О МЕТОДАХ РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Алибиев Д.Б., Сагдагатова А.К., Узбекова А. А.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: danik880708@mail.ru

Для шарнирно опертой балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q по верхнему поясу h, определение напряженно-деформированного состояния относительно системы координат Oxy ($0 \le x \le a, -b \le y \le b$) методом расчета в функциях перемещения дает значения напряжений и компоненты деформаций в виде [1]

$$\sigma_1 = -\frac{3q}{4}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{y}{b}\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{x}{a}\right), \quad \tau_{12} = -\frac{3q}{4}\left(\frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2}\right), \quad \sigma_2 = \frac{q}{2}\left(1 + \frac{3y}{2b} - \frac{y^3}{2b^3}\right);$$

$$u\ (x, y) = \frac{qa}{32E(1+\nu)}\left(\frac{a}{b}\right)^2\left(\frac{4x^3}{a^3} - \frac{6x^2}{a^2} + 1\right)\left[-\frac{y}{h} + \frac{\pi^2 b^2 \nu}{3a^2}\left(1 + \frac{3y}{2b} - \frac{y^3}{2b^3}\right)\right],$$

$$\upsilon(x, y) = \frac{qa\pi^2}{96Ea^2(1+\nu)}\left(\frac{a}{b}\right)^3\left(\frac{x^4}{a^4} - \frac{2x^3}{a^3} + \frac{x}{a}\right)\left[\frac{3\nu}{2}\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) + \frac{\pi^2 b^2}{a^2}\left(\frac{y}{b} + \frac{3y^2}{4b^2} - \frac{y^4}{8b^4}\right)\right].$$

Произведя интегрирование в разрешающем уравнении и удовлетворяя граничным условиям, для консольной балки, загруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q, получаем

$$\sigma_1 = -\frac{3q}{4}\left(\frac{a}{2b}\right)^2 \frac{y}{b}\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{2x}{a} + 1\right), \quad \tau_{12} = -\frac{3q}{4}\left(\frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\left(\frac{x}{a} - 1\right), \quad \sigma_2 = \frac{q}{2}\left(1 + \frac{3y}{2b} - \frac{y^3}{2b^3}\right);$$

$$u\ (x, y) = \frac{qa}{8E(1+\nu)}\left(\frac{a}{b}\right)^2\left(\frac{x^3}{a^3} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{3x}{a}\right)\left[-\frac{y}{b} + \frac{\pi^2 b^2 \nu}{12a^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{3y}{2b} - \frac{y^3}{2b^3}\right)\right],$$

$$\upsilon(x, y) = \frac{q\pi^2 b^2}{3 \cdot 2^8 Ea(1+\nu)}\left(\frac{a}{b}\right)^3\left(\frac{x^4}{a^4} - \frac{4x^3}{a^3} + \frac{6x^2}{a^2}\right)\left[3\nu\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) + \frac{\pi^2 b^2}{2a^2}\left(\frac{y}{b} + \frac{3y^2}{4b^2} - \frac{y^4}{8b^4}\right)\right].$$

Для нахождения прогиба стержней и балок ищем функцию прогибов в виде [2] $y(\xi) = \frac{ql^4}{EJ_z}\left(y_0(\xi) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n y_n(\xi)\right)$, где $\xi = \frac{x}{a}$, $y_0(\xi)$, $y_n(\xi)$ - функции, удовлетворяющие неоднородным и однородным кинематическим граничным условиям соответственно; J_z - момент инерции в середине пролета, C_n - неопределенные коэффициенты. Подставляя функцию $y(\xi)$ в выражение равенства нулю вариации полной энергии деформаций, получаем систему алгебраических уравнений для нахождения C_n.

Для определения прогиба y_m в середине пролета шарнирно опертой балки длины a переменного сечения, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой q, учитывая граничные условия, решение ищем в виде: $y_0 = 0$, $y_n(\xi) = \sin \pi\xi$. Для статически неопределимой однопролетной балки переменной жесткости с жестким защемлением концов балки имеем: $y_0 = 0$, $y_n(\xi) = 1 - \cos 2n\pi\xi$. Прогиб $y_m = A\frac{qa^4}{EJ_z}$, где A зависит от n-го приближения.

Список использованных источников

1. *Варданян Г.С., В.И. Андреев В.И. и др.* Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.: Изд-во АСВ, 1995. – 290 с.

2. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 560 с.