Беков М.Н., студент
Фазылова Л.С., старший преподаватель
Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова

РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В СИСТЕМЕ MATHCAD

MathCAD - универсальный математический пакет, предназначенный для выполнения инженерных и научных расчетов. Основное преимущество пакета - естественный математический язык, на котором формируются решаемые задачи. Объединение текстового редактора с возможностью использования общепринятого математического языка позволяет пользователю получить готовый итоговый документ. Пакет обладает широкими графическими возможностями, расширяемыми от версии к версии.

В данной работе рассматриваются численные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, методы релаксации решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа, решение двумерного уравнения Пуассона с нулевыми и произвольными граничными условиями в системе MathCAD. Применяются встроенные программы пакета, элементы модульного программирования, графические возможности для визуализации полученного решения, а также показана эффективность реализации алгоритмов математической физики с помощью программного пакета MathCAD.

Рассмотрим реализацию метода Эйлера и метода Рунге-Кутты в системе MathCad. Будем использовать элементы модульного программирования в MathCad.

Задача 1. Решение задачи Коши дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = x^2, y(0) = 1.3$$

Решение. Сначала представим реализацию метода Эйлера. Сначала задаем правую часть и начальные условия задачи (рис. 1).

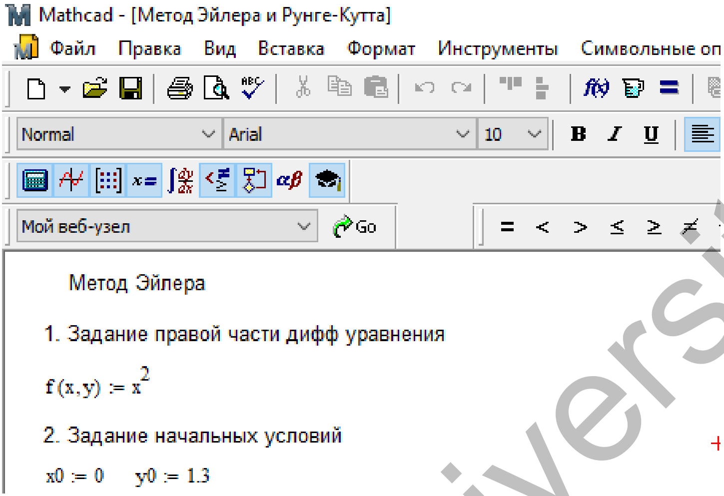


Рисунок – 1.

С помощью модульного программирования создаем функцию Euler, реализующую метод Эйлера (рис. 2).

3. Программирование метода Эйлера

$$
Euler(y0, x0, x1, N, f) := \left|\begin{array}{l} h \leftarrow \dfrac{x1 - x0}{N} \\ z_{0,0} \leftarrow x0 \\ z_{0,1} \leftarrow y0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \left|\begin{array}{l} z_{i,0} \leftarrow x0 + h \cdot i \\ z_{i,1} \leftarrow z_{i-1,1} + h \cdot f\left(z_{i-1,0}, z_{i-1,1}\right) \end{array}\right. \\ z \end{array}\right.
$$

Рисунок – 2.

Вычисляем решение дифференциального уравнения и строим график полученного решения (рис. 3).

4. Вычисление решения ДУ на интервале [0, 5]

$x1 := 5 \qquad N := 10 \qquad i := 0 .. N$

$A := \mathrm{Euler}(x0, y0, x1, N, f)$

5. Визуализация численного решения

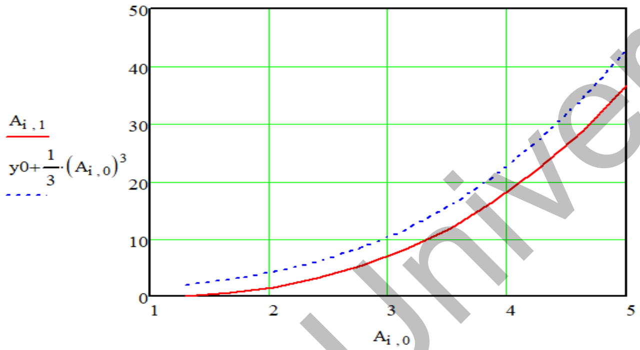


Рисунок – 3.

На графике сплошной линией изображено приближенное решение, полученное методом Эйлера, а пунктирной линией – точное решение дифференциального уравнения с заданными начальными и граничными условиями.

Рассмотрим реализацию метода Рунге-Кутты. Правую часть и начальные условия задаем согласно рисунку 1. Далее, при помощи модульного программирования создаем функцию, реализующую алгоритм метода Рунге-Кутты четвертого порядка (рис.4).

Вычисляем решение дифференциального уравнения и строим график полученного решения (рис.5).

```
RungeKutta(y0, x0, x1, N, f) := | h ← (x1 − x0)/N
                                | z[0,0] ← x0
                                | z[0,1] ← y0
                                | for i ∈ 1..N
                                |   | z[i,0] ← x0 + h·i
                                |   | K1 ← h·f(z[i−1,0], z[i−1,1])
                                |   | K2 ← h·f(z[i−1,0] + h/2, z[i−1,1] + K1/2)
                                |   | K3 ← h·f(z[i−1,0] + h/2, z[i−1,1] + K2/2)
                                |   | K4 ← h·f(z[i−1,0] + h/2, z[i−1,1] + K3)
                                |   | z[i,1] ← z[i−1,1] + 1/6·(K1 + 2·K2 + 2·K3 + K4)
                                | z
```

Рисунок – 4.

4. Вычисление решения ДУ на интервале [0, 5]

$x1 := 5 \quad N := 10 \quad i := 0..N$

$A := \mathrm{Euler}(x0, y0, x1, N, f)$

$A2 := \mathrm{RungeKutta}(x0, y0, x1, N, f)$

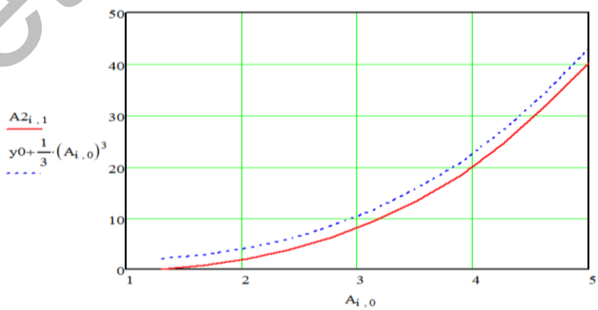


Рисунок – 5.

Задача 2. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа

$u_{xx} + u_{yy} = 0$

$u(x,0) = 0, u(1, y) = g_2(y), u(x,1) = 0, u(0, y) = g_4(y)$

Решение. При помощи модульного программирования создается функция, реализующая метод релаксации и возвращающая значения решения $u(x, y)$, вычисляемого в узлах координатной сетки. Визуализация численного решения уравнения Лапласа (рис. 6):

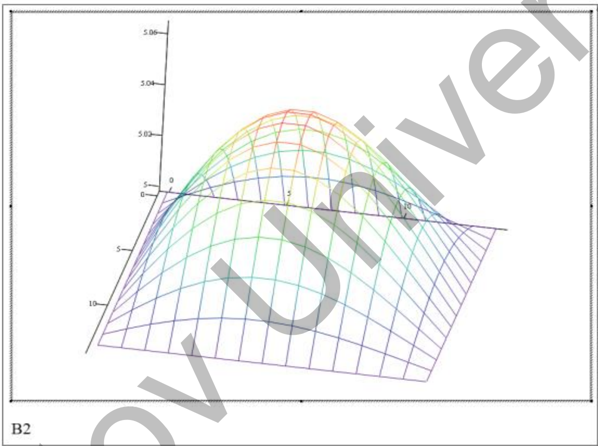


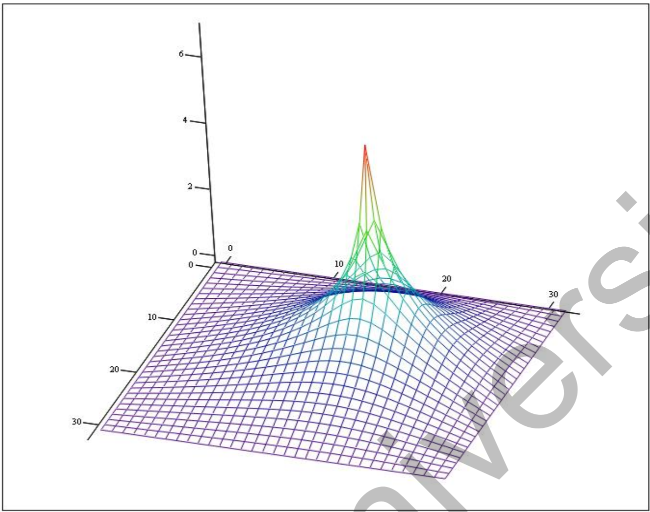
Рисунок – 6.

Задача 3. Решение двумерного уравнения Пуассона

$u_{xx} + u_{yy} = -f(x, y)$

Уравнение Пуассона описывает, например, распределение электростатического поля u(x,y) в двумерной области с плотностью заряда f(x,y), или стационарное распределение температуры u(x,y) на плоскости, в которой имеются источники (или поглотители) тепла с интенсивностью f(x,y).

Решение. 1. Уравнение Пуассона с нулевыми граничными условиями. Для решения данной задачи применяется встроенная функция multigrid. График решения показан на рисунке 7.



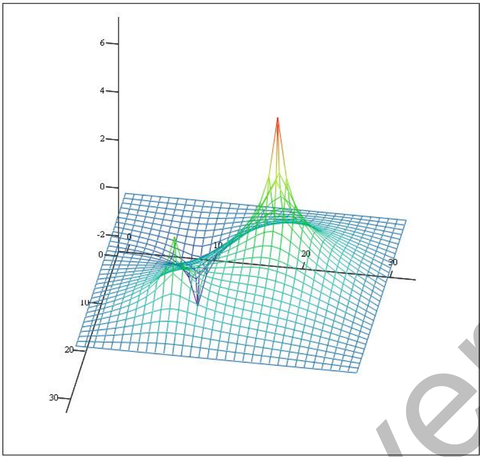
G

Рисунок – 7.

2. Уравнение Пуассона с произвольными граничными условиями. В данной задаче использовали встроенную функцию relax, имеющуюся в Mathcad [2]. График полученного решения показан на рисунке 8.

Применение математического пакета MathCAD позволяет всесторонне рассмотреть поставленную задачу. В ходе решения задач приобретается опыт исследовательской работы, планирования, прогнозирования, построения аналитических моделей, обработки результатов экспериментов.

Ещё один немаловажный фактор: математическая среда позволяет получить результаты, которые даже не предполагались, т.е. является средством для получения новых знаний об изучаемом предмете.



J

Рисунок – 8.

Литература
1. Поршнев С.В., Беленкова И.В. Численные методы на базе Mathcad. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 464 с.
2. Кирьянов Д. В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012. — 432 с.

Жарылгапова А.Е., студент
Шульгина-Таращук А.С., ст. преподаватель
Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

В настоящее время все большее внимание уделяется вопросу внедрения современных компьютерных технологий во все сферы деятельности человека. Образование тоже не выходит за рамки этого. Это образовательная область, характеризующаяся различными направлениями применения компьютерных технологий.

В последнее время практически во всех школах Республики