Кез келген Δ_N бөліктеуін алайық және сәйкес біртекті интегралдық теңдеуді қарастырайық

$$y(t) = \int_0^T M(\Delta_N, t, \tau)\, y(\tau) d\tau, \qquad t \in [0, T]. \tag{7}$$

1 Анықтама. Δ_N бөліктеуі (1) теңдеуі үшін регулярлы деп аталады, егер (7) интегралдық теңдеуінің тек қана тривиалды шешімі болса.

$\sigma([0,T])$арқылы $[0,T]$ аралығының регулярлы бөліктеулерінің жиынын белгілейік.

2 Анықтама. (3), (4) арнайы Коши есебі бірмәнді шешілімді деп аталады, егер кез келген $(f(t), \lambda)$ жұбы үшін, мұнда $f(t) \in C([0,T], R^n)$, $\lambda \in R^{nN}$, осы есептің жалғыз шешімі бар болатын болса.

1 Лемма. Δ_N бөліктеуіне сәйкес болатын (3), (4) арнайы Коши есебі бірмәнді шешілімді болады сонда тек сонда ғана, егерΔ_N бөліктеуі регулярлы болса.

3 Анықтама. $\Delta_N \in \sigma([0,T])$, $\lambda \in R^{nN}$ болсын және $u[t,\lambda] = (u_1(t,\lambda), u_2(t,\lambda), \dots, u_N(t,\lambda))$ функциялар жүйесі (3), (4) параметрлері бар интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы Коши есебінің шешімі болсын. Онда келесі

$$x(\Delta_N, t, \lambda) = \lambda_r + u_r(t,\lambda), \qquad t \in [t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1,N},$$
$$x(\Delta_N, T, \lambda) = \lambda_r + \lim_{t \to T-0} u_r(t,\lambda)$$

теңдіктерімен анықталған$x(\Delta_N, t, \lambda)$ функциясы (1) интегралдық-дифференциалдық теңдеулерінің Δ_N жалпы шешімі деп аталады.

This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant AP08855726).

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Boichuk A.A., Samoilenko A.M. Generalized Inverse Operators and FredholmBounDary-Value Problems, VSP, Utrecht, Boston, 2004.
2. Dzhumabaev D.S. New general solutions to linear Fredholmintegro-differential equations and their applications on solving the boundary value problems. Journal of Computational and Applied Mathematics. 327 (2018), 79–108.

ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОБЛЫСТАГИНЗБУРГ-ЛАНДАУ КОМПЛЕКСТІ ТЕҢДЕУІНІҢ ТРАЕКТОРИЯЛЫҚ АТТРАКТОРЛАРЫН ОРТАШАЛАУ

Бекмаганбетов К.А.[1], Төлеміс А.Ә.[2], Чечкин Г.А.[3]
[1]*М.В.Ломоносов атындағы ММУ,Қазақстан филиалы, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*
[2]*Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*
[3]*М.В.Ломоносов атындағы ММУ, Мәскеу қ., Ресей*
E-mail: bekmaganbetov-ka@yandex.kz; abylaikhan9407@gmail.com; checkin@mech.math.msu.su

Дербес туындылыдиссипативті теңдеулер үшін траекториялық аттракторлар теориясы әзірленген[1]. Бұл тәсілге сәйкес Коши есептері үшін шешімдерінің жалғыздығы әлі дәлелденбеген (мысалы, 3D Навье-Стокс жүйесі) немесе орындалмаған (мысалы, осы баяндамада қарастырылған Гинзбург-Ландау комплексті теңдеуі) эволюциялық теңдеулердің шешімдерінің ұзақ мерзімді әрекетін зерттеуде маңызды. Соңғы уақыттарда пайда болған аттракторлардың орташалануына байланысты бірнеше жұмыстарды атап өтеміз ([2],[3] және [4]).

Аттракторлар диссипативті сызықты емес эволюция теңдеулерінің шешімдерінің уақыт шексіздікке ұмтылғандағы әрекетін сипаттайды. Олар динамикалық жүйелердің ең маңызды шектік объектілерін, яғни эволюциялық теңдеулермен басқарылатын модельдің барлық динамикасын сипаттайтын траекториялардың жиындарын көрсетеді.

Ω – $\mathbb{R}^n$-гі$n \geq 3$, шектелген облыс,$\partial\Omega$ – шекарасының бөлігі тегіс болсын. $G_0 \subset Y = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^n$ – облыс болсын, тиесілі$\bar{G}_0$шарға диффеоморфты компакт болып табылатындай.

$\delta > 0$және$\mathbb{Z}$–кез келген жиын болсын, біз келесі белгілеулерді енгіземіз:$\delta\mathbb{Z} = \{x: \delta^{-1}x \in \mathbb{Z}\}$. $\varepsilon > 0$ үшін, $\varepsilon^{n/n-2}G_0 \subset \varepsilon Y$ жеткілікті аз деп болжаймыз.$j \in \mathbb{Z}^n$үшінкелесі жиындардыанықтаймыз

$$P_\varepsilon^j = \varepsilon j, \qquad Y_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon Y, \qquad G_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon^{n/n-2}G_0.$$

Әрі қарай, $\widetilde{\Omega}_\varepsilon = \{x \in \Omega: \rho(x, \partial\Omega) > \sqrt{n}\varepsilon\}$облысын және $\gamma_\varepsilon = \left\{j \in \mathbb{Z}^n: G_\varepsilon^j \cap \bar{\widetilde{\Omega}}_\varepsilon \neq \emptyset\right\}$рұқсат етілген индекстер жинағынанықтаймыз.

Назар аударыңыз,$|\gamma_\varepsilon| \cong d\varepsilon^{-n}$ мұнда, $d > 0$– тұрақты. Келесі облысты қарастырайық, $\Omega_\varepsilon = \Omega \backslash \bar{G}_\varepsilon$, $G_\varepsilon = \bigcup_{j \in \gamma_\varepsilon} {G_\varepsilon}^j$.

Гинзбург-Ландау комплексті теңдеулері үшінбастапқы–шектік есептің траекториялық аттракторларының асимптотикалық әрекетін зерттейміз

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} = (1 + \alpha \mathrm{i})\Delta u_\varepsilon + R\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right) u_\varepsilon + \left(1 + \beta\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right)\mathrm{i}\right) |u_\varepsilon|^2 u_\varepsilon + g\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right), & x \in \Omega_\varepsilon, \\ (1 + \alpha \mathrm{i}) \dfrac{\partial u_\varepsilon}{\partial \nu} + \varepsilon^{\frac{n}{2-n}} b(x, \dfrac{x - P_\varepsilon^j}{\varepsilon^{\frac{n}{2-n}}}) u_\varepsilon = 0, & x \in \partial G_\varepsilon^j, \mathrm{j} \in \Upsilon_\varepsilon, \\ u_\varepsilon = 0, & x \in \partial\Omega \\ u_\varepsilon(0) = U(x), & x \in \Omega_\varepsilon. \end{cases} \quad (1)$$

мұнда $\mathrm{u} = u_1 + \mathrm{i}u_2 \epsilon C$, ν–шекараның сыртқы нормаль векторы, α-кез келген тұрақты, $R(x, y), \beta(x, y) \in C_b(\Omega \times \mathbb{R}^n)$, $b(x, y) \in C(\Omega \times \mathbb{R}^n)$, $\mathrm{b}(x, y)$ $-y$айнымалыүшін1–периодты, $\mathrm{g}(x, y) \in \mathrm{L}_2^{\mathrm{loc}}(\Omega \times R^n; \mathbb{C})$. Барлық $x \in \Omega$және$y \in R^n$үшінтөмендегідей шарттар орындаладыдеп ойлаймыз

$$0 < R_1 \leqslant R(x, y) \leqslant R_2, 0 < \beta_1 \leqslant \beta(x, y) \leqslant \beta_2, 0 < b_0 \leqslant b(x, y) \leqslant B_0.$$

Әрі қарай,$\mathrm{L}_{\infty,*\omega}(\Omega \times \mathbb{R}^n)$–де $R\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$және$\beta\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$ функцияларының сәйкесінше орташамәні $\bar{R}(x)$ және $\bar{\beta}(x)$, ал,$g\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$ функциясының $\mathbf{L}_2^{\mathrm{loc}}(\boldsymbol{\Omega}; \mathbb{C})$ –де орташа мәні$\bar{g}(x)$ болады.

Біз қарастырылынған (1) бастапқы–шектік есептің траекториялық аттракторлары$\mathfrak{A}_\varepsilon$кіші параметр$\varepsilon \to 0+$әлсіз мағынадаΘ_+^{loc}топологиядасындакелесі(2) бастапқы–шектікесептің траекториялық аттракторына $\overline{\mathfrak{A}}$ жинақталатынын дәлелдедік:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathrm{u}}{\partial t} = (1 + \alpha \mathrm{i})\Delta \mathrm{u} + \bar{R}(x)\mathrm{u} + \left(1 + \bar{\beta}(x)\mathrm{i}\right)|\mathrm{u}|^2 \mathrm{u} - V(x)\mathrm{u} + \bar{g}(x), & x \in \Omega, \\ \mathrm{u} = 0, & x \in \partial\Omega, \\ \mathrm{u}(0) = U(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

мұндағы $V(x)$–функциясы,«өзгеше мүше» деп аталатын (қосымша потенциал), төмендегі формула бойынша анықталады:

$$V(x) = \int\limits_{\partial G_0} \frac{\partial}{\partial \nu_y} \upsilon(x, y) d\sigma_y.$$

мұнда$\upsilon(x)$келесішектік есептің шешімі болады:

$$\begin{cases} -\Delta_y v = 0, & y \in \mathbb{R}^n \setminus G_0, \\ \dfrac{\partial v}{\partial \nu_y} + b(x,y)v = b(x,y), & y \in \partial G_0, \\ v \to 0, & |y| \to \infty. \end{cases}$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Attractors for equations of mathematical physics. Providence(RI):Am. Math. Soc.– 2002.-P.363.
2. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. Attractors and a “strange term” in homogenized equation. CR Me’canique. –2020. –V. 348, №5. – P.351–359.
3. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V.Strong Convergence of Trajectory Attractors for Reaction–Diffusion Systems with Random Rapidly Oscillating Terms. Communications on Pure and Applied Analysis. –2020. – V. 19, №5. – P.2419–2443.
4. BekmaganbetovK.A., ChechkinG.A., ChepyzhovV.V.“Strange Term” in Homogenization ofAttractors of Reaction–Diffusion Equation in Perforated Domain. Chaos, Solutions & Fractals. –2020. –V. 140, Art. № 110208.

ШЕТТІК ШАРТТАРЫНДА ТЕЗ ӨЗГЕРЕТІН МҮШЕЛЕРІ БАР ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОБЛЫСТАНАВЬЕ-СТОКС ЖҮЙЕСІНІҢ АТТРАКТОРЛАРЫН ОРТАШАЛАУЫ

Бекмаганбетов К.А.[1], Төлеубай А.М.[2], Чечкин Г.А.[3]

[1]*М.В.Ломоносов атындағы ММУ,Қазақстан филиалы, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

[2]*Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

[3]*М.В.Ломоносов атындағы ММУ, Мәскеу қ., Ресей*

E-mail: bekmaganbetov-ka@yandex.kz; altyn.15.94@mail.ru; checkin@mech.math.msu.su

Бұл жұмыста перфорацияланған облыстағыекі өлшемді Навье–Стокс теңдеулер жүйесі үшін бастапқы–шектік есептің аттракторларының асимптотикалық әрекетін зерттейміз (облыстың геометриясы туралы [1] қараңыз). Соңғы уақыттарда пайда болған аттракторлардың орташалануына байланысты бірнеше жұмыстарды атап өтеміз ([2],[3] және [4]).

Осы баяндамада перфорацияланған облыстағы екі өлшемді Навье–Стокс теңдеулер жүйесінің $\mathfrak{A}_{\varepsilon}$ траекториялық аттракторлары $\varepsilon \to 0+$жағдайда әлсіз мағынада тиісті функционалды кеңістіктеріндеорташаланған теңдеулер жүйесінің $\mathfrak{A}$ траекториялық аттракторына жинақталатындығы көрсетіледі([5], [6]). Мұнда кіші параметр ε перфорацияланған ортадағы қуыстардың диаметрін олардың арасындағы қашықтықты сипаттайды.

Ω – $\mathbb{R}^2$-гі шектелген облыс және $\partial\Omega$ – шекарасы тегіс болсын. $G_0 \subset Y = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ – облыс болсын, тиесілі$\bar{G}_0$шарға диффеоморфты компакт болып табылатындай.

$\delta > 0$жәнеM–кез келген жиын болсын, біз келесі белгілеулерді енгіземіз:$\delta M = \{x: \delta^{-1}x \in M\}$. $j \in \mathbb{Z}^2$үшінкелесі жиындардыанықтаймыз

$$P_\varepsilon^j = \varepsilon j, \qquad Y_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon Y, \qquad G_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon G_0.$$

Әрі қарай, $\widetilde{\Omega}_\varepsilon = \{x \in \Omega: \rho(x, \partial\Omega) > \sqrt{2}\varepsilon\}$облысын және $\gamma_\varepsilon = \left\{j \in \mathbb{Z}^2: G_\varepsilon^j \cap \bar{\widetilde{\Omega}}_\varepsilon \neq \emptyset\right\}$рұқсат етілген индекстер жинағынанықтаймыз.

Назар аударыңыз,$|\gamma_\varepsilon| \cong d\varepsilon^{-2}$ мұнда, $d > 0$– тұрақты. Келесі облысты қарастырайық, $\Omega_\varepsilon = \Omega \setminus \bar{G}_\varepsilon$, $G_\varepsilon = U_{j\in\gamma_\varepsilon} {G_\varepsilon}^j$.