УДК 517.925.5

Б.Х.Жанбусинова

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

О ЗАВИСИМОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОТ ПАРАМЕТРА

Мақалада функциялар тізбегінің шегі ретінде келтірілген екінші ретті дифференциалды-айырымдық теңдеулерінің саналы жүйесінің периодты шешімнің қасиеттері қарастырылған. Берілген шеттік есептің шешімі мен шеттік функцияға сәйкес келетін қажетті және жеткілікті шарттары анықталған.

In the article properties of the periodic decision countable systems difference-differential equations of the second order presented as a limit of sequence of functions are considered. Necessary and sufficient conditions at which limiting function coincides with the decision of initial system are given.

Вопрос о существовании и алгоритм построения периодических решений счетных систем дифференциально-разностных уравнений второго порядка был рассмотрен в статье [1]. В данной статье исследуются свойства предельной функции, являющейся периодическим решением счетной системы дифференциально-разностных уравнений.

1. Пусть дана счетная система дифференциально-разностных уравнений

$$\ddot{x} = f\left(t, x(t), x(t-\Delta), \dot{x}(t), \dot{x}(t-\Delta)\right), \tag{1}$$

где $x = (x_1, x_2, .., x_n, ...)$ — точка пространства Ω ограниченных числовых последовательностей с нормой $\|x\| = \sup\limits_n |x_n|$, $f\left(t, x(t), x(t-\Delta), \dot{x}(t), \dot{x}(t-\Delta)\right)$ — вектор-функция, удовлетворяющая следующим условиям:

1) непрерывна по всем своим аргументам;

2) периодическая по t с периодом ω, причем $0 \le \Delta \le \omega$;

3) ограничена и удовлетворяет условию Липшица по всем своим аргументам, т.е.

$$\left| f\left(t, x(t), x(t-\Delta), \dot{x}(t), \dot{x}(t-\Delta)\right) \right| \le M$$

$$\left| f(t, x_1, x_{\Delta_1}, \dot{x}_1, \dot{x}_{\Delta_1}) - f(t, x_2, x_{\Delta_2}, \dot{x}_2, \dot{x}_{\Delta_2}) \right| \le K_1 |x_1 - x_2| + K_2 |x_{\Delta_1} - x_{\Delta_2}| + K_3 |\dot{x}_1 - \dot{x}_2| + K_4 |\dot{x}_{\Delta_1} - \dot{x}_{\Delta_2}|,$$

где $M = (M_1, M_2, ..., M_n, ...)$ — бесконечномерный вектор, $K_1 = \{k_{ij}\}$, $K_2 = \{k_{ij}^{\Delta}\}$, $K_3 = \{k_{ij}^1\}$, $K_4 = \{k_{ij}^2\}$ $(i, j = 1, 2, ...)$ — матрицы с неотрицательными элементами.

Параметры M, K_i $(i = \overline{1,4}), \omega, D_1, D_2$ таковы, что:

а) множество D_β точек $x_0 = (x_{01}, x_{02}, ...) \in \Omega$, содержащихся в области D_1 вместе со своей $\beta = \dfrac{\omega^2 M}{4}$ окрестностью, не пусто, и множество D_γ, образованное $\gamma = \dfrac{5}{6}\omega M$ окрестностью нулевого вектора пространства Ω, лежит в области D_2;

б) оператор Q, порождаемый матрицей

$$Q = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega^2}{4} K_1 & \dfrac{\omega^2}{4} K_2 & \dfrac{\omega^2}{4} K_3 & \dfrac{\omega^2}{4} K_4 \\ \dfrac{5}{6}\omega K_1 & \dfrac{5}{6}\omega K_2 & \dfrac{5}{6}\omega K_3 & \dfrac{5}{6}\omega K_4 \end{pmatrix},$$

вполне регулярен, т.е. $\|Q\| \le q < 1$.

Для периодической по t с периодом ω функции $f(t)$ введем оператор L [2]:

$$Lf(t) = \int_0^t \left[f(t) - \overline{f(t)} \right] dt,$$

где $\overline{f(t)}$ — оператор интегрального среднего:

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} f(t) dt.$$

Укажем некоторые свойства введенных операторов:

1^0. $\dfrac{d}{dt}Lf(t)=f(t)-\overline{f(t)}$,

2^0. $\dfrac{d}{dt}L^2 f(t)=Lf(t)-\overline{Lf(t)}$,

3^0. $Lf(t)\big|_{t=0}=Lf(t)\big|_{t=\omega}=0$,

4^0. $L^2 f(t)\big|_{t=0}=L^2 f(t)\big|_{t=\omega}=0$,

5^0. $\overline{Lf(t)}\big|_{t=0}=\overline{Lf(t)}\big|_{t=\omega}=\overline{Lf(t)}$.

В статье [1] построено периодическое решение системы уравнений (1), т.е. решение краевой задачи (1), (2):

$$x(0)=x(\omega),\ \ \dot{x}(0)=\dot{x}(\omega) \tag{2}$$

в виде предела последовательности периодических функций

$$\phi(t,x_0)=\lim_{m\to\infty}x_m(t,x_0),\ \ x_m(t,x_0)=x_0+L^2\left[f(t,x_{m-1}(t),x_{m-1}(t-\Delta),\dot{x}_{m-1}(t),\dot{x}_{m-1}(t-\Delta))\right]. \tag{3}$$

В правую часть системы (1) всегда можно ввести дополнительный счетный управляющий параметр μ и выбрать начальное значение производной y_0 таким, что при любом $x_0\in D_\beta$ решение задачи Коши

$$\ddot{x}=f\left(t,x(t),x(t-\Delta),\dot{x}(t),\dot{x}(t-\Delta)\right)+\mu,\qquad \mu=(\mu_1,\mu_2,....,\mu_n,...), \tag{4}$$

$$x(0)=x_0,\ \ x'(0)=y_0 \tag{5}$$

будет удовлетворять и периодическим краевым условиям

$$x(0)=x(\omega)=x_0,\ \ \dot{x}(0)=\dot{x}(\omega)=y_0. \tag{6}$$

Теорема. Если правая часть системы (1) удовлетворяет условиям 1–3, а также выполнены условия а), б), то для любой точки $x_0\in D_\beta$ найдутся такие единственные значения счетного управляющего параметра

$$\mu=-\overline{f(t,\phi(t,x_0),\phi(t-\Delta,x_0),\dot{\phi}(t,x_0),\dot{\phi}(t-\Delta,x_0))} \tag{7}$$

и начальной скорости

$$y_0=-\overline{Lf(t,\phi(t,x_0),\phi(t-\Delta,x_0),\dot{\phi}(t,x_0),\dot{\phi}(t-\Delta,x_0))}, \tag{8}$$

что решение начальной задачи (4), (5) будет удовлетворять краевым условиям (6).

Доказательство. Согласно теореме, приведенной в работе [1], все функции $x_m(t,x_0),\dot{x}_m(t,x_0)$ удовлетворяют краевым условиям, следовательно, им удовлетворяют и предельные функции. Тем самым могут быть найдены значения параметра μ вида (7) и начальной скорости y_0 вида (8), при которых функция $\phi(t,x_0)=\lim\limits_{m\to\infty}x_m(t,x_0)$ является решением краевой задачи (4), (2) при краевых условиях (6).

Покажем, что значение параметра μ единственно, т.е. при любом другом, отличном от (7) значении μ решение задачи Коши (4), (5) не будет удовлетворять периодическим краевым условиям (2).

Предположим, что существуют два значения μ_1 и μ_2, $\mu_1\neq\mu_2$, что $x(t,x_0,\mu_1)$, $x(t,x_0,\mu_2)$ — решения задачи Коши (4),(5) соответственно при $\mu=\mu_1$ и $\mu=\mu_2$ удовлетворяют периодическим краевым условиям (2), т.е. являются решениями интегрального уравнения

$$x(t)=x_0+L^2 f(t,x,x_\Delta,\dot{x},\dot{x}_\Delta). \tag{9}$$

Тогда

$$\begin{cases}\left|x(t,x_0,\mu_1)-x(t,x_0,\mu_2)\right|=\left|L^2[f(t,x(t,x_0,\mu_1),x(t-\Delta,x_0,\mu_1),\dot{x}(t,x_0,\mu_1),\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1))-\right.\\ \qquad\left.-f(t,x(t,x_0,\mu_2),x(t-\Delta,x_0,\mu_2),\dot{x}(t,x_0,\mu_2),\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right|\\ \left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1)-\dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right|=\left|L^2[f(t,x(t,x_0,\mu_1),x(t-\Delta,x_0,\mu_1),\dot{x}(t,x_0,\mu_1),\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1))-\right.\\ \qquad\left.f(t,x(t,x_0,\mu_2),x(t-\Delta,x_0,\mu_2),\dot{x}(t,x_0,\mu_2),\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2))\right|\end{cases} \tag{10}$$

Согласно лемме 1.1 [2] верны оценки

$$\left|Lf(t)\right|\le\alpha_1(t)\left|f(t)\right|_0, \tag{11}$$

$$\left|L^2 f(t)\right| \le \alpha_1(t)\left|Lf(t)\right|_0 \le \alpha_1(t)\frac{\omega}{2}\left|f(t)\right|_0 \le \frac{\omega^2}{4}\left|f(t)\right|_0, \tag{12}$$

где $\alpha_1(t) = 2t\left(1-\dfrac{t}{\omega}\right) \le \dfrac{\omega}{2}, \quad \forall t \in [0,1]$,

$$\left|f(t)\right|_0 = \left(\sup_{t\in[0,\omega]}\left|f_1(t)\right|, \sup_{t\in[0,\omega]}\left|f_2(t)\right|, ..., \sup_{t\in[0,\omega]}\left|f_n(t)\right|, ...\right). \tag{13}$$

Используя оценки (11)–(13), аналогично установлению оценок в [1], из соотношений (10) получим:

$$\begin{cases} \left|x(t,x_0,\mu_1) - x(t,x_0,\mu_2)\right| \le \dfrac{\omega}{2}\alpha_1(t)[K_1\left|x(t,x_0,\mu_1) - x(t,x_0,\mu_2)\right| + K_2\left|x(t-\Delta,x_0,\mu_1) - x(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right| + \\ \quad + K_3\left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right| + K_4\left|\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right|] \\ \left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right| \le \left(\dfrac{\omega}{3} + \alpha_1(t)\right)[K_1\left|x(t,x_0,\mu_1) - x(t,x_0,\mu_2)\right| + K_2\left|x(t-\Delta,x_0,\mu_1) - x(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right| + \\ \quad + K_3\left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right| + K_4\left|\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right|] \end{cases} \tag{14}$$

Обозначим через $Q(t)$ матрицу коэффициентов и через $z(t,x_0,\mu_1,\mu_2)$ вектор:

$$Q(t) = \begin{pmatrix} \alpha_1(t)\dfrac{\omega}{2}K_1 & \alpha_1(t)\dfrac{\omega}{2}K_2 & \alpha_1(t)\dfrac{\omega}{2}K_3 & \alpha_1(t)\dfrac{\omega}{2}K_4 \\ \left(\dfrac{\omega}{3}+\alpha_1(t)\right)K_1 & \left(\dfrac{\omega}{3}+\alpha_1(t)\right)K_2 & \left(\dfrac{\omega}{3}+\alpha_1(t)\right)K_3 & \left(\dfrac{\omega}{3}+\alpha_1(t)\right)K_4 \end{pmatrix},$$

$$z(t,x_0,\mu_1,\mu_2) = \begin{pmatrix} \left|x(t,x_0,\mu_1) - x(t,x_0,\mu_2)\right| \\ \left|x(t-\Delta,x_0,\mu_1) - x(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right| \\ \left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right| \\ \left|\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right| \end{pmatrix},$$

Из (14) имеем

$$z(t,x_0,\mu_1,\mu_2) \le Q(t)z_0(t,x_0,\mu_1,\mu_2), \tag{15}$$

где

$$z_0(t,x_0,\mu_1,\mu_2) = \begin{pmatrix} \left|x(t,x_0,\mu_1) - x(t,x_0,\mu_2)\right|_0 \\ \left|x(t-\Delta,x_0,\mu_1) - x(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right|_0 \\ \left|\dot{x}(t,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t,x_0,\mu_2)\right|_0 \\ \left|\dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_1) - \dot{x}(t-\Delta,x_0,\mu_2)\right|_0 \end{pmatrix}.$$

Так как матрица $Q(t)$ мажорируется матрицей вида Q, фигурирующей в условии б) п. 1, то, итерируя (15), получим:

$$z_0(t,x_0,\mu_1,\mu_2) \le Q^m z_0(t,x_0,\mu_1,\mu_2). \tag{16}$$

В силу условия б) п. 1 $\lim\limits_{m\to\infty} Q^m = 0$. Поэтому, переходя в (16) к пределу при $m \to \infty$, получим $z_0(t,x_0,\mu_1,\mu_2) = 0$, что возможно при $x(t,x_0,\mu_1) = x(t,x_0,\mu_2),\ \dot{x}(t,x_0,\mu_1) = \dot{x}(t,x_0,\mu_2)$.
Теорема доказана.

Следствие 1. В качестве приближенного значения управляющего параметра (7) и начальной скорости (8) можно принять соответственно

$$\mu_m = -\overline{f(t,x_m(t,x_0),x_m(t-\Delta,x_0),\dot{x}_m(t,x_0),\dot{x}_m(t-\Delta,x_0))},$$
$$y_{0m} = -\overline{Lf(t,x_m(t,x_0),x_m(t-\Delta,x_0),\dot{x}_m(t,x_0),\dot{x}_m(t-\Delta,x_0))},$$

причем верна оценка

$$\left\|\mu - \mu_m\right\| \le \left\|\frac{\omega^2}{6}(K_1+K_2) + \frac{2\omega}{3}(K_3+K_4)\right\|\frac{q^m}{1-q}\left\|M\right\|, \tag{17}$$

$$\left\|y_0 - y_{0m}\right\| \le \frac{1}{2}\left\|\frac{\omega^2}{6}(K_1+K_2) + \frac{2\omega}{3}(K_3+K_4)\right\|\frac{q^m}{1-q}\left\|M\right\|. \tag{18}$$

Доказательство. С учетом того, что $\alpha_1(t) = 2t\left(1 - \frac{t}{\omega}\right) \le \frac{\omega}{2}$ и $\|Q\| \le q < 1$ в работе [1], были получены оценки

$$\left|\phi(t,x_0) - x_m(t,x_0)\right| \le \frac{M\omega^2}{4}\frac{Q^m}{E-Q} \le \frac{M\omega^2}{4}\frac{q^m}{1-q},\ \left|\dot\phi(t,x_0) - \dot x_m(t,x_0)\right| \le \frac{5M\omega}{6}\frac{q^m}{1-q}$$

или

$$\left|\phi(t,x_0) - x_m(t,x_0)\right| \le \alpha_1(t)\frac{M\omega}{2}\frac{q^m}{1-q},\ \left|\dot\phi(t,x_0) - \dot x_m(t,x_0)\right| \le \left(\alpha_1(t) + \frac{\omega}{3}\right)\frac{q^m}{1-q}M\,. \qquad (19)$$

Используя эти оценки, свойства операторов и условие Липшица, получим оценку (17):

$$\|\mu - \mu_m\| = \left\|\frac{1}{\omega}\int_0^\omega \left(f(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) - f(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)\right)dt\right\| \le \left\|\frac{M}{\omega}(K_1+K_2)\frac{\omega}{2}\frac{q^m}{1-q}\int_0^\omega \alpha_1(t)dt +\right.$$

$$\left. + \frac{M}{\omega}\frac{q^m}{1-q}(K_3+K_4)\int_0^\omega (\alpha_1(t) + \frac{\omega}{3})dt\right\| = \left\|\frac{1}{\omega}(K_1+K_2)\frac{\omega}{2}M\frac{q^m}{1-q}\frac{\omega^2}{3} + \frac{M}{\omega}\frac{q^m}{1-q}(K_3+K_4)\frac{2}{3}\omega^2\right\| \le$$

$$\le \left\|\frac{\omega^2}{6}(K_1+K_2) + \frac{2}{3}\omega(K_3+K_4)\right\|\frac{q^m}{1-q}\|M\|;$$

Преобразуем $y_0 - y_{0m}$:

$$y_0 - y_{0m} = -\overline{Lf(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)} + \overline{Lf(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m})} = \frac{1}{\omega}\int_0^\omega \left(Lf(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) - -Lf(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)\right)dt$$

$$= \frac{1}{\omega}\int_0^\omega \left[\int_0^t \left(f(s,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) - \frac{1}{\omega}\int_0^\omega f(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m})dt\right)ds -\right.$$

$$\left. - \int_0^t \left(f(s,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta) - \frac{1}{\omega}\int_0^\omega f(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)dt\right)ds\right]dt = \frac{1}{\omega}\int_0^\omega \left[\int_0^t \left(f(s,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) -\right.\right.$$

$$\left.\left. - f(s,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta) - \frac{1}{\omega}\int_0^\omega \left(f(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) - f(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)\right)dt\right)ds\right]dt =$$

$$= \frac{1}{\omega}\int_0^\omega L\left[f(t,x_m,x_{\Delta m},\dot x_m,\dot x_{\Delta m}) - f(t,\phi,\phi_\Delta,\dot\phi,\dot\phi_\Delta)\right]dt\,.$$

Для получения оценки (18) применим к полученному выражению оценки (11), (19). Здесь для сокращения записей введены следующие обозначения:

$$x_m = x_m(t,x_0),\ \dot x_m = \dot x_m(t,x_0),\ x_{\Delta m} = x_m(t-\Delta,x_0),\ \dot x_{\Delta m} = \dot x_m(t-\Delta,x_0),\ \phi = \phi(t,x_0),$$

$$\phi_\Delta = \phi(t-\Delta,x_0),\ \dot\phi = \dot\phi(t,x_0),\ \dot\phi_\Delta = \dot\phi(t-\Delta,x_0).$$

Используя свойства 1^0–5^0 операторов, проинтегрируем дважды интегральное уравнение (9):

$$\dot x = Lf(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta) - \overline{Lf(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta)},\ \dot x(0) = -\overline{Lf(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta)}$$

$$\ddot x = f(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta) - \overline{f(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta)},\quad x(0) = x_0\,.$$

Из последнего равенства приходим к следующему утверждению.

Следствие 2. Решение задачи Коши

$$\ddot x = f\left(t, x(t), x(t-\Delta), \dot x(t), \dot x(t-\Delta)\right)$$

$$x(0) = x_0,\ \dot x(0) = -\overline{Lf\left(t,\phi(t,x_0),\phi(t-\Delta,x_0),\dot\phi(t,x_0),\dot\phi(t-\Delta,x_0)\right)} = y_0\,,$$

где $\phi(t,x_0)$ определяется согласно (3), совпадает с периодическим решением краевой задачи (1), (2) тогда и только тогда, когда начальное значение x_0 является решением уравнения

$$\Delta(x_0) = 0\,,$$

где $\mu = \Delta(x_0) = -\overline{f(t,x,x_\Delta,\dot x,\dot x_\Delta)}$.

Список литературы

1. *Жанбусинова Б.Х.* О периодическом решении счетной системы дифференциально-разностных уравнений второго порядка // Вестн. КарГУ. Сер. Математика. — 2004. — № 1. — С. 36–39.
2. *Самойленко А.М., Ронто Н.И.* Численно-аналитические методы исследования периодических решений. — Киев: Вища шк., 1976.

ӘОЖ 517.2

Қ.Жетпісов

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті

АЛГЕБРАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДЕГІ КОНГРУЭНЦИЯ ҚАТЫНАСЫ ЖӘНЕ ОНЫ ОҚЫП-ЗЕРТТЕУДІҢ ӘДІСТЕМЕЛІК ТҰРҒЫЛАРЫ

В данной статье изучается связь между отношением конгруэнции, определенной в данной алгебраической системе, и некоторой ее подсистемой. Предлагается методологический подход к изучению данной связи для исследования алгебраической системы. Отношение конгруэнции рассматривается с позиции выявления свойств алгебраических систем.

In this article we study relationship between the relation of congruence, defined in a given algebraic system, and some its subsystem. We propose methodological approach to studying of given relationship for research of an algebraic system. The relation of congruence is considered from the position of exposure of properties of algebraic systems.

1. Конгруэнция туралы теоремалар

Алгебралық жүйелер өзінің негізгі құраушыларын бір-бірімен өте табиғи біріктіреді, сол себепті ол математикалық объектілерді кескіндеудің әмбебап түрі. Бұл әмбебаптылық көптеген математикалық объектілер түрінде, белгілі бір деңгейде, нақты заттардың шынайы бейнесін осы заттарға тән функция мен қатынас, қасиеттер мен тәуелділіктер түрінде беруге болатындығын көрсетеді. Алгебралық құрылымдар туралы көзқарас ұзақ тарихи даму процесінде қалыптасқан.

Сандарға амалдар қолдану мен олардың қарапайым қасиеттерін ұғыну арқылы сандық жүйелердің құрылымдық қасиеттері туралы алғашқы көзқарас қалыптасты. Соңында табиғатты сандық емес объектілерге көшу, классикалық құрылымдар: группалар, сақиналар, өрістер, векторлық кеңістіктер. Бұл құрылымдардың абстрактілі берілуі жалпы концепцияның қалыптасуына, сонымен қатар қазіргі заманғы формаль аксиомалық теориялар әдісінің қалыптасуына көмегін тигізді.

Теоретикалық-философиялық тұрғыдан алғанда құрылым деп «объектінің өз-өзіне қатысты бүтіндігі мен теңбе-теңдігін қанағаттандыратын оның орнықты байланыстар жиынтығын» түсінеміз, яғни әр түрлі сыртқы және ішкі өзгерістерде негізгі қасиеттері сақталады. Сыртқы және ішкі өзгерістерге қатысты орнықтылық туралы көзқарас математикалық құрылымдарды изоморфизмге дейінгі дәлдікпен оқып-зерттеу концепциясында өз орнын тапты.

Академик А.Н.Колмогоров бұл концепцияны келесі түрде тұжырымдаған [1]: «Математиканың арнайы бөлімдері белгілі бір текті құрылымдарға тиісті құрылымдармен айналысады. Құрылымдардың әрбір тегі сәйкес жиындар теориясының тілінде өрнектелген аксиомалар жүйесімен анықталады. Математикті тек қана құрылымның қабылданған аксиомалар жүйесінен алынатын қасиеттері қызықтырады, яғни ол құрылымдарды изоморфизмге дейінгі дәлдікпен оқып-зерттейді».

Математиканы құруды құрылымдық түрде қарау идеясы жиындар теориясы, абстрактілі алгебра, топология, математикалық логика және басқа да ғылымдардың қарқынды дамуы арқасында іске асты. Математикалық білімді құрылымдық жүйелеуде Н.Бурбаки деген жалған атпен белгілі француз математиктер тобының қосқан үлесі өте зор. Олар өздерінің жүйелеуінің негізіне формаль аксиомалық теориялар әдісін қойды және негізгі математикалық құрылым ретінде алгебралық, топологиялық және реттік құрылымдарды бөліп алды. Сонымен, қазіргі заманғы математика әдістемесі мен оның қол-