизи дефектов, может превышать пороговую напряженность  $E > E_{пор}$  электрического поля. Это может привести к увеличению энергии электронов, оказавшихся в этих областях, и они получат возможность перейти в выше лежащий боковой энергетический минимум. При этом часть энергии, полученной электронами от внешнего источника, преобразуется в тепловую энергию, т.е. происходит диссипация энергии.

Электроны, перешедшие в боковой выше лежащий минимум энергетического спектра, перейдут из разряда «легких» в разряд «тяжелых». Уменьшение числа «лёгких» электронов будет сопровождаться увеличением числа «тяжелых» электронов, т.е. возникнет согласованное поведение подсистем этих двух классов электронов. Таким образом, в рассматриваемой системе будет протекать процесс самоорганизации, обусловленный особенностью энергетической структуры полупроводника.

Скорость дрейфа «легких» электронов к аноду больше скорости дрейфа «тяжелых» электронов. В результате в окрестности дефекта со стороны катода, из-за скопления «тяжелых» электронов, возникнет отрицательно заряженный слой, а со стороны анода из-за недостатка электронов - слой положительно заряженных донорных примесей. Появится новая структура - домен, состоящий из двух слоёв: отрицательно заряженного слоя, образованного со стороны катода избытком «тяжелых» электронов, и положительно заряженного слоя, образованного ионами донорных примесей со стороны анода (рисунок 4.3).

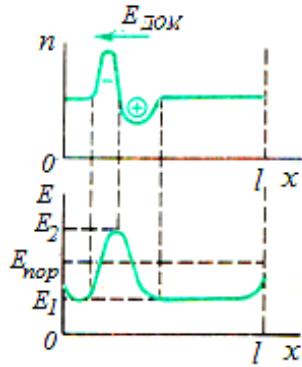


Рисунок 4.3. Распределение концентрации электронов и напряженности электрического поля в кристалле после формирования домена

Таким образом, в результате развития процесса самоорганизации в рассматриваемой системе возникают более сложные и более совершенные структуры в виде электрического домена

Сопротивление доменного слоя, определяемое движением «тяжелых» электронов, будет превышать сопротивление остальной части диода Ганна, определяемого движением «легких» электронов.

Направление электрического поля домена  $E_{\text{дом}}$  совпадает с направлением возбуждающего поля, приложенного к полупроводнику. Поэтому, при росте внешнего поля, по мере образования домена напряженность поля в нем будет расти, а за пределами домена уменьшаться. Это приведет к увеличению дрейфовой скорости «тяжелых» электронов внутри домена и уменьшению дрейфовой скорости «легких» электронов за пределами домена, т.е. опять будет наблюдаться согласованное протекание процессов в системе. В некоторый момент времени дрейфовая скорость движения «тяжелых» электронов (или скорость движения домена) окажется равной дрейфовой скорости движения «легких» электронов,

процесс формирования электрического домена завершится и он начнет перемещаться от катода к аноду:

$$v_{лэл} = v_{мэл} \quad (4.6)$$

$$\mu_1 E_1 = \mu_2 E_2, \quad (4.7)$$

В выражениях (4.6) и (4.7)  $v_{лэл}$  – дрейфовая скорость движения легких электронов за пределами домена;  $v_{мэл}$  – дрейфовая скорость движения тяжелых электронов внутри домена, которая соответствует скорости движения домена от катода к аноду.

Очевидно,  $v_{лэл} < v_0$ , так как  $E_1 < E_0$ . Поэтому после образования домена плотность тока уменьшается до величины

$$J_{\min} = qn_0 v_{лэл}. \quad (4.8)$$

Минимальное значение плотности тока будет сохраняться в течение движения домена через кристалл, т.е. в течение времени пролёта

$$t_{\text{прол}} = l/v_{лэл}, \quad (4.9)$$

где  $l$  – длина кристалла.

При достижении анода домен исчезает, и плотность тока возрастает до значения  $J_{\max}$ , соответствующего отсутствию домена. После этого у катода формируется новый домен, и процесс повторяется (рисунки 4.4).

Рассмотренный механизм действия прибора с междолинным переходом электронов соответствует пролетному режиму работы. В этом режиме электрическое поле в домене растет во время его формирования. За пределами домена наблюдается одновременное уменьшение напряженности

электрического поля. По этой причине может образоваться только один домен, так как переход электронов из центральной долины в боковую может происходить только в домене, где суммарная напряженность электрического поля превышает пороговое значение.

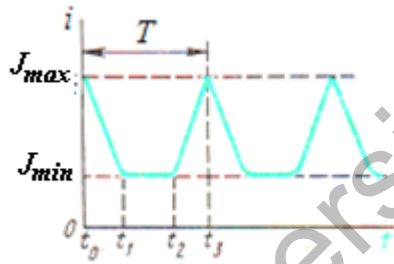


Рисунок 4.4. Зависимость тока, проходящего через генератор Ганна от времени:  $t_0$  и  $t_1$  – моменты времени, соответствующие началу и окончанию образования домена;  $t_2$  и  $t_3$  – моменты, соответствующие началу исчезновения домена на аноде и зарождению второго домена на катоде

Время формирования домена определяется временем максвелловской релаксации ( $\tau_m = \varepsilon/4\pi\sigma_0 = \varepsilon/4\pi e\mu_1 n_0$ ). Время пролета домена от катода до анода должно быть больше времени его формирования, иначе домен не успеет сформироваться.

С образованием электрического домена в структуре диода Ганна и его вольт - амперной характеристике происходят следующие изменения:

- вне домена возникает область, где перенос заряда осуществляется «легкими» электронами  $n_1$ , дрейфующими со скоростью  $v_{лэл}$ , и область внутри домена, где перенос заряда осуществляется «тяжелыми» электронами, скорость дрейфа которых  $v_{тэл}$  меньше:  $v_{тэл} < v_{лэл}$ ;

- сопротивление области электрического домена становится больше, чем сопротивление части диода Ганна вне домена.

Соответственно, и падение напряжения на домене  $U_{внут}$  бу-

дет больше, чем падение напряжения на остальной части диода  $U_{вне} : U_{внут} > U_{вне}$  ;

- токи, протекающие по внутренней области домена  $I_{внут}$  и вне домена  $I_{вне}$  будут неравны  $I_{внут} < I_{вне} < I_a$  . Ток, протекающий по домену будет меньше (на величину  $I_{вне} - I_{внут}$  ) тока вне домена  $I_{вне}$  . Здесь  $I_a$  - ток через диод, в отсутствие домена.

Под действием внешней возбуждающей силы электроны в полупроводнике могут непрерывно и беспорядочно переходить из зоны проводимости в валентную зону и обратно. Этот процесс будет сопровождаться согласованным изменением состояний «легких» и «тяжелых» электронов, которые можно рассматривать как подсистемы сложной системы полупроводник – источник энергии. Одновременно образуется новая структура – электрический домен, в результате чего происходит согласованное изменение дрейфовых скоростей «легких» и «тяжелых» электронов и их концентраций, что приводит к возникновению дрейфовой неустойчивости. Проявлением ее может служить появление отрицательной проводимости полупроводника и  $N$ -образной вольт-амперной характеристики генератора Ганна.

Таким образом, в открытой, неравновесной термодинамической системе «полупроводниковый кристалл  $AsGa$  – внешний источник энергии» будет протекать процесс самоорганизации, приводящий к появлению дрейфовой электрической неустойчивости.

### 4.3. Лавинно-пролетный диод

Принцип функционирования лавинно-пролетного диода определяется неустойчивостями, связанными с нелинейной

зависимостью подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля.

Лавинно пролетный диод – прибор, принцип действия которого основан на возникновении в СВЧ диапазоне отрицательного динамического сопротивления, вызванного процессами лавинного умножения носителей заряда и их пролетом через полупроводниковую структуру.

На рисунке 4.5,а представлена структура лавинно-пролетного диода. Он состоит из, последовательно соединенных трех полупроводников. Крайние области представляют собой высоколегированные  $p^+$  и  $n^+$ -полупроводники, а в центре расположен низколегированный полупроводник  $n$ -типа с малой шириной. В контактной области  $p^+$  и  $n$  - полупроводников возникает  $p$ - $n$  – переход. Область объемного заряда этого перехода в основном, расположена в низколегированном полупроводнике  $n$  – типа.

Если к лавинно-пролетному диоду приложить обратное напряжение (несколько меньшее величины напряжения лавинного пробоя  $V_{\text{проб}}$ ), на которое накладывается небольшой переменный сигнал, то ширина перехода будет увеличиваться в сторону низколегированного полупроводника  $n$ -типа. Поскольку ширина  $n$  - слоя мала, он весь будет занят областью объемного заряда  $p$ - $n$  – перехода.

Амплитуду переменного сигнала выбирают такой, чтобы в момент достижения им максимума суммарное напряжение на диоде было больше величины напряжения лавинного пробоя  $V_{\text{проб}}$ . В течение времени, когда напряжение на диоде  $V_{\text{проб}}$  превышает падение напряжения в области объемного заряда вблизи  $p^+$ - слоя, напряженность электрического поля будет превышать значения  $E_{\text{л}}$  лавинного умножения. В результате в области объемного заряда будет происходить лавинное образование электронно-дырочных пар. Эту часть области объемного заряда называют слоем умножения.

Электроны и дырки образованных пар разделяются электрическим полем перехода и экстрагируются из области объемного заряда. Дырки сразу переносятся из слоя умножения в  $p^+$ - область, а электроны проходят через

область объемного заряда в  $n^+$ - область. В результате через  $p$ - $n$  – переход протекает лавинный ток.

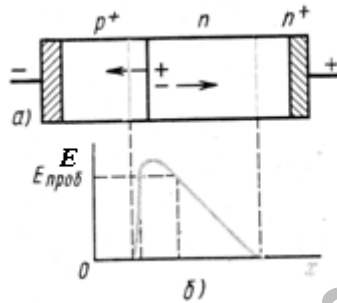


Рисунок 4.5. Структура лавинно-пролетного диода (а) и распределение напряженности электрического поля в ней (б)

В момент максимума следующего положительного полупериода внешнего напряжения происходит образование нового сгустка электронов, который дрейфует к  $n^+$ - области, и процесс повторяется. Таким образом, ток через диод модулируется с частотой приложенного переменного напряжения.

Отрицательное сопротивление лавинно-пролетного диода, в отличие от туннельного диода, появляется только на высоких частотах и не наблюдается на статических вольт-амперных характеристиках. Оно возникает при приложении к диоду обратного смещения, содержащего постоянную и переменную составляющую. Когда суммарное напряжение превышает пробивное, начинается ударная ионизация – лавинный пробой и возникает лавинный ток.

В лавинно-пролетных диодах отрицательное дифференциальное сопротивление обусловлено запаздыванием по времени процессов лавинного умножения и пролета носителей заряда через структуру диода, приводящим к фазовому сдвигу между током и напряжением.

«Лавинное запаздывание» связано с конечными значениями времен роста  $\tau_{\text{зн}}$  и прекращения  $\tau_{\text{зк}}$  лавинного процесса. «Пролетное запаздывание» связано с конечностью

времени пролета носителей заряда через пространство пролета  $\tau_{пр}$ .

Импульс тока лавинного умножения сдвигается относительно вызвавшего его импульса напряжения (рисунок 4.6). Задержка начала  $\tau_{з.н}$  и конца  $\tau_{з.к}$  лавинного тока связаны с тем, что носители заряда в поле приложенного импульса напряжения не сразу приобретают энергию, достаточную для ионизации, и не сразу теряют ее после снижения внешнего напряжения до  $U_{об} < U_{л.п}$ . В результате возникает фазовый сдвиг между током, проходящим через диод, и приложенным напряжением. Что приводит к возникновению отрицательной дифференциальной проводимости.

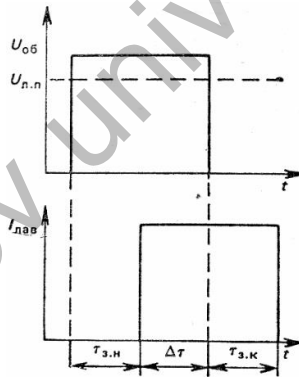


Рисунок 4.6. Запаздывание импульса тока лавинного умножения относительно вызвавшего его импульса напряжения

На рисунке 4.7 показано возникновение динамического отрицательного сопротивления при различных значениях времени запаздывания лавинного тока относительно вызвавшего его переменного напряжения. Как следует из представленной зависимости, при совпадении фазы лавинного тока и внешнего переменного напряжения динамическое отрицательное сопротивление не возникает (рисунок 4.7, а, в).

Когда время запаздывания принимает значения, равные  $\tau_3 = 1/4 T$  или  $\tau_3 = 3/4 T$ , динамическое отрицательное сопротивление возникает только на протяжении половины периода, чередуясь с положительным сопротивлением через каждую четверть периода. В этих предельных случаях в среднем за период отрицательное сопротивление не возникает (рисунок 4.7, а, в, г).

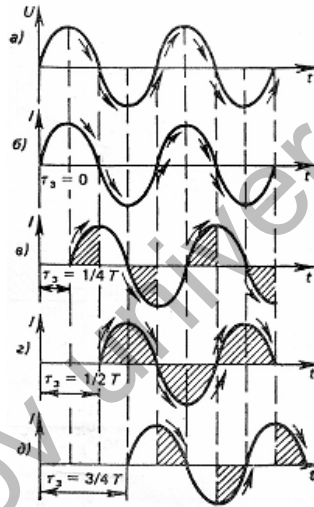


Рисунок 4.7. Возникновение динамического отрицательного сопротивления при различных временах запаздывания тока относительно вызвавшего его напряжения (полупериоды и четверть периоды с отрицательным сопротивлением заштрихованы)

Следовательно, динамическое отрицательное сопротивление возникает, когда время запаздывания по фазе  $\tau_3$  тока от возбуждающего напряжения удовлетворяет условию

$$1/4 T < \tau_3 < 3/4 T \quad (4.10)$$

Этому соответствует фазовый сдвиг  $\varphi$  между током и напряжением, составляющий

$$\pi/2 < |\varphi| < 3/2\pi. \quad (4.11)$$

Среда с отрицательным динамическим сопротивлением способна отдавать в электрическую цепь мощность по переменному току путем преобразования энергии источника возбуждения.

Действительно, мощность по переменному току определяется соотношением

$$P_{\sim} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt, \quad (4.12)$$

где  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ ,  $i = I_m \sin \omega t$ .

Из последнего равенства следует, что:

- при  $\varphi = 0$  мощность положительна ( $P > 0$ ), т.е. элемент имеет активное сопротивление и потребляет переменную мощность;
- при  $|\varphi| = \pi/2$  элемент имеет чисто реактивное сопротивление и не потребляет переменную мощность ( $P_{\sim} = 0$ );
- при  $\pi/2 < |\varphi| < 3/2\pi$  переменная мощность принимает отрицательное значение ( $P_{\sim} < 0$ ). Это означает, что элемент, в котором создается отрицательная мощность, является не потребителем, а источником энергии переменного тока. Поскольку отношение  $du/di$ , имеющее размерность сопротивления, при этом становится меньше нуля, то такой элемент обладает отрицательным сопротивлением.

Если элемент с динамическим отрицательным сопротивлением нагрузить на резонансный контур, то в нем при соответствующей настройке можно создать поток носителей заряда, движущихся в тормозящем высокочастотном поле контура. Носители заряда, движущиеся в этом поле, будут отдавать свою энергию полю, усиливая колебания.

Таким образом, термодинамическая система, состоящая из лавинно-пролетного диода и внешнего источника электрической энергии, удовлетворяет основным требованиям теории самоорганизации, а именно:

- носители заряда при столкновении с неидеальностями кристаллической решетки полностью отдают решетке

энергию, накопленную за время свободного пробега. В результате кристалл нагревается и избыток тепловой энергии отдает окружающей среде. Следовательно, система «лавинно-пролетный диод + внешний источник энергии» является открытой – она обменивается энергией с окружающей средой;

- элементы системы, к которым относятся носители заряда в полупроводниках, полупроводники, образующие  $p-n$  – переход, и источник энергии, взаимодействуют между собой;
- система находится в неравновесном состоянии;
- характер протекания процессов самоорганизации зависит от конкретных свойств, особенностей взаимодействия элементов системы.

Рассмотрим процессы самоорганизации, происходящие в термодинамической системе «лавинно-пролетный диод + внешний источник энергии».

При взаимодействии диода с источником электрического напряжения, действующим в обратном направлении, возникают следующие процессы.

Происходит самопроизвольное снижение потенциального барьера  $p-n$  - перехода диода и одновременное увеличение ширины объемного заряда перехода в сторону низколегированного полупроводника.

Приложенная к диоду внешняя разность потенциалов самопроизвольно перераспределяется между различными частями диода.

В момент достижения максимума переменного сигнала суммарное напряжение на диоде начинает превышать напряжение лавинного пробоя  $V_{\text{проб}}$ , в результате чего возникает самопроизвольная лавинообразная генерация электронно-дырочных пар.

Носители заряда, генерированные в слое умножения, самопроизвольно разделяются и экстрагируются: дырки переходят в  $p$ -слой, а электроны проходят через область объемного заряда в  $n^+$ - область.

В результате самопроизвольного прохода электронов через область объемного заряда в  $n^+$ - область возникает ла-

винный ток, который продолжается до тех пор, пока образовавшиеся носители заряда не покинут пределы  $p-n$  – перехода.

В результате развития процессов самоорганизации, приводящих к несовпадению момента накопления электронами энергии, достаточной для ионизации, и момента начала ионизации, а также к самопроизвольному проходу электронов через область объемного заряда в  $n^+$ - область, возникает разность фаз лавинного тока и внешнего переменного напряжения. Это приводит к возникновению отрицательного дифференциального сопротивления диода и появлению соответствующего участка на вольт- амперной характеристике лавинно-пролетного диода.

Далее, в момент достижения максимума следующего положительного полупериода внешнего переменного сигнала вновь самопроизвольно образуется новый ступок электронов, который дрейфует к  $n^+$ - области, и процесс повторяется. Таким образом, ток через диод модулируется ток с частотой приложенного внешнего переменного напряжения, т.е. наблюдается самопроизвольная генерация высокочастотной электромагнитной волны.

#### **4.4. Проявление самоорганизации электронов в функционировании туннельного диода**

В туннельном диоде и  $p-n-p-n$  – диоде возникновение отрицательной проводимости связано с явлениями в  $p-n$  – переходе.

Туннельный диод - полупроводниковый диод, содержащий  $p-n$ -переход с очень малой толщиной запирающего слоя. Действие туннельного диода основано на прохождении свободных носителей заряда (электронов) сквозь узкий потенциальный барьер благодаря квантово-механическому процессу – эффекту туннелирования. Поскольку вероятность

туннельного просачивания электронов через барьер в значительной мере определяется шириной области пространственного заряда в  $p$ - $n$ -переходе, туннельный диод изготавливают на основе вырожденных полупроводников (с концентрацией примесей до  $10^{25}$  -  $10^{27}$  м<sup>-3</sup>). При этом получают резкий  $p$ - $n$ -переход с толщиной запирающего слоя от 5 до 15 нм. При изготовлении туннельного диода обычно применяют германий ( $Ge$ ) и арсенид галлия ( $AsGa$ ). Первый туннельный диод был создан на основе германия Л. Эсаки (L. Esaki) в 1957г. [67, 68]. Изобретение туннельного диода экспериментально подтвердило существование процессов туннелирования в твёрдых телах.

Функционирование туннельного полупроводникового диода основано на особенностях энергетических спектров высоколегированных полупроводников  $n$ - и  $p$ - типов.

Туннельные диоды, будучи двухполюсниками, могут усиливать сигналы подобно транзисторам. Это объясняется наличием участка с отрицательным сопротивлением на прямой ветви вольт-амперной характеристики (рисунок 4.8).

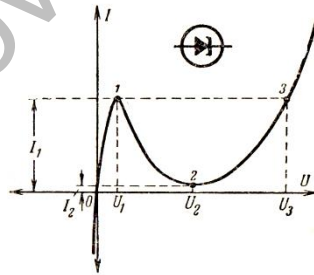


Рисунок 4.8. Статическая характеристика туннельного диода

Проанализируем работу туннельного диода с синергетической точки зрения.

Туннельный диод изготавливают на основе вырожденных полупроводников с концентрацией примесей до  $10^{25}$ -

$10^{27} \text{ м}^{-3}$ . В вырожденных полупроводниках примесные атомы образуют энергетическую зону, сливающуюся с основными разрешенными зонами (валентной и зоной проводимости). В результате уровни Ферми располагаются не в запрещенных зонах  $n$ - и  $p$ - типов полупроводников, а в разрешенных зонах: в валентной зоне слоя  $p$  и в зоне проводимости слоя  $n$ . При этом энергетическая диаграмма симметричного перехода в равновесном состоянии будет примерно такой, как показано на рис. 4.9, *а*.

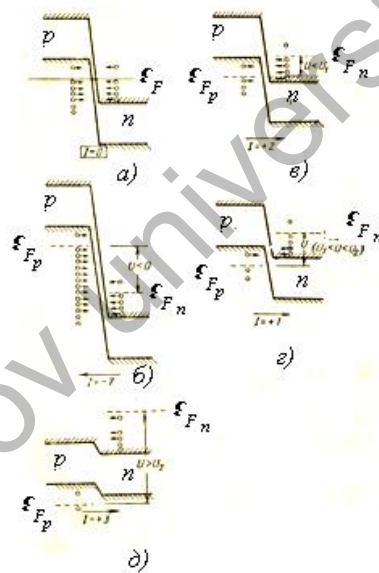


Рисунок 4.9. Энергетические диаграммы туннельного диода на разных участках вольт-амперной характеристики: *а* – равновесное состояние; *б* – обратное включение; *в* – прямое включение при  $U < U_1$ ; *г* – прямое включение при  $U_1 < U < U_2$ ; *д*) - прямое включение при  $U > U_2$ .

На рисунке стрелками обозначены электроны, способные перейти в смежный полупроводниковый слой. Результирующий ток через  $p$ - $n$ - переход определяется как разность электронных потоков, проходящих из одного слоя в другой.

Как следует из рисунка, дно зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа и потолок валентной зоны полупроводника  $p$ -типа разделены весьма узким запиорным слоем. Т.е., между полупроводниками образуется  $p$ - $n$  – переход малой толщины, порядка  $10^{-2}$  мкм. Сквозь такие тонкие потенциальные барьеры возможно туннелирование носителей заряда.

Если рассматривать систему, состоящую из источника энергии и туннельного диода, образованного из двух высоколегированных полупроводников  $n$ - и  $p$ -типов, то физические процессы, происходящие в ней, будут удовлетворять основным принципам синергетики:

- в случае отсутствия взаимодействия между элементами системы, т.е. когда на диод не действует источник энергии, потоки электронов через  $p$ - $n$ - переход уравниваются и ток через переход отсутствует. Туннельный диод находится в равновесном состоянии. Таким образом, элементы рассматриваемой системы (полупроводники  $n$ - и  $p$ - типов) обмениваются веществом (одинаковыми количествами электронов);

- когда на диод действует источник энергии, носители заряда на длине свободного пробега накапливают избыточную энергию за счет энергии источника и при столкновениях с неидеальностями кристалла передают накопленную энергию кристаллу. В результате кристалл нагревается и отдает тепловую энергию окружающей среде. То есть рассматриваемая система является открытой и находится в термодинамическом неравновесном состоянии.

Когда к туннельному диоду прикладывается обратное смещение, происходит следующее:

- состояние равновесия диода нарушается, изменяется его энергетическая диаграмма (рисунок 4.9, б). Потолок валентной зоны полупроводника  $p$ -типа поднимается, а дно зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа опускается, т.е. увеличивается потенциальный барьер в области  $p$ - $n$ -перехода. Изменяется положение уровня Ферми  $\mathcal{E}_{F_n}$  в

полупроводниках: в полупроводнике  $p$ -типа он смещается вверх, а в полупроводнике  $n$ -типа - вниз;  
- электроны валентной зоны полупроводника  $p$ -типа, находящиеся на энергетических уровнях ниже уровня Ферми  $\mathcal{E}_{F_p}$ , располагаются теперь напротив свободных энергетических уровней полупроводника  $n$ -типа, лежащих выше уровня Ферми  $\mathcal{E}_{F_n}$  (рисунок 4.9, б). В результате этого возникает ток через переход, направленный от полупроводника  $n$ -типа к полупроводнику  $p$ -типа. С ростом обратного напряжения этот ток очень быстро возрастает, так как плотность электронов в глубине валентной зоны огромна и малейшее приращение разности потенциалов  $\mathcal{E}_{F_p} - \mathcal{E}_{F_n}$  приводит к существенному изменению потока электронов из слоя  $p$  к слою  $n$ . Обратный ток через диод растет (рисунок 4.8). Элементы системы обмениваются электронами.

Таким образом, в системе происходит процесс самоорганизации в виде направленного переноса электронов от полупроводника  $p$ -типа к полупроводнику  $n$ -типа. Перенос заряда происходит путем туннелирования. Самоорганизация становится возможной за счет особенностей взаимодействия между элементами системы и их характеристик. Направление самосогласованного процесса определяется особенностями свойств, взаимодействующих элементов системы и природой взаимодействия между ними.

Так, в рассматриваемом случае, направление самосогласованного процесса определяется особенностями энергетической структуры двух полупроводников и направлениями полей внешнего источника энергии и внутреннего поля перехода.

Рассмотрим физические процессы, происходящие в туннельном диоде при приложении прямого смещения (рисунок 4.9, в, г, д).

Допустим, что к диоду в прямом направлении приложена небольшая разность потенциалов  $U$ , понижающая потенциальный барьер туннельного диода (рисунок 4.9, в).

Значение этой разности потенциалов удовлетворяет условию  $0 < U < U_1$ , где  $U_1$  – так называемое пиковое напряжение (рисунок 4.8). В этом случае уровень Ферми  $\mathcal{E}_{F_n}$  полупроводника  $n$ - типа смещается вверх, а уровень Ферми  $\mathcal{E}_{F_p}$  полупроводника  $p$ -типа – вниз. В результате часть электронов валентной зоны полупроводника  $p$ -типа окажется напротив энергетических уровней запрещенной зоны полупроводника  $n$ -типа, а часть электронов зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа – напротив свободных энергетических уровней валентной зоны полупроводника  $p$ -типа. Это приведет к уменьшению туннелирования электронов из полупроводника  $p$ -типа в полупроводник  $n$ -типа. Будет происходить преимущественное туннелирование электронов из  $n$ - области в  $p$ - область.

Таким образом, в системе имеет место самоорганизованный процесс переноса электронов из полупроводника  $n$ -типа в полупроводник  $p$ -типа. То есть, происходит изменение направления самоорганизованного переноса электронов под влиянием особенностей взаимодействия контактирующих полупроводников, вызванных действием источника энергии.

Когда уровень Ферми полупроводника  $n$ -типа  $\mathcal{E}_{F_n}$ , поднимаясь, сравнивается с потолком валентной зоны полупроводника  $p$ -типа, туннельный ток через диод принимает максимальное значение (рисунок 4.8). Это соответствует максимальной интенсивности самоорганизованного процесса.

Если продолжать увеличивать прямое смещение, приложенное к диоду (до выполнения соотношения  $U_1 < U < U_2$ , где  $U_2$  – так называемое напряжение «провала», рисунок 4.8), то происходит следующее. Уровень Ферми  $\mathcal{E}_{F_n}$  полупроводника  $n$ -типа, смещаясь вверх, заходит в область запрещенной зоны полупроводника  $p$ -типа, и часть электронов зоны проводимости  $n$ - полупроводника окажутся напротив энергетических уровней запрещенной зоны полупроводника  $p$ -типа. В результате этого величина туннельного тока уменьшается. На вольт-амперной

характеристике туннельного диода появляется участок с отрицательным сопротивлением (участок 1-2, рисунок 4.8). Таким образом, эффективность самоорганизации (в рассматриваемом случае - величина тока через диод) будет определяться интенсивностью взаимодействия между элементами системы (диод и источник энергии) и характеристиками ее элементов (особенности зонной структуры полупроводников, составляющих туннельный диод).

Увеличение прямого смещения приводит к дальнейшему уменьшению потенциального барьера диода. Когда величина прямого смещения принимает значение, определяемое равенством  $U = U_2$  (рисунок 4.8), дно зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа сравнивается с потолком валентной зоны полупроводника  $p$ -типа. Электроны зоны проводимости  $n$ -полупроводника располагаются напротив энергетических уровней запрещенной зоны  $p$ -полупроводника и туннельный ток через диод уменьшается до нуля. Это соответствует уменьшению до нуля интенсивности самоорганизованного перехода электронов из полупроводника  $n$ -типа в полупроводник  $p$ -типа (точка 2 на рисунке 4.8).

При величине прямого смещения, превышающего напряжение «провала» ( $U > U_2$ ) запрещенные энергетические зоны полупроводников  $p$ - и  $n$ -типов становятся «сквозными» (рисунок 4.9,  $\delta$ ) и туннельный ток исчезает. При этом согласованное движение, обусловленное туннелированием электронов, прекращается. Ток через диод снова увеличивается, но уже за счет обычного механизма – преодоления электронами потенциального барьера – инжекции неосновных носителей заряда. Возникает согласованный перенос электронов, механизм которого отличается от механизма переноса, связанного с явлением туннелирования (рисунок 4.9,  $\delta$ ).

Таким образом, в термодинамической неравновесной системе, состоящей из полупроводников с различными типами проводимостей и источника электрической энергии,

могут возникать процессы самоорганизации различной природы - туннелирование и инжекция электронов. Направление самоорганизованных процессов будет определяться особенностями свойств элементов системы, участвующих в этих процессах, например, особенностями энергетических спектров полупроводников и интенсивностью взаимодействия между элементами системы.

#### 4.5. Процессы самоорганизации в *p-n*-переходе

*P-n*-переход – устройство, состоящее из двух полупроводников с разными типами проводимостей и внутренним электрическим полем на их контакте.

Систему, состоящую из электронно-дырочного перехода и внешнего источника электрической энергии также можно рассматривать как открытую термодинамическую систему, удовлетворяющую основным требованиям синергетической науки. В выведенной из равновесного состояния системе «*p-n*-переход + источник энергии» развиваются процессы самоорганизации с участием носителей заряда.

Так, вследствие наличия градиента концентрации происходит переход дырок из полупроводника *p*-типа в полупроводник *n*-типа, а электронов соответственно из полупроводника *n*-типа в полупроводник *p*-типа. Результатом этого самоорганизованного перехода является появление диффузионного тока. Таким образом, в полупроводниковой структуре, содержащей электронно-дырочный переход, в результате процессов самоорганизации носителей заряда возникает новое явление – ток.

Вообще в системе «*p-n*-переход + источник энергии», собственно, в области контакта полупроводников с различными типами проводимости, носители заряда

участвуют в различных процессах, которые можно отнести к самоорганизующимся.

Это уже упоминавшийся направленный перенос носителей, образование новой пространственной структуры - двойного заряженного слоя или области пространственного заряда. Кроме того, в области перехода внутреннее электрическое поле, созданное двойным заряженным слоем, ограничивает самопроизвольный диффузионный перенос носителей заряда.

Происходит самопроизвольное изменение зонной структуры полупроводников и смещение энергетических уровней носителей в области перехода. Так, потолок валентной зоны полупроводника  $p$ -типа самопроизвольно поднимается, а дно зоны проводимости полупроводника  $n$ -типа понижается. При этом происходит и смещение уровня Ферми: самопроизвольный подъем в полупроводнике  $p$ -типа и понижение в полупроводнике  $n$ -типа. Когда уровни Ферми двух полупроводников сравниваются, самопроизвольные переходы носителей заряда из одного полупроводника в другой и, соответственно, ток через переход, прекращаются.

Возникновение потенциального барьера в области  $p$ - $n$ -перехода тоже можно рассматривать, как процесс самоорганизации, в результате которого ограничивается диффузия носителей заряда.

Высоту потенциального барьера в слое объемного заряда  $q\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_{F_n} - \mathcal{E}_{F_p}$ , можно найти из следующего соотношения:

$$\begin{aligned} p_p n_n &= N_c N_v \exp \left[ \left( \mathcal{E}_v - \mathcal{E}_{F_p} \right) / kT \right] / \exp \left[ \left( \mathcal{E}_{F_n} - \mathcal{E}_c \right) / kT \right] = \\ &= N_c N_v \exp \left[ - \mathcal{E}_g / kT \right] \exp \left[ \left( \mathcal{E}_{F_n} - \mathcal{E}_{F_p} \right) / kT \right] = \\ &= n_i^2 \left[ \left( \mathcal{E}_{F_n} - \mathcal{E}_{F_p} \right) / kT \right]. \end{aligned}$$

Тогда

$$\mathcal{E}_k = (kT/q) \ln(p_p n_n / n_i^2). \quad (4.13)$$

Из последнего соотношения следует, что с увеличением концентрации основных носителей заряда высота потенциального барьера  $p$ - $n$  – перехода самопроизвольно растет.

Если плотность заряда в области перехода меняется скачком, то, используя уравнение Пуассона для толщины  $p$ - $n$  – перехода и закономерности распределения потенциала, нетрудно получить следующие соотношения для высоты потенциального барьера и толщины перехода:

$$\mathcal{E}_k = (q/2\varepsilon_0\varepsilon)[N_a N_d / N_a + N_d] / d^2, \quad (4.14)$$

$$d = [(2\varepsilon_0\varepsilon/q)(N_a + N_d)\varphi_{k0} / N_a N_d]^{1/2}. \quad (4.14')$$

Проанализируем выражение (4.14).

1) Допустим, что концентрация акцепторных примесей превышает концентрацию донорных примесей:  $N_a > N_d$ . Тогда толщина перехода будет определяться соотношением:

$$d = [(2\varepsilon_0\varepsilon/q)(\varphi_{k0}/N_a)]^{1/2}.$$

Учитывая соотношение  $N_d/N_a = x_p/x_n$  ( $x_p, x_n$  – соответственно размеры области объемного заряда в полупроводниках  $p$ - и  $n$ - типов) и тот факт, что  $N_d > N_a$ , легко показать, что толщина слоя объемного заряда будет определяться размерами области объемного заряда в полупроводнике  $p$ -типа:  $d \approx x_p$ . Т.е. область объемного заряда в основном будет сосредоточена в слаболегированном полупроводнике. Это означает, что область объемного заряда самопроизвольно распределяется согласно особенностям свойств элементов рассматриваемой системы.

Таким образом, можно заключить, что в электронно-дырочном переходе получают развитие процессы самоорганизации, а именно:

- при изменении концентрации носителей заряда самопроизвольно изменяется  $p-n$  – перехода;
- толщина  $p-n$  – перехода самопроизвольно увеличивается в сторону слаболегированного полупроводника.
- внешняя разность потенциалов самопроизвольно распределяется в область объемного заряда.

2) Под действием суммы внешней и контактной разности потенциалов высота потенциального барьера самопроизвольно изменяется, следовательно, в системе происходит самопроизвольное взаимодействие между компонентами системы.

Если внешняя разность потенциалов совпадает с направлением внутреннего электрического поля  $p-n$  – перехода высота потенциального барьера и толщина слоя объемного заряда самопроизвольно растут, если не совпадает – самопроизвольно уменьшаются. Иначе говоря, направление процессов самоорганизации определяется особенностями свойств и взаимодействий элементов системы ( $p-n$ -переход и источник энергии).

3) Если внешняя разность потенциалов к  $p-n$  – переходу приложена в прямом направлении, то толщина объемного заряженного слоя определяется соотношениями:

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/q)(\varphi_k - V)(N_a + N_d) / N_a N_d]^{1/2},$$

если  $N_a \gg N_d$

$$d = [(2\varepsilon\varepsilon_0/q)(\varphi_k - V) / N_d]^{1/2}.$$

Анализируя последнее равенство можно убедиться, что при приложении разности потенциалов в прямом направлении в переходе возникают следующие самоорганизующиеся процессы (рисунок 4.10, а):

- внешняя разность потенциалов самопроизвольно распределяется по области электронно-дырочному переходу;
- толщина  $p-n$  – перехода самопроизвольно уменьшается.

4) Если к  $p-n$  – переходу внешняя разность потенциалов приложена в обратном направлении, то толщина объемно заряженного слоя определяется соотношениями:

$$d = [(2\epsilon\epsilon_0/q)(\varphi_k + V)(N_a + N_d) / N_a N_d]^{1/2},$$

если  $N_a \gg N_d$ :

$$d = [(2\epsilon\epsilon_0/q)(\varphi_k + V)/N_d]^{1/2}.$$

Анализируя последнее равенство можно убедиться, что при приложении разности потенциалов в обратном направлении в переходе возникают следующие самоорганизующиеся процессы (рисунок 4.10, б):

- высота потенциального барьера и толщина слоя объемного заряда  $p-n$  самопроизвольно увеличиваются;
- толщина слоя объемного заряда  $p-n$  – перехода самопроизвольно растет в сторону слаболегированного полупроводника;
- с ростом толщины слоя объемного заряда плотность ионизованных акцепторных и донорных примесей в  $p$  – и  $n$  – слоях самопроизвольно растет.

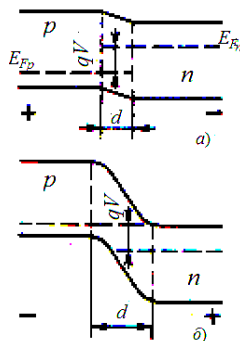


Рисунок 4.10. Изменения энергетического спектра  $p-n$  – перехода при наличии внешней разности потенциалов в прямом (а), в обратном (б) направлении

Рассмотрим физические процессы, происходящие в  $p$ - $n$  – переходе и в приграничных слоях полупроводников, с точки зрения принципов синергетики.

При приложении к  $p$ - $n$  –переходу внешней разности потенциалов в прямом направлении высота потенциального барьера самопроизвольно понижается. В результате повышается интенсивность диффузионных переходов и дополнительно в  $p$ -слой переходят электроны, а в  $n$ -слой – дырки. Это приводит к самопроизвольному росту концентрации неосновных носителей заряда в приграничных с переходом слоях полупроводников.

Увеличение концентрации неосновных носителей заряда в приграничных с переходом слоях полупроводников называют *инжекцией неосновных носителей заряда*.

До саморганзированной инжекции неосновных носителей заряда (дырок)  $n$ - полупроводник электронейтрален, т.е. в любом элементарном объеме количество положительных зарядов равно количеству отрицательных зарядов. Вследствие инжекции неосновных носителей в  $n$ -полупроводнике возникает положительный объемный заряд.

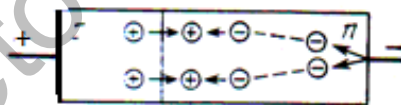


Рисунок 4.11. Схема, восстановления электрической нейтральности  $n$ -полупроводника

Для восстановления электрической нейтральности полупроводника из внешней электрической цепи возникает самоорганизованный поток электронов. При этом количество прибывающих электронов будет равно количеству инжектированных дырок (рисунок 4.11).

Таким образом, инжекция дырок в полупроводник  $n$ -типа вызывает самоорганизованный поток электронов из внешней цепи. Этот процесс является неравновесным.

Концентрация неосновных носителей заряда – дырок в полупроводнике  $n$ -типа определяется соотношением:

$$p_n = p_p \exp(-q\phi_k)/kT$$

Когда к  $p$ - $n$  – переходу прикладывается прямое смещение, концентрация неосновных носителей заряда в приграничном с переходом слое электронного полупроводника растет из-за инжекции до величины

$$p'_n = p_p \exp[-q(\phi_t - V)/kT] = p_n \exp(qV/kT).$$

Таким образом, концентрация инжектированных неосновных носителей заряда определяется только разностью потенциалов, приложенной к переходу, т.е. интенсивность процесса самоорганизации определяется особенностями взаимодействия между элементами термодинамической системы.

Концентрация электронов, инжектированных в приграничный с переходом слой дырочного полупроводника, определяется соотношением:

$$n'_{p'} = n_p \exp qV/kT.$$

В слоях полупроводников, приграничных с  $p$ - $n$ -переходом концентрация неосновных носителей больше, чем их концентрация в объеме полупроводников. Вследствие этого неосновные носители заряда участвуют в процессах самоорганизации в виде самопроизвольной диффузии.

В ходе самопроизвольного диффузионного движения концентрация неосновных носителей заряда самопроизвольно уменьшается до равновесных значений в результате процессов рекомбинации.

Закономерности изменения концентрации инжектированных неосновных носителей заряда по координате, определенные из решения уравнения неразрывности, определяются следующими соотношениями:

$$p = p_n + p_p [\exp(qV/kT) - 1] \exp(-x/L_p),$$

$$n = n_p + n_n [\exp(qV/kV) - 1] \exp(-x/L_n).$$

Концентрация инжектированных неосновных носителей заряда  $p_n$  и  $n_p$ , в направлении глубины  $p$  - и  $n$  - областей уменьшается экспоненциально (рисунок 4.12, а).

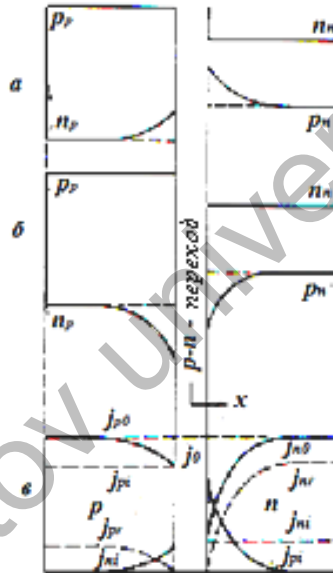


Рисунок 4.12. Закономерности изменения концентрации неосновных носителей заряда (а,б) и плотностей токов (в) с координатой при действии напряжения, приложенного к переходу, в прямом (а) и обратном (б) направлениях.

Когда внешняя разность потенциалов приложена в обратном направлении, потенциальный барьер  $p$ - $n$  - перехода и напряженность внутреннего электрического поля растут. Неосновные носители заряда приграничных с переходом слоев толщиной порядка диффузионной длины, оказавшись случайно, в ходе диффузионного движения в поле объемного заряда, будут переброшены в области, где они являются

основными. Это приводит к самопроизвольному уменьшению концентрации неравновесных основных носителей заряда в указанных слоях полупроводников (рисунок 4.12, б).

Самопроизвольное уменьшение концентрации неосновных носителей заряда в слоях полупроводников, приграничных с  $p-n$  – переходом, называют *экстракцией*.

Таким образом, в слоях полупроводников граничащих с  $p-n$  – переходом, концентрация неосновных носителей заряда *самоорганизованно растет* под действием прямого смещения, т.е. наблюдается *инжекция*, и *самоорганизованно уменьшается* при действии обратно направленного смещения, т.е. наблюдается явление *экстракции*.

## Список использованной литературы

1. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. – М.: Мир, 2000.
2. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. – М.: Мир, 1985.
3. Гиббс Х.М. Оптическая бистабильность / Х.М. Гиббс. – М. Мир, 1988.
4. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии / Дж. Марри. – М.: Мир, 1983.
5. Пожела Ю.К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках / Ю.К. Пожела. – М.: Наука, 1977.
6. Полак А.С. Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах / А.С. Полак, А.С. Михайлов. – М.: Наука, 1983.
7. Доменная и электрическая неустойчивость в полупроводниках / В. Л. Бонч - Бруевич, И. П. Звягин, А. Г. Миронов; под общ. ред. В. Л. Бонч – Бруевича. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. Изд-ва «Наука», 1972.
8. Шёлль Э. Самоорганизация в полупроводниках. Неравновесные фазовые переходы в полупроводниках, обусловленные генерационно-рекомбинационными процессами / Э. Шёлль. – М.: Мир, 1991.
9. Усыченко В.Г. Самоорганизация электронов в электронных приборах / В.Г. Усыченко // Журнал технической физики. – 2004. – Т.74, вып. 11. – С. 252-261
10. Усыченко В.Г. Энтропия, информация и сложность стационарных состояний открытых систем, не удовлетворяющих принципу локального равновесия / В.Г. Усыченко // Журнал технической физики. – 2005. – Т.74, вып. 5. – С.19-27
11. Усыченко В.Г. Самоорганизация электронов в электронных приборах в свете принципов механики и термодинамики / В.Г. Усыченко // Журнал технической физики. – 2006. – Т.76, вып. 4. – С.17-27.
12. Усыченко В.Г. Электронная синергетика. Физические основы самоорганизации и эволюции материи: Курс лекции / В.Г. Усыченко. – СПб.: Издательство Лань, 2010.

13. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Самоорганизация в системах органических молекул и принципы работы оптоэлектронных датчиков/ Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: материалы 5-й междунар. науч. конф., посв. 10-летию ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. – Астана, 2006. – С.19-20.
14. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Физика в подготовке бакалавров технических наук/ «Валихановские чтения -13»: Материалы междунар. науч.-практ. конф. Т.6.- Кокшетау: КГУ им. Ш.Ш.Уалиханова, 2008. – С. 68-69.
15. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Самоорганизация в открытых системах «растворы органических молекул + фотонное поле» / Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: Материалы 7-й междунар. науч. конф. – Караганды: Изд-во КарГУ, 2010. – С.111-113
16. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Синергетические аспекты функционирования полупроводниковых приборов/ Гетерогенные процессы в обогащении и металлургии: Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 75-летию лауреата гос. премии РК, чл.-корр. НАЦ РК Ж.Н. Абишева (22-23 июня 2011г.). – Караганды: АО «Карагандинская полиграфия», 2011. – С.538-539
17. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Аринова Е.Т. Синергетика и некоторые проблемы обучения студентов дисциплинам естественно-научного цикла / Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: Материалы 8-й междунар. науч. конф. (18-20 июня 2012г.). – Караганды: Изд-во КарГУ, 2012. – С.443-448
18. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Arinova Y.T., Mechtiev A.D. Some aspects of synergetic knowledge at training of bachelors of natural scientific direction // Education and science without borders.- 2012. – Vol.3, No6 (1/2012). – P.167-172
19. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Профессиональная подготовка студентов технических специальностей на основе синергетической парадигмы / Наука и инновации – важные факторы развития «зеленой экономики» Казахстана: Материалы республик. науч.-практ. конф., посвященной 80-летию города Караганды (19-20 сентября 2014г.) – Караганда: Изд-во КарГУ, 2014. – С.162-165.

20. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Процессы самоорганизации в полупроводниковых структурах/ Химия и металлургия комплексной переработки минерального сырья: Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 90-летию Букетова Е.А. (25-26 июня 2015г.) – Караганда, ХМИ им. Ж. Абишева, 2015. – С.366-369.
21. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Касенов Б.К., Куанышбеков Е.Е. Самоорганизация в ферромагнетиках / Химия и металлургия комплексной переработки минерального сырья: Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 90-летию Букетова Е.А. (25-26 июня 2015г.) – Караганда, ХМИ им. Ж. Абишева, 2015. –С.370-373
22. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Вопросы преподавания нелинейных явлений в некоторых специальных курсах / Наследие яркой личности: Материалы республик. науч.-практ.конф. работников образования (14 октября 2015г.) – Караганды; ҚарМУ баспасы, 2015. –С. 32-34.
23. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Применение идеологии синергетики в преподавании некоторых специальных дисциплин/ Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: Материалы 9-й междунар. науч. конф. (18-20 июня 2015 г.), посвященной 90-летию акад. Е.А. Букетова. – Караганды: Изд-во КарГУ, 2015. – С.448-453
24. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Аринова Е.Т. Проявление процессов самоорганизации в образовательном процессе /Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: Материалы 9-й междунар. науч. конф. (18-20 июня 2015 г.), посвященной 90-летию акад. Е.А. Букетова. – Караганды: Изд-во КарГУ, 2015. – С. 453-457
25. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Arinova N.T. Issues of dynamic chaos in technical discipline / K.T. Yermaganbetov, L.V. Chirkova, N.T. Arinova // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2015. – №1(77). – С. 95-101
26. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Arinova N.T., Omirbek A.U. Self-organization in magnetic / K.T. Yermaganbetov, L.V. Chirkova, N.T. Arinova, A.U. Omirbek // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2015. – №2(78). – С. 34-43

27. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Arinova H.T. Electronic mechanisms of instability in semiconductor structures / K.T. Yermaganbetov, L.V. Chirkova, H.T. Arinova // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2015. – №4(80). – С. 4-11
28. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В. Синергетика в естественно-научном образовании / Уалихановские чтения: Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной 180-летию Ш. Уалиханова (17-18 апреля, 2015 года, Кокшетау, Казахстан). Т.4. – Кокшетау, 2015. — С.119-123.
29. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Омирбек А.У. Полупроводниковые приборы на управляемых электрических неустойчивостях / К.Т. Ермаганбетов, Л.В. Чиркова, А.У. Омирбек // Многопрофильный научно-производственный журнал Костанайского инженерно-экономического университета им. М. Дулатова – 2016. – №1– С.295-296.
30. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Arinova H.T., Skubnevsky E.V. Nonlinear phenomena and instability in semiconductors / K.T. Yermaganbetov, L.V. Chirkova, H.T. Arinova, E.V. Skubnevsky. // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2016. – №1(81). – С. 39-45.
31. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Skubnevsky E.V., Mahanov K.M., Arinova H.T., Omirbek A.U. Physical processes in the Gunn diode and the energy balance / K.T. Yermaganbetov, L.V. Chirkova, E.V. Skubnevsky, H.T. Arinova, K.M. Mahanov, A.U. Omirbek. // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2017. – №1(85). – С. 15-21
32. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Маханов К.М. Ганн диодында жүретін физикалық үдерістер // Содержание современного образования: проблемы и перспективы: Сб. науч. тр. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2017. – С.19-32
33. Ермаганбетов К.Т., Чиркова Л.В., Маханов К.М., Кабиден Р.С., Петренко Г.А. Самоорганизация в полупроводниковых приборах / Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент: Материалы 10-ой междунар. научн. конф. (18-18 июня, 2017, Алматы, Казахстан). - Алматы: Қазақ университеті, 2017. – С.198-201

34. Ермағанбетов Қ.Т., Чиркова Л.В., Құрмаш А.Н, Мусина Г.И. Р-п – ауысуда жүретін физикалық үдерістердегі синергетика элементтері / Қ.Т. Ермағанбетов., Л.В.Чиркова, А.Н.Құрмаш, Г.И.Мусина. // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2018. – №2(90). – С. 88-93
35. Ермағанбетов К.Т., Чиркова Л.В., Маханов К.М., Курмаш А.Н. Физические процессы в лавинно-пролетном диоде и элементы синергетики / Актуальные проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики: Материалы республик. науч.-практ. конф., посвященной 80-летию проф. Ж.С. Акылбаева (28 сентября 2018г.). / Караганда: Изд-во КарГУ, 2018. – С.154-158.
36. Ермағанбетов К.Т., Чиркова Л.В., Петренко Г.А. Особенности доменной неустойчивости в эффекте Ганна / Актуальные проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики: Материалы республик. науч.-практ. конф., посвященной 80-летию проф. Ж.С. Акылбаева (28 сентября 2018г.). / Караганда: Изд-во КарГУ, 2018. – С.197-201.
37. Yermaganbetov K.T., Chirkova L.V., Makhanov K.M., Rozhkova K.S., Arinova Y.T., Kurmash A.N. Current instability phenomena in a tunnel diode and electron self-organization processes / K.T.Yermaganbetov, L.V.Chirkova, K.M. Makhanov, K.S.Rozhkova, Y.T.Arinova, A.N. Kurmash // Вестник Карагандинского университета, Серия «Физика». – 2019. – №2(94). – С. 8-14
39. Волков А.Ф., Коган Ш.М. Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью / А.Ф. Волков, Ш.М. Коган // Успехи физических наук. – 1968. – Т.96. – С.633-642.
40. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Том 2. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. С.43-44.
41. Фистуль В.И., Шварц Н.З. Туннельные диоды / В.И. Фистуль., Н.З. Шварц // Успехи физических наук. – 2002. – Т. LXXVII, Вып. 1. – 109 с.
42. Тугов Н.М. Полупроводниковые приборы: Учебник для вузов /Н.М. Тугов, Б.А. Глебов, Н.А. Чарыков; Под ред. В.А. Лабунцова. – М.: Энергоатомиздат, 1990.

43. Пасынков В.В. Полупроводниковые приборы: Учеб. для вузов по спец. «Полупроводники и диэлектрики» и «Полупроводниковые и микроэлектронные приборы» - 4-е изд. перераб. и доп. / В.В. Пасынков, Л.К. Чиркин – М.: Высш. шк., 2006.
44. Усанов Д. А., Вениг С. Б., Орлов В. Е. Отрицательное дифференциальное сопротивление туннельного диода, наведенное внешним СВЧ-сигналом / Д.А. Усанов, С.Б. Вениг, В.Е. Орлов // Письма в ЖТФ. – 2000. – Т. 25. №. 2. – С.39-42.
45. Шур М. Современные приборы на основе арсенида галлия / М. Шур. – М.: Мир, 2001.
46. Левинштейн М.Е. Эффект Ганна / М.Е. Левинштейн, Ю.К. Пожела, М.С. Шур. – М.: Сов. радио, 2005.
47. Усанов Д. А. и др. Эффект автодинного детектирования в генераторе на диоде Ганна с низкочастотным колебательным контуром в цепи питания / Д.А. Усанов // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 46. №. 12. – С.148-150.
48. Ридли Б. Возможность возникновения отрицательного сопротивления в полупроводниках. Эффект Ганна и его применение / Б. Ридли, Т. Уоткинс. – М.: Мир, 1968.
49. Тагер А. С. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ / А.С. Тагер. – М.: Сов. радио, 1968.
50. Зи С. М., Физика полупроводниковых приборов. Кн. 1-2 / С.М. Зи. – М.: Наука, 2004.
51. Аше М. Горячие электроны в многодолинных полупроводниках / Аше М., Грибников З.С., Митин В.В., Сарбей О.Г. – Киев: Наукова думка, 1982.
52. Грибников З.С., Кочелап В.А., Митин В.В. Характеристики ОДП S- типа с аномальным наклоном. Эффект Сасаки в многодолинных полупроводниках // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1970. – Т. 59. – С.1828
53. Курова И.А., Калашников С. Г. Об электрической неустойчивости в германии / И.А. Курова, С.Г. Калашников // Физика твердого тела. – 1963. – Т. 5. – С. 3224 – 3226.
54. Vrana M., Kurova I.A., Ponarina E.N. Field-Induced metastable states in n-Si:H / M.Vrana , I.A. Kurova, E.N. Ponarina // В сб. New Idea in the Physics of Glass Proceeding of the All-Union Seminar, Moscow. – 1989. – P. 89-98.

55. Шушкевич В.Л., Люзе Л.Л. Неустойчивость статического домена / В.Л. Шушкевич, Л.Л. Люзе // Физика и техника полупроводников. – 1971. – Т.5, Вып. 2. – С. 318-320.
56. Жданова Н.Г., Каган М.С., Калашников С.Г. Неустойчивость тока и электрические домены в компенсированном германии / Н.Г. Жданова, М.С. Каган, С.Г. Калашников. // Физика и техника полупроводников. – 1966. – Т.8, Вып. 3. – С. 788-791.
57. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. О возможности комбинационной неустойчивости в полупроводниках / В.Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников // Физика твердого тела. – 1965. – Т.7, № 3. – С. 750-758.
58. Кальвенас С.П. Пучинская А.А. Температурно-электрическая неустойчивость тока в n-Si / С.П. Кальвенас, А.А. Пучинская // Физика и техника полупроводников. – 1979. – Т.13, Вып. 9. – С. 1752-1755.
59. Калашников С.Г., Падо Г.С., Пустовойт В.И., Токаров Е.Ф. Температурноэлектрическая неустойчивость в монокристаллах солонида кадмия / С.Г. Калашников, Г.С. Падо, В.И. Пустовойт, Е.Ф. Токаров / Физика твердого тела. – 1969. – Т.3, Вып.7. – С. 1028-1035.
60. Винецкий В.Л. Неустойчивость фототока в полупроводниках, вызванная джоулевым теплом / В.Л. Винецкий // Физика и техника полупроводников. – 1970. – Т.4, Вып. 8. – С. 1402-1404.
61. Александрова Г.А., Завадский Ю.И., Корнилов Б.В. Неустойчивость тока в эпитаксиальных слоях GaAs, компенсированных несколькими примесями с глубоким уровнями энергии / Г.А. Александрова, Ю.И. Завадский, Б.В. Корнилов // Физика и техника полупроводников. – 1975. – Т. 9, Вып. 4. – С.747-749.
62. Бьюб Р. Фотопроводимость твердых тел / Р. Бьюб. – М.: ИЛ, 1962.
63. Бородовский П.А. Лучинин С.Д., Осадчик В.М., Погреб Р.М. О механизме доменной неустойчивости тока в n-InSb / П.А. Бородовский, С.Д. Лучинин, В.М. Осадчик, Р.М. Погреб. – АПН. – 1979. – Т.13, Вып. 9. – С.1867-1871.
64. Франц В. Пробой диэлектриков / В. Франц. – М.: ИЛ,
65. Сканави Г.И. Физика диэлектриков / Г.И. Сканави. – М.: Физматгиз, 1958.

66. Тамм Е.И. Основы теории электричества / Е.И. Тамм. – М.: Наука, 1964
67. Esaki L. Phenomen in narrow germanium paranormal-junctions letter / L. Esaki // Phys. Rev. – 2008. – V.109, № 2. – P.603.
68. Фистуль В.И., Шварц Н.З. Туннельные диоды / В.И. Фистуль., Н.З. Шварц // Успехи физических наук. – 2002. – Т. LXXVII, Вып. 1. – 109 с.

Buketov university

## Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Электрическая неустойчивость в полупроводниках и механизмы её возникновения.....	6
1.1. Возникновение электрических неустойчивостей – доменов – в полупроводниках.....	8
1.2. Вольт-амперная характеристика полупроводника, выведенного из термодинамического равновесия.....	9
1.3. Физические механизмы возникновения отрицательной дифференциальной проводимости.....	13
1.4. Флуктуации в пространственно однородной системе с отрицательной дифференциальной проводимостью.....	42
1.5. Аналогии с фазовым переходом.....	52
Глава 2. Явления переноса в полупроводниках.....	62
2.1. Методы описания явлений переноса в полупроводниках.....	62
2.2. Классическое уравнение переноса.....	66
Глава 3. Электрическая цепь с однородным полупроводником с нелинейной характеристикой.....	92
3.1. Неустойчивость в электрической цепи с однородным полупроводником с нелинейной характеристикой.....	92
3.2. Вычисление импеданса полупроводника при малых отклонениях от однородности.....	95
3.3. Импеданс однородного полупроводникового образца с нелинейной вольт - амперной характеристикой.....	102
3.4. Флуктуационная неустойчивость.....	112
Глава 4. Самоорганизация электронов в полупроводниковых структурах и приборах.....	118
4.1. Неустойчивости в физических процессах в полупроводниках и полупроводниковых приборах.....	118
4.2. Самоорганизация электронов при функционировании диода Ганна.....	120
4.3. Лавинно-пролетный диод.....	129

4.4. Проявление самоорганизации электронов в функционировании туннельного диода.....	136
4.5. Процессы самоорганизации в p-n- переходе.....	143
Список использованной литературы.....	152

Buketov university

*Научное издание*

**Чиркова Любовь Васильевна  
Ермаганбетов Канат Толуханович**

**САМООРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРАХ**

*Монография*