$z_0(s) \in \Phi(s), -h_m \le s \le 0\}$.

Пусть $d -$ произвольная точка множества $M_1 \stackrel{*}{-} \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))]$, $\tilde{w}(t)$, $0 \le t \le \tau$, произвольная суммируемая функция $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$. Зафиксируем некоторое начальное положение $z_0(\cdot) \in N(\Phi(\cdot))$. Положим $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - f(\tau)$, где $f(\tau) \in W(\tau)$. Далее, в соответствии с определением интеграла $W(\tau)$ существует измеримый по Борелю суммируемый селектор $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$, $0 \le t \le \tau$, такой, что выполнено равенство $f(\tau) = \int_0^\tau \tilde{w}(t)dt$. Тогда функция $\xi[\tau, z_0(\cdot)]$ имеет вид $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - \int_0^\tau \tilde{w}(t)dt$. Зафиксируем его. Для произвольного вектора $v \in Q$ определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ и $\eta[\tau, z_0(\cdot)]$ определенные следующим образом [2]:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\eta[\tau, z_0(\cdot)] \in F(\tau, u, v) - \tilde{w}(\tau - t)\}, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

где $F(\tau, u, v) = \pi K(\tau - t)CP - \pi K(\tau - t)Dv$, $\eta[\tau, z_0(\cdot)] = \xi[\tau, z_0(\cdot)] / |\xi[\tau, z_0(\cdot)]|$. Введем обозначение $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) : v \in Q\}$.

Теорема. Предположим, что существуют положительное число τ_1, вектор $d \in [M_1 \stackrel{*}{-} \Omega[\tau_1, N(\Phi(\cdot))]$ и суммируемая функция $\tilde{w}(t), 0 \le t \le \tau_1$, $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$, такие, что: а) $d + \int_0^{\tau_1} \tilde{w}(t)dt \ne 0$; б) выполнено неравенство $|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]| - \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t)dt \le 0$.

Тогда в игре (1) при ограничениях (2) пучок траекторий можно перевести из множества $N(\Phi(\cdot))$ на множество M за время $T[N(\Phi(\cdot))] = \tau_1$. При этом для конструирования $u[t]$ преследователь в каждый момент t использует значения $v(t)$ параметра v и $z(r)$ при $t - h \le r \le t$.

Список использованной литературы

1. Понтрягин Л.С. Избранные труды.М.: Наука, 1988. Т. 2. 576 с.
2. Мамадалиев Н. Об игровых задачах управления пучками траекторий при наличии запаздывания//Международный научно-технический журнал «Кибернетика и системный анализ». Киев. 2012.№ 5. С. 154 – 164.

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ ИНВАРИАНТНОСТИ МНОГОЗНАЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я., Абдуалимова А.М.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,

Андижанский госуниверситет имени З.М.Бабура,

E-mail: m_numana59@mail.ru; abduolimova81@inbox.ru

В данной работе рассмотрен вопрос о сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно уравнения теплопроводности при наличии запаздывания. Получены достаточные условия для сильной и слабой инвариантности данного многозначного отображения.

Через A обозначим следующий дифференциальный оператор [1]

$A\varphi = -\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)$, где функции $a_{ij}(x) \in L^{\infty}(\Omega)$ удовлетворяют условиям: $a)$ $a_{ij}(x) = a_{ji}(x),\ i, j = 1,2,...,n,\ x \in \Omega;\ b)$ существует положительная константа γ такая, что

$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\xi_i \xi_j \geq \gamma \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2$, для любых $x \in \Omega$ и $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) \in R^n$, $\sum_{I=1}^{N} \xi_I^2 \neq 0.$ Это неравенство называется условием равномерной эллиптичности оператора A. В качестве области определения оператора A берется пространство $C^2(\Omega)-$ множество дважды непрерывно дифференцируемых в Ω и непрерывных в $\Omega \cup \partial\Omega$ функций.

Определение 1. То значение число $\lambda,$ при котором имеет место равенство

$$-\int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_j} dx = \lambda \int_{\Omega} \varphi(x) \psi(x) dx,$$

для произвольных функций $\psi(\cdot) \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega)-$ называется собственным значением, а ненулевое решение $\varphi_\lambda(\cdot) \in W_2^1(\Omega)$ собственной функцией следующей краевой задачи

$$A\varphi(x) = \lambda\varphi(x),\ x \in \Omega, \quad \varphi(x) = 0,\ x \in \partial\Omega.$$

Рассмотрим задачу управления теплообмена с запаздыванием [1]

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + Au(x,t) = u_0(x, t-h) + F(x,t,\mu), \quad 0 < t \leq T,\ x \in \Omega, \tag{1}$$

с граничным $u(x,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad x \in \partial\Omega,$ (2)

и начальным $u(x,0) = u_0(x,0),\ x \in \Omega,$ (3)

условиями, где $u = u(x,t) -$ неизвестная функция, $T > 0 -$ некоторое положительное чтисло, $u_0(\cdot,\cdot) \in X,\ X = W_2^{1,1}(\Omega \times [-h,0]),\ \mu -$ управляющий параметр, где функция F сформулирутся в общую постановку задачи об управлении с импульсом.

Пусть $\{t_i\}_{t=0}^{\infty}, t_0 > 0 -$ последовательность моментов времени, занумерованных в порядке возрастания, без конечных точек сгущения. Предположим, что управление может воздействовать на систему (6) только в моменты $\{t_i\}$ и воздействие в эти моменты имеет импульсный характер, что выражается при помощи дельта-функции Дирака [1] $F(x,t,\mu(\cdot)) = \sum_{i=0}^{\infty} \mu(x)\delta(t - t_i), \quad x \in \Omega, t \geq 0.$ Предположим, что управление $\mu(\cdot) -$ представляет собой измеримую функцию.

Определение 2. Функцию $\mu(\cdot) -$ удовлетворяющую условию

$F(x,t,\mu(\cdot)) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\int_{\Omega} \mu(\xi)\varphi_k(\xi) d\xi \right)^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \mu_k^2 \leq \rho^2,$ где $\rho -$ некоторая положительная константа, $\mu_k -$ коэффициенты Фурье функции $\mu(\cdot)$ по системе $\{\varphi_k\},$ назовем допустимым управлением.

Определение 3. Многозначное отображение $W : [-h,T] \to 2^R,$ где $R = (-\infty, \infty),$ называется сильно инвариантным на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (6) – (8), если для любых $\langle u_0(\cdot,t) \rangle \in W(t), -h \leq t \leq 0$ и допустимых $\mu(\cdot)$ выполняется включение

$\langle u(\cdot,t)\rangle \in W(t)$ при всех $0<t\le T,$ где $\langle\ \rangle -$ соответствующая норма, $\langle u(x,t)\rangle -$ соответствующее решение задачи (1) – (3).

Определение 4. Многозначное отображение $W:[-h,T]\to 2^R,$ где $R=(-\infty,\infty),$ называется слабо инвариантным на отрезке времени $[-h,T]$ относительно задачи (6) – (8), если для любого $\langle u_0(\cdot,t)\rangle \in W(t), -h\le t\le 0$ существует допустимое управление $\mu(\cdot)$ такое, что выполняется включение $\langle u(\cdot,t)\rangle \in W(t)$ при всех $0<t\le T.$

Далее, исследуются сильная и слабая инвариантность отображения вида $W(t)=[0,b],$ $t\in[-h,T],$ где $b-$ некоторое положительное число.Наша цель – найти соотношения между параметрами $T,\ b,\ \rho,\ \lambda_i$ таким образом, чтобы обеспечить сильную инвариантность множества $W(t)$ на отрезке времени $[-h,T]$ относительно задачи (1) – (3).

Обозначим $N(t)=\max\{i\in N\cup\{0\}: t_i\le t\le T\}$.Пусть $\langle u(\cdot,t)\rangle = \|u(\cdot,t)\| = \|u(\cdot,t)\|_{L_2(\Omega)},\ 0\le t\le T,$ $\mu_k -$ коэффициенты Фурье функции $\mu(\cdot)$ по системе $\{\varphi_k\}.$

Теорема 1. 1^0.Допустим $t_0>T$ и $\lambda_1>1,$ то при любом $\rho\ge 0$ многозначное отображение $W(t)=[0,b], t\in[-h,T]$ сильно инвариантно на отрезке времени $[-h,T]$ относительно задачи (6) – (8); 2^0 . Допустим $t_0\le T.$ Если $\rho\le b\cdot(\lambda_1-1)(e^{\lambda_1 t_0}-1)/\left(\lambda_1\sum\limits_{i=0}^{N(\mathrm{T})} e^{\lambda_1 t_i}\right),$ то многозначное отображение $W(t)=[0,b],\ t\in[-h,T]$ сильно инвариантно на отрезке времени $[-h,T]$ относительно задачи (1) – (3).

Примичание. Можно показать, чтомногозначное отображение $W(t)$ всегда слабо инвариантно на отрезке времени $[-h,T]$ относительно задачи (1) – (3).

Список использованной литературы

1. Tukhtasinov M.,Ibragimov G.I.,Mamadaliev N.O. On an Invariant Set in the Heat Conductivity Problem with Time Lag//Abstract and Applied Analysis Volume – 2013. ArticleID 108482. – 7 pages.

ОДНА КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С НЕХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Муминов З.М., Номонова С.О.
Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан
E-mail: zaylobiddinmuminov@mail.ru, sarvinoz.abdulaxatova@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}\right)Lu=0 \qquad (1)$$

в смешанной области D, ограниченной отрезками $A(0;0)B(1;0)$, $B(1;0)B_0(1;1)$, $B_0(1;1)A_0(0;1)$ прямых $y=0,\ x=1,\ y=1$ и характеристиками $AC: x+y=0,$ $A_0C: y-x=1$ уравнения $u_{xx}-u_{yy}=0$, пересекающимися в точке $C\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, т.е.

$$D=D_1\cup AA_0\cup D_2,\quad AA_0=\{(x,y): x=0,\ 0<y<1\},$$
$$D_1=\{(x,y): 0<x<1,\ \ 0<y<1\},$$