

УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СО СМЕЩЕНИЕМ

Оспанов К.Н.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

E-mail: ospanov_kn@enu.kz

Рассмотрим уравнение

$$L_0 y := -y'' + r(x)y' + q(x)y = f, (1)$$

где $x \in \mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$, $f \in L_2 = L_2(\mathbf{R})$.

Решением уравнения (1) назовем функцию y , если существует последовательность $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ из множества $C_0^{(2)}(\mathbf{R})$ дважды непрерывно дифференцируемых и финитных функций, такая, что $\|y_n - y\|_{L_2} \rightarrow 0$, $\|L_0 y_n - f\|_{L_2} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, где $\|\cdot\|_{L_2}$ - норма L_2 .

В настоящей работе обсуждаются условия:

а) замыкаемости в L_2 оператора

$$L_0 y := -y'' + ry' + qy,$$

определенного на множестве $C_0^{(2)}(\mathbf{R})$;

б) существования и единственности решения уравнения (1).

Пусть g и h - некоторые непрерывные на \mathbf{R} функции. Положим

$$\alpha_{g,h}(t) = \|g\|_{L_2(0,t)} \|h\|_{L_2(t,+\infty)} \quad (t > 0),$$

$$\beta_{g,h}(\tau) = \|g\|_{L_2(\tau,0)} \|h\|_{L_2(-\infty,\tau)} \quad (\tau < 0),$$

$$\gamma_{g,h} = \max \left(\sup_{t>0} \alpha_{g,h}(t), \sup_{\tau<0} \beta_{g,h}(\tau) \right).$$

Справедливо следующее утверждение.

Теорема. Пусть r - непрерывно дифференцируемая, а q - непрерывная комплекснозначные функции, такие, что

$$\operatorname{Re} r - \theta(|\operatorname{Im} r|) \geq 1, \quad 1 < \theta < 2,$$

$$\max(\gamma_{1,\sqrt{\operatorname{Re} r}}, \gamma_{q,\sqrt{\operatorname{Re} r}}) < \infty.$$

Тогда для любого $f \in L_2$ уравнение (1) имеет, притом единственное решение.

Когда коэффициент r не ограничен, уравнение (1) отличается от уравнения Штурма-Лиувилля. Случай $q = 0$ изучался в [1].

Работа частично поддержана проектом 5132/ГФ4 и программой 0085/ПЦФ Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан.

Список использованных источников

1. Ospanov K.N., Akhmetkaliyeva R.D. Separation and the existence theorem for second order nonlinear differential equation // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. - 2012. - Vol. 66. - P. 1-12.