О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Орумбаева Н.Т.[1], Ильясова Р.[1], Сабитбекова Г.[1]

[1]*Карагандинский государственный университет имени академика Е.А.Букетова*

[2]*Аркалыкский государственный педагогический институт имен И.Алтынсарина*

E-mail: OrumbayevaN@mail.ru, gulmira_76_29@mail.ru

На $\Omega = [0, X] \times [0, Y]$ рассматривается полупериодическая краевая задача для нелинейного дифференциального уравнения счастными производными

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = k \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + a(x, y) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + f(x, y) \tag{1}$$

$$z(0, y) = \varphi(y), \tag{2}$$

$$z(x,0) = z(x, Y), \tag{3}$$

где $k = const$, $\varphi(y)$ - заданная функция зависящая y, $a(x, y)$, $f(x, y)$ - произвольные функции зависящие от x и y. В работе G.B.Whitham [1] были рассмотрены уравнения содержащие произвольные параметры вида

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = k \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + s \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + m \cdot \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Такие уравнения встречаются в некоторых задачах химической технологии и хромотографии. Замена $u = e^{kz}$ в задаче (1)-(3) приводит к линейной полупериодической краевой задаче

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = a(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + kf(x, y)u, \tag{4}$$

$$u(0, y) = e^{k\varphi(y)}, \tag{5}$$

$$u(x,0) = u(x, Y), \tag{6}$$

$$z(x, y) = \frac{1}{k} \ln u(x, y). \tag{7}$$

В работе [2] задача (4)-(6) исследовалась методом параметризации [3]. В терминах матрицы $Q_\nu(x, h)$, элементы которой определяются через $a(x, y)$, были установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи (4)-(6). В сообщении исследуются вопросы существования, единственности решения данной задачи и сходимость алгоритма нахождения ее решения. Справедливо утверждение

Теорема. Пусть при некотором шаге $h > 0 : Nh = Y, N = 1,2,...$, числа подстановок $\nu, \nu = 1,2,...,$ $(N \times N)$ - матрица $Q_\nu(x, h)$ обратима при всех $x \in [0, X]$ и выполняются неравенства: 1) $\left\| [Q_\nu(x, h)]^{-1} \right\| \le \gamma_\nu(x, h)$; 2) $q_\nu(x, h) = \frac{(\alpha(x)h)^\nu}{\nu!} \left[1 + \gamma_\nu(x, h) \sum_{j=1}^{\nu} \frac{(\alpha(x)h)^j}{j!} \right] \le \mu < 1$,

где $\mu = const$, $\alpha(x) = \max_{y \in [0, Y]} \| a(x, y) \|$. Тогда существует единственное решение задачи (1)-(3).

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. *Whitham G.B.* Linear and Nonlinear Waves. John Wiley & Sons, 1999. - 660 pages.

2. *Джумабаев Д.С.* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29,№1.С.50-66.

3. *Орумбаева Н.Т.* Об одном алгоритме нахождения решения периодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений // Сибирские электронные математические известия. – Т.10. – Новосибирск, 2013. // http://semr.math.nsc.ru/conru.html.