развитие науки и ее приложений, и они остаются объектом активного исследования и вдохновения для математиков и ученых во всем мире.

1. A. Kroó, E.B. Saff, Jackson-type theorems on some transcendental curves in Rn, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 301, Issue 2,2005, Pages 255-264, https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2004.07.019.

2. Türkü Özlüm Çelik, Samantha Fairchild & Yelena Mandelshtam (2023) Crossing the Transcendental Divide: From Translation Surfaces to Algebraic Curves, Experimental Mathematics, DOI: 10.1080/10586458.2023.2203413

Сулейменова Н.Р., Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, математика және ақпараттық технологиялар факультеті, Мех-22-1 топ студенті

(*Ғылыми жетекшілері – механика магистрі Абеуова Л.Қ., техника және технология магистрі Нұрланова Б.М.*)

ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ӨЗЕКТІК ЖҮЙЕНІ АҚЫРЛЫ ЭЛЕМЕНТТЕР ӘДІСІМЕН ЕСЕПТЕУ

Қазақстан Республикасында үлкен масштабтағы өндірістік және азаматтық құрылыстың жүргізілуі ғимараттар мен имараттарды дұрыс есептеуді қажет етеді. Осы күрделі нысандарды құрайтын конструкциялар әртүрлі материалдан жасалып және оларға әр түрлі күрделі факторлар (күш, температура, тіреудің шөгуі және т.б.) әсер етеді. Құрылыс механикасындағы күрделі инженерлік есептерді шығару үшін әртүрлі әдістер қолданылып жүр. Солардың ішіндегі ең қолайлысы ақырлы элементтер әдісі болып табылады.

Ақырлы элементтер әдісі (АЭӘ) әр түрлі математикалық модельдеу және талдау есептерін шешу үшін қолданылатын сандық әдіс болып табылады. Ол күрделі геометриялық бөлікті ақырлы элементтер деп аталатын қарапайым қосалқы бөліктерге бөлуге негізделген. Әрбір ақырлы элемент математикалық модель жеңіл анықталатын және аналитикалық немесе сандық түрде шешілетін бөліктің шағын бөлігін білдіреді. Ақырлы элементтер әдісі механика, жылу алмасу, электромагнетизм, сұйықтық динамикасы және т.б. сияқты әртүрлі салаларда кеңінен қолданылады. Ол күрделі жүйелердің әрекетін модельдеуге және талдауға мүмкіндік береді, мысалы, механикалық құрылымдар, электр тізбектері, жылу процестері және т.б.

АЭӘ-нің жұмыс принципі күрделі геометриялық бөлікті ақырлы элементтер деп аталатын қарапайым қосалқы бөіліктерге бөлуге негізделген.

Өзектің жүйеден бір (ақырлы) элементін бөліп алып, оны координаттық (*xoy*) жүйеде қарастырайық.

Бұл элементтің түйіндірінің жылжуларын $z_i, z_{i+1}, z_j, z_{j+1}$ деп белгілеп, оларды өзектің осіне проекциялау арқылы ескі және жаңа жылжулар арасындағы тәуелділікті анықтаймыз.

Өзекте пайда болатын бойлық күш

$$N = \frac{EA}{\ell}\left(\left[z_j - z_i\right]\cos\alpha + \left(z_{j+1} - z_{i+1}\right)\sin\alpha\right) \tag{1}$$

Элементтің көлденең қимасының ауданы өзгермейтін (тұрақты) болса, онда $K = \frac{EA}{\ell}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$, және (1)-ді қолданып, қатаңдық матрицасын табамыз (2)

$$S = \frac{EA}{\ell}\begin{vmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha & -\cos^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha \\ \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha & -\sin\alpha\cos\alpha & -\sin^2\alpha \\ -\cos^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha & \cos^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha \\ -\cos\alpha\sin\alpha & -\sin^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha \end{vmatrix} \tag{2}$$

Сөйтіп, қатаңдық матрицасындағы бірінші индекс орынды, ал екінші индекс себепті көрсетеді.

Егер элементтің түйіндерінің координаталары (x_i, y_i, x_j, y_j) белгілі болса, онда

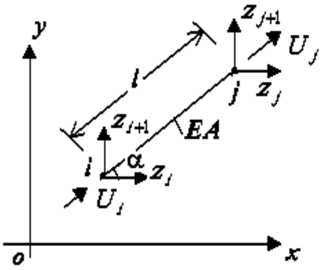
элементтің ұзындығы

$$\ell = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \tag{3}$$

бағыттауыш косинустар

$$\cos\alpha = \frac{x_j - x_i}{\ell},\ \sin\alpha = \cos(90^0 - \alpha) = \frac{y_j - y_i}{\ell} \tag{4}$$

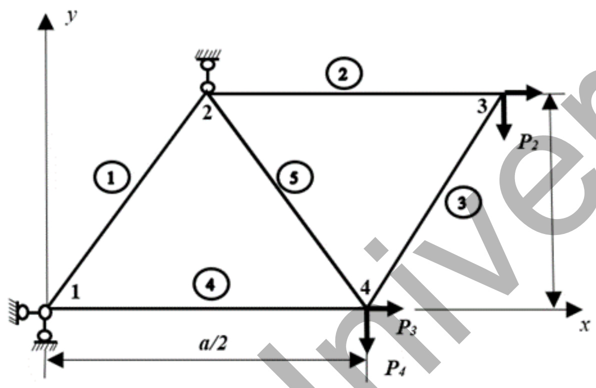
Жазықтықтағы элементтің (сур.1) негізгі тәуелділіктерін қолдану арқылы өмірде жиі кездесетін өзектік жүйелерді (ферма, ванттар, мұнаралар, т.б.) есептеуге болады. Олардың шешуші теңдеулер жүйесі былайша алынады : $\vec{R} \to \vec{P}$, $S \to A$, $\vec{z} \to \vec{u}$, мұнда: $\vec{P}$ - жүйенің сыртқы күштер векторы; A - оның қатаңдық матрицасы; $\vec{u}$ - оның түйіндер жылжулар векторы.



Сурет 1 – Элемент

Өзектік жүйені есептеу алгоритмін мысал түрінде қарастырайық.

Төртбұрышты фермаға (сур.2) 4 күш (P_1, P_2, P_3, P_4) әсер етеді. Осы ферманың деформациялық және кернеулік күйін анықтау керек. Ферма бес өзектен тұрады, олардың көлденең қималарының ауданы тұрақты ($EA = const$). Берілгені: A=10м^2, a=2,5м, E=2*10^{11}Па, P_1=18 кН, P_2=28 кН, P_3=38 кН, P_4=43 кН.



Сурет 2 – Төртбұрышты ферма

1. Ферманы ақырлы элементтерге бөліп, оның элементтерін және түйіндерін нөмірлейміз.
2. Түйіндер жылжулар бағыттарын қабылдап аламыз.
3. Элементтердің ұзындығын және олардың орналасу реттерін көрсететін кестені құрамыз.
4. Элементтің түйіндерінің координаталарын (x_i , y_i , x_j , y_j) анықтаймыз.
5. Элементтердің ұзындықтарын және бағыттауыш косинустарды тауып, келесі кестеге толтырамыз:

Эл.	Ұз.	Бағыттауыш косинустар 4	Түйін		Координаталар			
			i	j	x_i	x_j	y_i	y_j
1	3.536	$\cos\alpha = 0.707$, $\sin\alpha = 0.707$	1	2	0	2.5	0	2.5
2	5	$\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = 0$	2	3	2.5	7.5	2.5	2.5
3	3.536	$\cos\alpha = -0.707$, $\sin\alpha = -0.707$	3	4	7.5	5	2.5	0
4	5	$\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = 0$	1	4	0	5	0	0
5	3.536	$\cos\alpha = 0.707$, $\sin\alpha = -0.707$	2	4	2.5	5	2.5	0

6. Элементтердің қатаңдық матрицаларын анықтаймыз. Негізгі тәуелділікті қолдана отырып, шешуші теңдеулер жүйесін аламыз $\vec{F} = S \cdot \vec{V}$.

Есептің нәтижелерін табу үшін Mathcad бағдарламасына салып, шешуші теңдеулер жүйесінен түйіндер жылжуларын анықтаймыз: z_3=39.603960396039603966, z_5=51.1039603960396, z_6=-149.44695898161244696, z_7=-12.75, z_8=-75.692008486562942008.

Осы жылжулар арқылы берілген ферманың деформациялық күйі анықталып, күштер арқылы ферманың кернеулік күйі табылады.

Енді алынған нәтижелердің дұрыстығын тексеру үшін, берілген түйіндерді қию әдісімен есептеп көрелік.

Құрылған бағдарлама бойынша жоғарыдағы ферманың элементтеріндегі бойлық күштердің нәтижелерін кесте түрінде көрсетеміз:

Бойлық күштер	Ақырлы элементтер әдісі	Түйіндерді қию әдісі
	Алынған нәтижелер (*кН*)	
N_1	158.416	158.4
N_2	46	46
N_3	-39.604	-39.6
N_4	-51	-51
N_5	93.352	93.4

Түйіндерді қию әдісімен және ақырлы элементтер әдісімен алынған нәтижелермен салыстырып, олардың бірдей екеніне көзімізді жеткізуге болады. Сондықтан АЭӘ есептің нақ шешімін береді. Бұл әдістің басқа әдістерге қарағандағы айырмашылығы: деформациялық және кернеулік күйлер нақ анықталады; өте күрделі өзектік жүйені есептеуге болады; анықталған немесе анықталмаған өзектік жүйе бір жолмен есептеледі; қатаң байланысқа қоса серпімділік байланысты ескеруге болады; температуралық факторға оңай есептеу жүргізуге болады.

1. Турсунов К.А. Метод конечных элементов в строительной механике стержневых систем: Учебное пособие. – Караганда: КарПТИ, 1984. – 60 с.

2. Тұрсынов К.А. Құрылыс механикасы. Статикалық анықталмаған өзектер жүйелері: оқу құралы. – Қарағанды, ҚарПТИ, 1994. – 98 б.

3. Тұрсынов К.А. Құрылыс механикасындағы ақырлы элементтер әдісі: оқу құралы. – Қарағанды, ҚарМУ, 2004. – 53 б.

4. В.Бертяев. Теоретическая механика на базе Mathcad практикум. Санк-Петербург «БХВ-Петербург» 2005г.

Тимошина К.Д., Карагандинский университет имени академика Е.А.Букетова, факультет математики и информационных технологий, гр. М2-Мат-23-2р, магистрант

(Научный руководитель – PhD, ассоциированный профессор, профессор кафедры МАДУ, Космакова М.Т.)

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Математический аппарат интегродифференцирования дробного порядка позволяет описывать процессы в системах, для которых существенен учёт нелокальных свойств по времени и пространству. Интерпретация производных дробного порядка как способ учёта эффектов памяти (нелокальность по времени) и пространственных корреляций (нелокальность по координатам) привела к их широкому применению в естествознании.

Уравнения в дробных производных описывают эволюцию некоторой физической системы с потерями, причём дробный показатель производной указывает на долю состояний системы, сохраняющихся за всё время эволюции. Эти системы с “остаточной” памятью занимают промежуточное положение между системами, обладающими полной памятью, с одной стороны, и марковскими системами, с другой.

Дробное исчисление- область математического анализа, в которой исследуются и применяются дробные производные и интегралы любого вещественного порядка. Одним из приложений этой теории является теория дифференциальных уравнений с дробными производными.

При математическом моделировании сплошных сред с памятью возникают уравнения, описывающие новый тип волнового движения, занимающего промежуточное положение между обычной диффузией и классическими волнами [1, 2].