

Научная классификация задач, экономико-математических моделей и методов их решения

Scientific classification of problems, economic-mathematical models and methods of their decision

Каренов Р.С.

Казахстанский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: karenov_r@inbox.ru)

Есептердің, экономикалық-математикалық модельдердің және оларды шешу тәсілдерінің ғылыми жіктелуі күрделі мәселе екендігі көрсетілген. Қазіргі кезге дейін экономикалық-математикалық модельдер мен тәсілдердің бірыңғай жалпыға бірдей қабылданған жіктемесі жоқ екендігі айтылған. Экономикалық-математикалық тәсілдердің жіктелуі олардың құрамына енетін ғылыми пәндердің жіктелуіне келіп тірелетіні дәлелденген. Экономикалық-математикалық модельдердің онға тарта негізгі жіктелу белгісін немесе жіктелу айдарын бөліп көрсетуге болатындығы негізделген. Экономикалық-математикалық модельдерді модельдерде қолданылатын математикалық аппараттың типтері бойынша жіктеу ұсынылған. Экономикалық-математикалық есептердің екі типке ажыратылуының негізгі белгісі ретінде оңтайландырылуы тиіс мақсатты функцияның бар болуы немесе жоқтығы алынатындығы көрсетілген. Оңтайландырылатын немесе оңтайландырылмайтын экономикалық-математикалық есептердің қысқаша сипаттамасы берілген.

It is noticed that classification of problems, economic-mathematical models and methods of their decision represents a challenge. It is underlined that till now the uniform standard classification of economic-mathematical methods it should be reduced to classification of the scientific disciplines entering into their structure. It is proved that it is possible to allocate an order of ten basic signs of classification, or classification headings of economic-mathematical models. Some of these headings are considered. Classification of economic-mathematical models as the mathematical apparatus applied in models is offered. It is shown that the basic sign on which economic-mathematical problems are accurately differentiated on two types, presence or absence of criterion function which should be optimized is. The short characteristic of classes of optimizing and not optimizing economic-mathematical problems is given.

Разновидности экономико-математических методов

На сегодняшний день классификация задач, экономико-математических моделей и методов их решения представляет собой сложную проблему. Трудность заключается в том, что задачи и методы можно охарактеризовать по нескольким существенным признакам, каждый из которых представляется одинаково приоритетным. Этим обстоятельством объясняется то, что единой общепринятой классификации экономико-математических задач и методов пока не существует.

Суть экономико-математического моделирования заключается в описании социально-экономических систем и процессов в виде экономико-математических моделей. При этом экономико-математические методы следует понимать как инструмент, а экономико-математические модели — как продукт процесса экономико-математического моделирования [1].

Задачи, объединяемые в типы, классы, подклассы и другие подразделения по одним признакам, могут различаться по другим. Вместе с тем основой каждой классификации является общность признаков. Если несколько признаков «соперничают» по степени общности, для них необходимо определить приоритет и установить иерархию.

Важно подчеркнуть два обстоятельства:

Одна и та же задача может быть решена разными методами. Один и тот же метод можно использовать для решения различных задач.

Если известно содержание задачи и выбран метод ее решения, то тем самым определяется тип математической модели.

Таким образом, между содержанием задачи, математической моделью и математическим методом ее решения существует определенная связь.

Рассмотрим вопросы классификации экономико-математических методов. Поскольку эти методы представляют собой комплекс экономико-математических дисциплин, являющихся сплавом экономики, математики и кибернетики, то классификация экономико-математических методов сводится

к классификации научных дисциплин, входящих в их состав. Хотя общепринятая классификация этих дисциплин пока не выработана, но с известной степенью приближения в составе экономико-математических методов, на наш взгляд, можно выделить следующие разделы:

Экономическая кибернетика. Ученые уже давно обнаружили сходство некоторых процессов управления в различных системах и порой пытались использовать эти аналогии в исследованиях и практических приложениях.

Однако лишь в 1948 г. Н. Винер в своей книге «Кибернетика» [2] показал закономерный характер такого сходства и определил общность фундаментальных принципов управления в сложных системах самой различной природы. Субстратом процессов управления является информация, преобразование и движение которой, независимо от природы носителей информации, подчиняются общим количественным закономерностям. Тем самым была обоснована плодотворность использования аналогии и возможность обобщенного логико-математического и физического моделирования для познания и совершенствования различных систем управления. В этом отличительная черта кибернетического подхода к их изучению.

Впервые термин «экономическая кибернетика» появился почти одновременно и независимо в трудах В.С. Немчинова, польских ученых О. Ланге и Г. Грениевского, английского ученого С. Бира. Они же наметили первоначальный круг проблем этой новой науки, уделив особое внимание связи системного анализа экономики с теорией регулирования, логическими и математическими моделями, теорией информации [3–5].

Экономическая кибернетика подчиняет анализ целям синтеза, совершенствования экономических систем. Будучи прикладным разделом кибернетики и вместе с тем частью комплекса экономических наук, она служит связующим звеном между ними. Кибернетический подход к экономике позволяет также синтезировать и использовать многие методы и результаты социальных, естественных и технических наук. Прежде всего это относится к комплексному применению математических методов и моделей [6].

Математическая экономика. Занимается анализом свойств и решений математических моделей технико-экономических процессов, исследует теоретические модели, основанные на определенных предпосылках — линейность, монотонность, выпуклость и др., а также на конкретных формулах взаимосвязи величин.

Математическая экономика изучает вопросы, связанные с существованием решения модели в условиях его неотрицательности, стационарности, наличия других дополнительных свойств. К ее основным классам моделей относятся: модели равновесия в экономических системах (модели Эрроу-Дебре, «затраты — выпуск» В. Леонтьева и др.) и модели экономического роста (модели Солоу, Харрода-Домара, Гейла, Моришимы и др., модели магистрального типа) [7].

Эконометрика. Занимается статистической оценкой и анализом экономических зависимостей и моделей на основе изучения эмпирических данных.

29 декабря 1930 г. по инициативе И. Фишера (1867–1947), Р. Фриша, Я. Тинбергена (1903–1995), Й. Шумпетера, О. Андерсона (1887–1960) и других ученых на заседании Американской ассоциации развития науки (США, Кливленд, штат Огайо) было создано эконометрическое общество, на котором норвежский ученый Р. Фриш дал новой науке название — «Эконометрика».

Вплоть до 70-х гг. XX в. эконометрика понималась как эмпирическая оценка моделей, разработанных экономической теорией. В последующие годы важным событием стало появление компьютеров с высоким быстродействием и мощной оперативной памятью. Существенное развитие получил статистический анализ временных рядов. Г. Бокс и Г. Дженкинс создали ARIMA-модель в 1970 г., а К. Симс и другие ученые — VAR-модели, ставшие популярными в начале 80-х гг. Вершиной этой стадии развития явился метод коинтеграции, развитый С. Йохансеном и др. (1990 г.) [8].

В настоящее время эконометрика располагает огромным разнообразием типов моделей — от больших макроэкономических моделей, включающих несколько сот, а иногда и тысяч уравнений, до малых коинтеграционных моделей, предназначенных для решения специфических проблем. Основой эконометрики являются методы корреляционно-регрессионного анализа, математической статистики, дисперсионного анализа и др.

Методы принятия оптимальных решений. Совокупность методов принятия оптимальных решений на основе нахождения оптимума функции многих переменных величин, находящейся на границах области допустимых решений, называют математическим (оптимальным) программированием.

Сущность оптимального (математического) программирования состоит в следующем. Оптимальное программирование основано на выборе из множества альтернативных вариантов плана оптимального варианта или наилучшего, с точки зрения принятого критерия, который даст возможность получить наибольшие результаты с наименьшими затратами. Программирование означает составление программы действий для получения оптимального результата. Поэтому такое программирование называют оптимальным программированием, или решением экономических задач на оптимум. В математике подобные задачи называются экстремальными. В этих задачах необходимо найти экстремум, т.е. максимум или минимум некоторой целевой функции [9–11].

В общем виде математическая постановка экстремальной задачи состоит в определении наибольшего или наименьшего значения целевой функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при условиях $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i (i = \overline{1, m})$, где f и g_i — заданные функции; b_i — некоторые действительные числа.

В зависимости от свойств функций f и g_i математическое программирование можно рассматривать как ряд самостоятельных дисциплин, занимающихся изучением и разработкой методов решения определенных классов задач.

Прежде всего задачи математического программирования делятся на задачи линейного и нелинейного программирования. При этом, если все функции f и g_i линейные, то соответствующая задача является задачей линейного программирования. Если же хотя бы одна из указанных функций нелинейная, то соответствующая задача является задачей нелинейного программирования.

Наиболее изученным разделом математического программирования является линейное программирование. Для решения задач линейного программирования разработан целый ряд эффективных методов, алгоритмов и программ.

Пусть имеется некий производственный процесс, предназначенный для выпуска n видов продукции. По каждому из видов продукции заданы ограничения на объем выпуска и нормы расхода привлекаемых ресурсов. Поставка продукции потребителю осуществляется комплектами и поэтому требуется сформировать плановый ассортимент выпуска продукции, обеспечивающий максимальное число комплектов поставки продукции.

Формализуя математическую постановку задачи, введем следующие ограничения:

$$\begin{aligned} x^{(i)} &> 0; \\ a(s, 1)x(1) + a(s, 2)x(2) + \dots + a(s, n)x(n) &< V(s). \end{aligned}$$

Оптимизационная оценка имеет вид:

$$\max \min \left(\frac{x(i)}{k(i)} \right).$$

Здесь $k(i)$ — количество единиц i -го продукта в комплекте.

Решается данная задача методом линейного программирования. Интересно отметить, что становление современного математического аппарата оптимальных экономических решений началось в 1940-е годы благодаря первым работам Н. Винера, Р. Беллмана, С. Джонсона, Л. Канторовича. Задача линейного программирования впервые математически была сформулирована Л. В. Канторовичем в 1939 г. на примере задачи раскроя материалов для Ленинградского фанерного треста. В 1947 г. Дж. Данциг предложил универсальный алгоритм решения задач линейного программирования, названный им симплекс-методом. В 1941 г. Хичкок и независимо от него Купманс в 1947 г. формулируют транспортную задачу, Стиглер в 1945 г. — задачу о диете. В 1952 г. было проведено первое успешное решение задачи линейного программирования на ЭВМ «Seac» в Национальном бюро стандартов США [12].

Среди задач нелинейного программирования наиболее глубоко изучены задачи выпуклого программирования. Это задачи, в результате решения которых определяется минимум выпуклой (или максимум вогнутой) функции, заданной на выпуклом замкнутом множестве.

В свою очередь, среди задач выпуклого программирования более подробно исследованы задачи квадратичного программирования. В результате решения таких задач требуется в общем случае найти максимум (или минимум) квадратичной функции при условии, что ее переменные удовлетворяют некоторой системе линейных неравенств или линейных уравнений, либо некоторой системе, содержащей как линейные неравенства, так и линейные уравнения.

Отдельными классами задач математического программирования являются задачи целочисленного, параметрического и дробно-линейного программирования.

В задачах целочисленного программирования неизвестные могут принимать только целочисленные значения.

В задачах параметрического программирования целевая функция или функции, определяющие область возможных изменений переменных, либо то и другое зависят от некоторых параметров.

В задачах дробно-линейного программирования целевая функция представляет собой отношение двух линейных функций, а функции, определяющие область возможных изменений переменных, также являются линейными.

Выделяют отдельные классы задач стохастического и динамического программирования.

Если в целевой функции или в функциях, определяющих область возможных изменений переменных, содержатся случайные величины, то такая задача относится к задаче стохастического программирования.

Задача, процесс нахождения решения которой является многоэтапным, относится к задаче динамического программирования.

Методы и дисциплины специфичны отдельно как для централизованно планируемой экономики, так и для рыночной (конкурентной) экономики. К первым можно отнести теорию оптимального функционирования экономики, оптимальное планирование, теорию оптимального ценообразования, модели материально-технического снабжения и др. Ко вторым — методы, позволяющие разработать модели свободной конкуренции, модели капиталистического цикла, модели монополии, модели индикативного планирования, модели теории фирмы и т.д. Многие из методов, разработанных для централизованно планируемой экономики, могут оказаться полезными и при экономико-математическом моделировании в условиях рыночной экономики.

Методы экспериментального изучения экономических явлений. К ним относят, как правило, математические методы анализа и планирования экономических экспериментов, методы машинной имитации (имитационное моделирование), деловые игры. Сюда можно отнести также и методы экспертных оценок, разработанные для оценки явлений, не поддающихся непосредственному измерению.

Классификация экономико-математических моделей (моделей социально-экономических систем и процессов)

Перейдем теперь к вопросам классификации экономико-математических моделей, другими словами, математических моделей социально-экономических систем и процессов. Единой системы классификации таких моделей в настоящее время также не существует. Но специалисты [13, 14] обычно выделяют порядка десяти основных признаков их классификации или классификационных рубрик. Рассмотрим некоторые из этих рубрик.

По общему целевому назначению экономико-математические модели делятся на теоретико-аналитические, используемые при изучении общих свойств и закономерностей экономических процессов, и прикладные, применяемые в решении конкретных экономических задач анализа, прогнозирования и управления.

По степени агрегирования объектов моделирования модели разделяются на макроэкономические и микроэкономические.

Макроэкономические модели обычно описывают экономику страны как единое целое, связывая между собой укрупненные материальные и финансовые показатели: ВВП, потребление, инвестиции, занятость, бюджет, инфляцию, ценообразование и др.

Микроэкономические модели описывают взаимодействие структурных и функциональных составляющих экономики либо их автономное поведение в переходной неустойчивой или стабильной рыночной среде, стратегии поведения фирм в условиях олигополии с использованием методов оптимизации и теории игр и т.п.

В связи с тем, что модели могут отражать ситуации, меняющиеся или неменяющиеся во времени, их разделяют на динамические и статические. В динамической модели рассматриваются отношения, изменяющиеся во времени, статические описывают взаимосвязи, не подверженные изменениям. Для формализованного описания управления процессами, протекающими на предприятии, используются модели обеих разновидностей. Статические модели представляют процессы в упрощенном, статическом виде, что влечет за собой определенные искажения действительности. Динамические моде-

ли в большей мере соответствуют природе производственных процессов, хотя и оказываются значительно сложнее статических.

Системы, отображаемые в моделях, могут быть линейными, в которых внешние воздействия предполагаются аддитивными и просто суммируются, и нелинейными. При помощи линейных моделей гораздо проще достигнуть конкретного математического решения, но они не в состоянии отразить существенные характеристики производственных процессов. Для приближенного отражения нелинейных, по существу, явлений часто применяются линейные модели, так как до настоящего времени математический анализ не дает общих решений для нелинейных систем.

По форме математического описания модели разделяются на две группы: учитывающие случайные процессы — стохастические и не учитывающие элементов случайности — детерминированные. Последние могут быть представлены в виде дифференциальных уравнений и логических правил. Стохастические модели, более сложные по форме описаний, включают вероятностные и статистические модели.

По целевому направлению использования модели могут быть имитационные и оптимизационные. Первые предназначены для имитации и исследования поведения системы в различных ситуациях и позволяют получить набор альтернатив для дальнейшего выбора решения, вторые используются для нахождения наилучшего варианта решений из всех возможных.

По конкретному предназначению, т.е. по цели создания и применения, выделяют балансовые модели, выражающие требование соответствия наличия ресурсов и их использования; трендовые модели, в которых развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд (длительную тенденцию) ее основных показателей.

По типу информации, используемой в модели, экономико-математические модели делятся на аналитические, построенные на априорной информации, и идентифицируемые, построенные на апостериорной информации.

Наконец, по типу подхода к изучаемым социально-экономическим системам выделяют дескриптивные и нормативные модели. При дескриптивном (описательном) подходе получают модели, предназначенные для описания и объяснения фактически наблюдаемых явлений или для прогноза этих явлений; в качестве примера дескриптивных моделей можно привести названные ранее балансовые и трендовые модели. При нормативном подходе интересуются не тем, каким образом устроена и развивается экономическая система, а как она должна быть устроена и как должна действовать в смысле определенных критериев. В частности, все оптимизационные модели относятся к типу нормативных; другим примером могут служить нормативные модели уровня жизни.

Возможны и другие способы классификации экономико-математических моделей.

Классификация экономико-математических моделей по типу математического аппарата, применяемого в моделях

В настоящее время существует значительное разнообразие видов, типов экономико-математических моделей, пригодных для использования в управлении экономическими объектами и процессами, и в той или иной степени применяемых на практике. Поэтому научно-практический интерес представляет классификация экономико-математических моделей по характеристике математических объектов, включенных в модель, другими словами, по типу математического аппарата, используемого в модели [15].

По данному признаку могут быть выделены:

Факторные модели. В группу экономико-математических факторных моделей входят модели, включающие, с одной стороны, экономические факторы, от которых зависит состояние и изменение управляемого экономического объекта, а с другой — зависящие от этих факторов параметры (показатели) состояния объекта. Если факторы известны, заданы, то модель позволяет определить искомые, неизвестные параметры. Возможна и обратная постановка задачи, при которой заданы желаемые показатели состояния экономического объекта, а надо с помощью модели установить значения факторов, обеспечивающих достижение требуемых показателей. При подобной постановке факторы представляют искомые управляющие воздействия, способные придать объекту управления желаемое состояние, перевести его в это состояние.

Наибольшее применение в экономических исследованиях находит факторная модель в виде производственной функции. Еще в 1920-х годах американские ученые К.Кобб и П.Дуглас построили производственную функцию вида

$$y = a_1 K^{a_1} L^{a_2}; a_1 + a_2 = 1,$$

где y — национальный доход; K — производственные фонды (капитал); L — трудовые ресурсы (рабочая сила).

Большие работы по практическому использованию производственных функций проведены американским профессором Э.Хеди. Например, под его руководством на основе выборки, охватывающей 255 фермерских хозяйств США, была получена производственная функция, определяющая эффективность земледелия в зависимости от ряда факторов:

$$y = 17,9x_1^{0,54}x_2^{0,39}x_3^{0,165}x_4^{0,012}x_5^{0,073},$$

где y — валовой доход фермера; x_1 — посевная площадь фермерского хозяйства; x_2 — годовые трудозатраты; x_3 — издержки на техническое обслуживание; x_4 — стоимость внесенных удобрений; x_5 — прочие производственные затраты.

Значительные обобщения по практическому применению производственных функций выполнены американским исследователем Г.Тинтером, который приводит целое множество функций спроса, предложения, издержек производства, функций полезности и т.д. [16].

Заметно ускорилось развитие исследований производственных функций в последнее время, что объясняется широким внедрением ЭВМ в проведение научных работ. Теперь многие сложные вопросы построения производственных функций решаются на компьютерах с помощью специально составленных программ. Это намного повышает качество вычислительных работ и сокращает время их выполнения.

Балансовые модели. Статические и динамические балансовые модели широко применяются при экономико-математическом моделировании экономических систем и процессов, в том числе и при решении маркетинговых задач. В основе создания таких моделей лежит балансовый метод, т.е. взаимное сопоставление имеющихся материальных, трудовых и финансовых ресурсов и потребностей в них. Если описывать экономическую систему в целом, то под балансовой моделью понимается система уравнений, каждое из которых выражает требование баланса между производимым отдельными экономическими объектами количеством продукции и совокупной потребностью в этой продукции. При таком подходе рассматриваемая система состоит из экономических объектов, каждый из которых выпускает некоторый продукт, одна часть которого потребляется другими объектами системы, а другая выводится за пределы системы в качестве ее конечного продукта. Если вместо понятия «продукт» ввести более общее понятие «ресурс», то под балансовой моделью следует понимать систему уравнений, которые удовлетворяют требованию соответствия наличия ресурса и его использования [17].

Важнейшими видами балансовых моделей являются, во-первых, частные материальные, трудовые и финансовые балансы для народного хозяйства и отдельных отраслей, и, во-вторых, межотраслевые балансы.

Оптимизационные модели. Обширный класс экономико-математических моделей образуют оптимизационные модели, позволяющие выбрать из всех возможных решений самый лучший, оптимальный вариант. Оптимизационные задачи, как указывалось выше, решаются посредством применения моделей с помощью методов математического программирования, реализуемых обычно с применением электронно-вычислительной техники [18, 19].

Сегодня оптимизационные модели чаще всего используются в задачах отыскания лучшего способа использования экономических ресурсов, позволяющего достичь максимальный целевой эффект. Кстати, возникновение методов оптимального программирования относится в США к военному времени и связано с работами ряда американских и английских ученых, привлеченных военным ведомством для решения некоторых оперативных и стратегических задач. При выполнении этих работ они использовали ряд разделов высшей математики, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию игр, теорию массового обслуживания и т.д. Исследования подобного рода получили название операционных исследований. В послевоенное время эти работы были продолжены и получили дальнейшее развитие применительно к решению хозяйственных задач в промышленности. Сейчас в области операционных исследований работают видные ученые таких ведущих стран мира, как США, Англии, Франции, Германии, Австрии и др.

Модели управления запасами. Они призваны дать субъекту управления ответ на вопрос о том, какой уровень запаса ресурсов следует иметь, как он должен изменяться во времени, обновляться в связи с поступлением и расходом ресурсов, чтобы обеспечить бесперебойность, надежность протекания экономических процессов и в то же время минимизировать издержки, связанные с сохранением, пополнением и расходом запасов. Так как уровень спроса неожиданно возникающих потребностей в расходовании запасаемых ресурсов носит чаще всего случайный характер, то модели

управления запасами должны быть стохастическими, вероятностными. Но в упрощенной постановке возможно и использование детерминированных моделей [20, 21].

Наиболее распространены модели управления складскими запасами. Рассмотрим, как формируется экономико-математическая модель управления складскими запасами в общей постановке.

Обозначим текущий уровень запаса продукта на складе в момент времени t величиной $Z(t)$. Тогда справедливо равенство $Z(t) = Z_{нач} + P(t) - R(t)$, где $Z_{нач}$ — начальный запас товаров на складе в момент $t=0$; $P(t)$ — поступление товаров на склад за время t ; $R(t)$ — расходование товаров со склада за время t .

Очевидно, что в любой момент запас товаров на складе не может быть отрицательным, т.е.

$$Z(t) \geq 0.$$

Поступление и расходование товаров со склада обычно производятся партиями. Обозначив объем поставки в одной партии через P_i , а объем расходуемой партии — R_j , преобразуем исходное соотношение к виду $Z = Z_{нач} + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{j=1}^m R_j$, где n — количество поставляемых партий товара; m — количество расходуемых партий товара.

Это равенство можно рассматривать как базисное в модели управления запасами. В зависимости от того, какие величины, показатели в нем заданы, а какие являются искомыми, различают разные виды моделей управления запасами.

Игровые модели. Во многих задачах исследования операций приходится сталкиваться с проблемой принятия решений в условиях неопределенности. Неопределенными могут быть как условия выполнения операций, так и сознательные действия противников или других лиц, от которых зависит успех операции. Кроме того, неопределенность в той или другой степени может относиться и к целям (задачам) операции, успех которой далеко не всегда может быть исчерпывающим образом охарактеризован одним-единственным числом — показателем эффективности. Разработаны специальные математические методы, предназначенные для обоснования решений в условиях неопределенности. В некоторых наиболее простых случаях эти методы дают возможность найти и выбрать оптимальное решение.

В более сложных случаях эти методы дают вспомогательный материал, помогающий глубже разобраться в сложной ситуации и оценить каждое из возможных решений с различных, иногда противоречивых, точек зрения, взвесить его преимущества и недостатки и принять приемлемое. Задачами о принятии решений в условиях неопределенности занимается теория игр, дающая математическое решение конфликтных ситуаций.

Задача этой теории — выработка рекомендаций по рациональному образу действий участников конфликта [22, 23].

Чтобы сделать возможным математический анализ ситуации, надо отвлечься от всех второстепенных факторов и построить упрощенную, схематизированную модель ситуации. Такая модель называется игрой. От реальной конфликтной ситуации игра отличается тем, что ведется по вполне определенным правилам. Чтобы игра могла быть подвергнута математическому анализу, должны быть четко сформулированы эти правила, т.е. система условий, регламентирующая: возможные варианты действий игроков, объем информации каждой стороны о поведении другой, результат (исход) игры, к которому приводит каждая данная совокупность ходов.

Целью теории игр является выработка рекомендаций для разумного поведения игроков в конфликтной ситуации, т.е. определение «оптимальной стратегии» для каждого из них. Оптимальной стратегией игрока называется такая, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш (или, что то же самое, минимально возможный средний проигрыш).

Игровая модель, как и всякая математическая модель сложного явления, имеет свои ограничения. Важнейшим из них является то, что выигрыш искусственно сводится к одному-единственному числу. В большинстве конфликтных ситуаций при выборе разумной стратегии приходится принимать во внимание не один, а несколько числовых параметров — показателей эффективности. Стратегия, оптимальная по одному показателю, не обязательно будет оптимальной по другим.

Сетевые модели. Методы сетевого планирования разработаны в 60-е годы. XX столетия. Методы сетевого планирования относятся к одному из разделов современной теории управления большими системами и предназначены для составления и наблюдения за исполнением проектов производст-

ва или исследований. Впервые сетевые методы планирования были оформлены в США в виде системы ПЕРТ или метода критического пути («Critical Path Scheduling»). Математической основой этих методов служит теория графов, которая является, в свою очередь, частью теории множеств.

Теория графов — направление математики, где на основе определенной символики представляется формальное (схематическое) описание взаимосвязанности и взаимообусловленности множества работ, ресурсов, затрат и т.п. [24, 25].

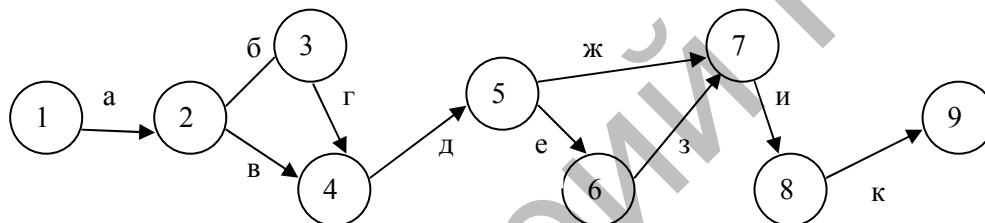
Рассмотрим множество, состоящее из конечного числа элементов, которые мы будем обозначать буквами x_1, x_2, \dots, x_n , а само множество буквой X . Запишем это символически: $X = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$.

Каждому элементу x_i , принадлежащему X , поставим в соответствие нуль, один или несколько элементов из X . Тогда мы построим, пользуясь терминологией теории множеств, некоторый «граф». Обозначим через Γ закон, предоставляющий данное соответствие, и запишем граф символически $G = (X, \Gamma)$.

Граф может быть представлен с помощью чертежа, это называется представление графа с помощью направленных дуг, или с помощью таблицы с двумя входами (матрица).

Главными элементами, своего рода «строительными кирпичиками», сетевых моделей являются работы и события. Под «работой» в сетевой модели имеются в виду любые действия, итог которых состоит в переводе управляемого объекта из одного состояния в другое. Событие же отражает результат работы, выполняемой на определенном этапе [26, 27].

На рисунке 1 приведен упрощенный сетевой график работ по выпуску книги, в котором буквами обозначены работы, а цифрами — события.



Примечание. Условный пример.

Рис. 1. Примерный сетевой график подготовки и выпуска новой книги

Исходное событие 1 — возникновение идеи, замысла у автора, за ним следует работа «а» — подготовка материалов, написание первого варианта рукописи, завершающееся событием 2 — появлением первичной рукописи, с которой автор обращается в издательство.

Рукопись книги издательство передает на заключение рецензенту (работа «б») и готовит также собственное заключение (работа «в») с учетом передаваемого заключения рецензента (работа «г»). Так что событие 3 — это заключение рецензента, а событие 4 — итоговое заключение издательства. При положительном заключении готовится договор с автором на издание книги (работа «д»), который в завершённом виде представляет событие 5. Затем рукопись передается редактору (работа «е»), который исправляет ее, доводя до более кондиционного состояния, характеризуемого как событие 6. Автор тоже работает над рукописью параллельно с редактором (работа «ж»), и после передачи редактором доработанной рукописи (работа «з») в издательстве наступает событие 7 — готовая к набору рукопись книги. Издательство передает рукопись в типографию (работа «и») в требуемом виде, что отражается в событии 8, а типография печатает книгу (работа «к»), в результате чего появляется готовая книга — завершающее событие — 9.

Сетевые графики служат эффективным средством увязывания работ и событий во времени, устанавливая период осуществления каждой работы и время наступления каждого события. Это способствует управлению ходом работ, их координации.

Классификация экономико-математических задач

Основным признаком, по которому экономико-математические задачи четко разграничиваются на два типа, является наличие или отсутствие целевой функции, которая должна быть оптимизирована. Соответственно, все задачи разделяются на оптимизационные (или исследования операций —

ИСО) и неоптимизационные. Содержание задач и метод их решения во многом определяются этим признаком.

Цель оптимизационных задач — определить по некоторому критерию наиболее экономичное решение из множества возможных. Для производственных предприятий такие задачи в основном связаны с организационным управлением и относятся к задачам исследования операций.

Исследование операций — наука, занимающаяся рациональными способами организации целенаправленной человеческой деятельности, ее основная задача — поиск лучших или хотя бы удовлетворительных путей достижения поставленной цели. Под операциями понимается любое действие, мероприятие (система мероприятий), объединенное единым замыслом и направленное на достижение определенной цели.

Основной метод исследования операций — изучение математических моделей операций. Сущность операционного подхода заключается в следующем: определение и математическая формулировка цели операции, критерия оптимальности (показателя качества процесса) и ограничений; построение математической модели операции, выражающей эффективность исследуемой системы как функцию множества переменных, из которых, по крайней мере, хотя бы одна поддается управлению; определение (а в случае необходимости прогнозирование) входной информации; выбор метода оптимизации с помощью методов математического программирования; нахождение оптимального решения; проверка полученной модели путем сравнения с оригиналом операции и в случае необходимости корректировка модели и ее решения [28, 29].

Наиболее распространенные классы операционных задач и математические методы, используемые для их решения, представлены ниже в таблице.

Т а б л и ц а

Основные классы операционных задач

№ п/п	Класс задач	Сущность задач	Математические методы
1	Управление запасами	Минимизация общих (суммарных) издержек, вызванных необходимостью накопления неиспользованных в данный момент ресурсов	Теория вероятностей. Динамическое программирование
2	Распределение ресурсов по операциям	Выбор такого распределения, при котором достигается максимум эффекта	Линейное программирование. Динамическое программирование
3	Массовое обслуживание	Минимизация всех издержек, связанных с неоптимальным порядком обслуживания	Теория массового обслуживания. Теория очередей
4	Упорядочение	Выбор оптимального порядка обслуживания, минимизирующего общее затраченное время	Теория массового обслуживания. Теория очередей. Теория графов
5	Выбор маршрута	Минимизация затрат времени или средств при переходе от одного состояния системы к другому (оптимальный маршрут)	Динамическое программирование
6	Замена оборудования	Определение оптимального порядка и срока замены оборудования, минимизирующих общие затраты	Метод полного перебора. Метод случайного поиска
7	Состязательные задачи	Выбор стратегии управления, обеспечивающей максимальный выигрыш или минимальные потери в конфликтных ситуациях	Теория игр
8	Поиск	Минимизация издержек, связанных с ошибками выбора объема и структуры поиска	Теория распознавания образов. Теория поиска. Теория планирования эксперимента

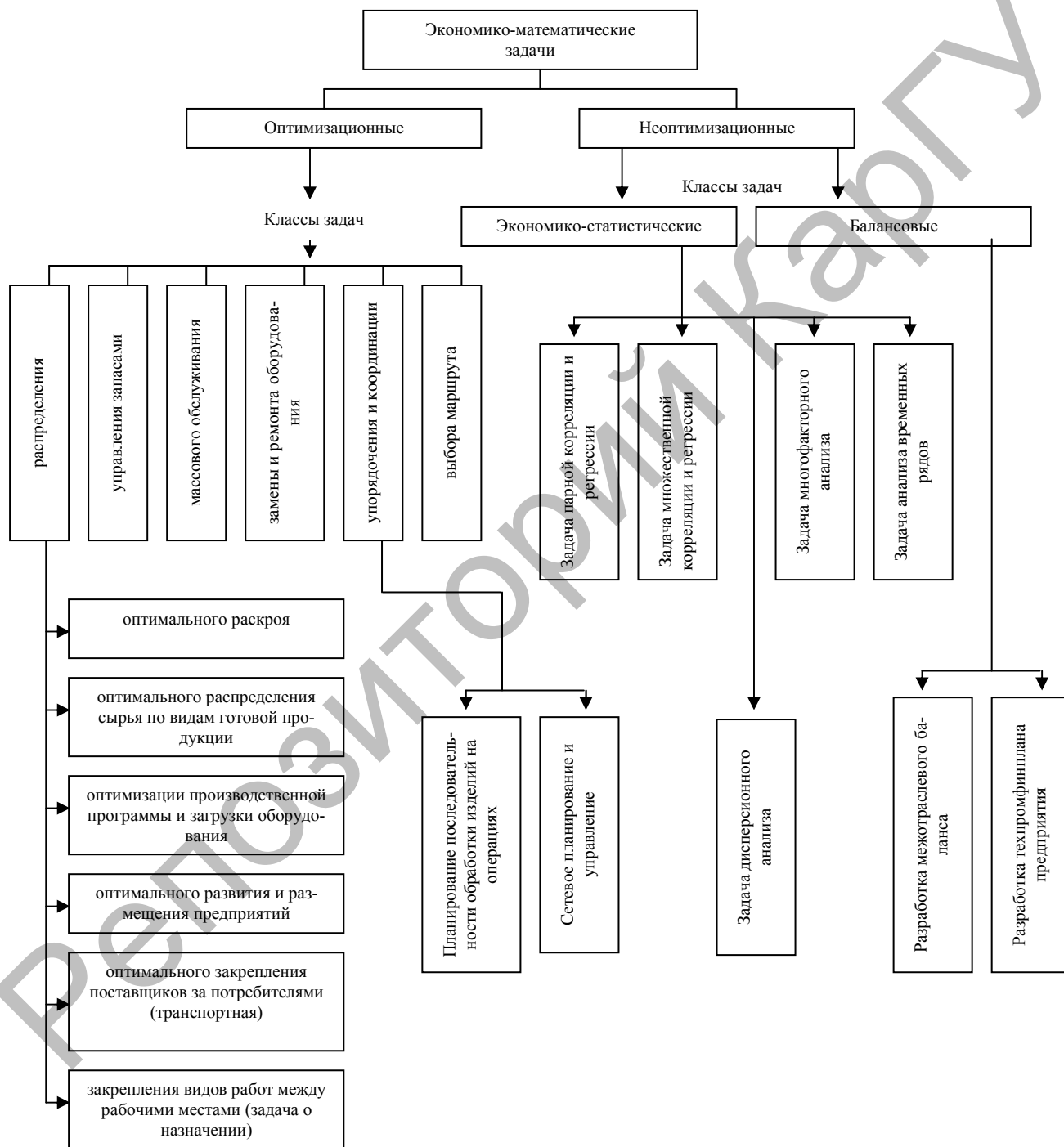
Примечание. Составлена автором на основе обобщения литературных источников.

В неоптимизационных задачах преследуется цель — объяснить наблюдаемые факты или дать прогноз поведения объекта.

Краткая характеристика классов оптимизационных задач

Представленная на рисунке 2 классификация экономико-математических задач построена нами на основе обобщения классификаций, предложенных разными авторами [30–32].

На схеме показано, каким образом типы задач делятся на классы, а классы — на подклассы. Опираясь на схему, дадим краткую характеристику классов оптимизационных задач (ИСО):



Примечание. Предлагается автором на основе обобщения литературных источников.

Рис. 2. Классификация экономико-математических задач

Задачи распределения — наиболее распространенный класс среди оптимизационных задач. Он делится на три группы, различающиеся числом ограничений определенного вида.

Любую конкретную задачу распределения можно свести к обобщенной трактовке — оптимальному распределению ресурсов между операциями (например, оптимальный раскрой материалов, оптимальное распределение ресурсов сырья по видам готовой продукции и пр.).

Задача управления запасами возникает тогда, когда с изменением их объема по-разному меняется величина различных издержек. Так, с увеличением размеров запасов возрастают издержки хранения и пр. При этом одновременно уменьшаются издержки, связанные с возможными простоями из-за отсутствия материалов, с доставкой материалов. В такой задаче требуется определить оптимальный объем запасов, при котором общие издержки сводятся к минимуму.

Задачи массового обслуживания связаны с системами обслуживания, предназначенными для удовлетворения определенных требований, поступающих в систему и возникающих случайным образом. Если к моменту поступления требований все каналы системы заняты, то образуется очередь требований (и соответственно их простой). Если же количество требований, поступивших в систему и одновременно находящихся в ней, меньше числа каналов обслуживания, то простаивают каналы. Оба вида простоев приводят к издержкам. Задача состоит в определении оптимального количества обслуживающих каналов, при котором суммарные издержки были бы минимальными.

Задачи замены и ремонта оборудования сводятся к определению того, когда наиболее экономично заменить функционирующее оборудование или элементы некоторого сложного устройства новыми. Содержание одного из подклассов задач замены состоит в следующем.

Имеется оборудование, эксплуатационные качества которого в процессе функционирования постепенно ухудшаются. Соответственно, возрастают затраты на поддержание оборудования в рабочем состоянии. Преждевременная замена позволит сэкономить на эксплуатационных затратах, но увеличит потери в единовременных затратах. Запоздалая замена, напротив, даст экономию на единовременных затратах, но приведет к значительным потерям в эксплуатационных. Необходимо установить, при каком сроке замены оборудования суммарные издержки будут минимальными.

Задачи упорядочения состоят в установлении оптимальной последовательности обработки нескольких видов изделий (деталей) на различных, следующих одна за другой, операциях с тем, чтобы обеспечивать минимальную общую продолжительность цикла. При этом продолжительность обработки разных деталей неодинакова. Последовательность операций для всех видов деталей одна и та же.

Число возможных вариантов последовательности запуска N_3 зависит от количества видов деталей n . При $n = 10$, $N_3 = 10!$, что превышает 3,5 млн вариантов.

Решать простые задачи упорядочения можно графически. Для решения сложных задач используются специальные методы нахождения наилучшего решения (целочисленное программирование, методы комбинаторики).

В этот же класс входят так называемые задачи координации, относящиеся к комплексам операций. В них ставится цель — определить календарные сроки начала и окончания работ, оптимизирующие некоторый критерий, связанный с деятельностью всего комплекса. Такие задачи распространены в сетевом планировании и управлении.

Задачи выбора маршрута в производственной интерпретации сводятся к определению такой последовательности запуска партий изделий различных видов в поток, при которой суммарные затраты на все его переналадки (переключения) сводятся к минимуму. В такой задаче множество возможных вариантов последовательностей запуска определяется факториалом числа видов изделий.

Название задачи связано с содержанием классической «задачи о коммивояжере». Предполагается, что коммивояжер должен посетить ряд городов, побывав в каждом из них только один раз. Необходимо найти оптимальный маршрут, обеспечивающий минимальные затраты на переезды.

Краткая характеристика неоптимизационных задач

Неоптимизационные задачи, как видно из рисунка 2, подразделяются на балансовые и экономико-статистические задачи.

Балансовые задачи разделяются на два подкласса (группы): разработки межотраслевого баланса и техпромфинплана (с применением матричной модели).

При разработке межотраслевого баланса для системы взаимосвязанных отраслей народного хозяйства (или региона) либо подотраслей промышленности составляется баланс производства и рас-

пределения продуктов. Задачи этого типа различаются по степени сложности. Наиболее простой по структуре является задача, в которой по заданному вектору потребного конечного продукта (в абсолютных единицах) и нормам расхода продуктов одной отрасли на единицу выпуска продукции другой отрасли определяют объем производства продукции каждой отрасли и схему межотраслевых материальных потоков. Такая задача может быть усложнена детализацией конечного продукта или введением дополнительных факторов (трудовых ресурсов и пр.). Решают ее с помощью системы линейных уравнений. Следует отметить, что балансовую задачу введением некоторой целевой функции можно превратить из дескриптивной в оптимизационную [33].

Разработка техпромфинплана с применением матричной модели основана на тех же принципах, что и разработка межотраслевого баланса. Эта достаточно укрупненная модель отражает производственные связи между основным и обслуживающими производствами (рис. 3).

	Потребление Производство	I квадрант		II квадрант	Валовый оборот предприятия
		Основное производство	Обслуживающее производство	Конечная продукция предприятия	
I квадрант	Основное производство	A_1	A_2	Y_1	X_1
	Обслуживающее производство	A_3	A_4	Y_2	X_2
		III квадрант		IV квадрант	
II квадрант	Потребляемые сырье, материалы, топливо, энергия со стороны	M_1	M_2	P	
	Основные группы производственного оборудования	O_1	O_2		
	Основные группы рабочих по профессиям	R_1	R_2		

Примечание. Данные работы [34].

Рис. 3. Схема матричной модели техпромфинплана

Из рисунка 3 видно, что матричная модель техпромфинплана состоит из 4 квадрантов (разделов). В ней цехи предприятия уподобляются отраслям народного хозяйства. В наиболее общем случае цех предприятия потребляет продукцию одних цехов и в свою очередь поставляет продукцию другим. В условиях задачи указаны нормы прямых затрат входного полуфабриката на единицу выходной продукции по каждому цеху, а также удельные нормы расхода исходных ресурсов сырья и материалов на единицу выходной продукции по цехам. При заданной программе выпуска товарной продукции требуется определить объемы производства по цехам, потребность в ресурсах и их распределение, а также распределение исходных материалов по цехам, продуктам и пр. Экономико-статистические задачи подразделяются на такие основные группы [35–37]:

- анализ парной корреляции и разработка уравнения регрессии (математической модели зависимости);
- анализ множественной корреляции и разработка уравнения множественной регрессии;
- дисперсионный анализ;
- многофакторный анализ;
- анализ временных рядов.

Задача парной корреляции и регрессии сводится к исследованию связи между двумя показателями, один из которых рассматривается как независимый (фактор), а второй — как зависимый (результативный показатель). В результате корреляционного и регрессионного анализов дается статистическая оценка этой связи и разрабатывается уравнение регрессии, т.е. уравнение зависимости между результативным показателем и аргументом. Уравнение регрессии представляет собой дескриптивную математическую модель исследуемой зависимости. Выявленная количественная зависимость служит основой для последующего качественного анализа и выводов.

Задачи множественной корреляции и регрессии предполагают анализ, оценку и установление математической зависимости между результативным показателем и несколькими независимыми случайными переменными факторами.

В задачах дисперсионного анализа необходимо статистически оценить существенность вариации некоторого признака (показателя) внутри группы данных наблюдений (сгруппированных по одному фактору) и между группами, различающимися по другому фактору. Примером может служить следующая задача. Предполагается, что на качество обработки изделия в процессе некоторой операции влияют два фактора: качество поступающего полуфабриката и состояние оборудования на рабочих местах. Требуется на основе дисперсионного анализа определить их относительное влияние на вариацию качества выполнения операции.

Задачи многофакторного анализа состоят в следующем. Имеется некоторое множество результативных показателей и некоторое множество переменных факторов. Предполагается, что факторы влияют на результативные показатели. Необходимо дать статистическую оценку зависимостей между рядом результативных признаков и рядом факторов. Постановку задачи легко свести к матричной форме, расположив по вертикали признаки, а по горизонтали — факторы.

В задачах анализа временных (динамических) рядов ставится цель выявить на основе математико-статистических методов тенденции в изменении изучаемых экономических явлений или показателей.

References

1. Fedoseyev V.V., Garmash A.N. et al. Economic-mathematical methods and applied models: the Manual. — M.: UNITI, 1999. — P. 15.
2. Wiener N. Cybernetics or management and communication in an animal and the car / Trans. from English. — M.: Soviet radio, 1968. — 328 p.
3. Lang O. Introduction to economic cybernetics / Trans. from Polish. — M.: Progress, 1968. — 208 p.
4. Ertli-Kajakob P. Economical cybernetics in practice / Abr.trans. from German. — M.: Economy, 1983. — 160 p.
5. Menesku M. Economic cybernetics / Abr. trans. from Romanian. — M.: Economy, 1986. — 230 p.
6. Kobrinskij N.E., Majminas E.Z., Smirnov A.D. Economic cybernetics: the Textbook. — M.: Economy, 1982. — P. 20.
7. Kolemaev V.A. Mathematical economy: the Textbook. — M.: ЮНИТИ, 2002. — 399 p.
8. Econometrica: the Textbook / Under I.I.Eliseevoj's edition. — M.: Finance and statistics, 2001. — 344 p.
9. Akulich I.L. Mathematical programming in examples and problems: the Manual. — M.: Higher school, 1986. — 319 p.
10. Gershgorin A.S. Mathematical programming and its application in economic calculations: the Textbook. — M.: Economy, 1968. — 200 p.
11. Tlegenov K.B., Kalchaev K.K., Zapletin P.P. Methods of mathematical programming. — Alma-Ata: Nauka, 1975. — 248 p.
12. Gluhov V.V. Management: the Textbook. — SPb.: Spec. lit., 2000. — P. 134, 135.
13. Shelobaev S.I. Mathematical methods and models in economy, the finance and business: the Manual. — M.: UNITI, 2000. — 367 p.
14. Holod N.I., Smiths A.B. et al. Economic-mathematical methods and models: the Manual. — Minsk: BGEU, 1999. — 413 p.
15. Rajzberg B.A., Fathutdinov R.A. Management of economy: the Textbook. — M.: Joint-Stock Company «Business school» Intel-synthesis», 1999. — P. 230.
16. Grishin A.F., Kocherova E.V. Statistical of model: construction, an estimation, the analysis: the Manual. — M.: Finance and statistics, 2005. — P. 57.
17. Fedoseyev V.V., Eriashvili N.D. Economic-mathematical methods and models in marketing: the Manual. — M.: UNITI, 2001. — P. 52.
18. Krushevskij A.V., Shvetsov K.I. Mathematical programming and modeling in economy: the Manual. — Kiev: Visha school, 1979. — 456 p.
19. Tobacco D., Kuo B. Optimal management and mathematical programming / Trans. from English. — M.: the Nauka, 1975. — 280 p.
20. Richard Thomas. Quantitative methods of the analysis of economic activities / Trans. from English. — M.: Business and Service, 1999. — 432 p.

21. *Shikin E.V., Chhartishvili A.G.* Mathematical methods and models in management: the Manual. — M.: Business, 2000. — 440 p.
22. *Owen G.* Theory of games / Trans. from English. — M.: Mir, 1971. — 232 p.
23. *J. von Neumann, Morgenshtern O.* Theory of games and economic behavior / Trans. from English. — M.: Nauka, 1970. — 708 p.
24. *Belov V.V., Vorobei E.M., Shatalov V.E.* The theory of counts: the Manual. — M.: Higher school, 1976. — 392 p.
25. O. Teorija's shouting of counts Trans. from English. — M.: Nauka, 1968. — 352 p.
26. *Ahudja X.* Network management methods in designing and manufacture / Trans. from English. — M.: Mir, 1979. — 639 p.
27. *Borozdin I.G.* Network planning and management in building: the Manual. — M.: Stroyizdat, 1972. — 288 p.
28. Application of research of operations in economy / Trans. from Hungarian. — M.: Economy, 1977. — 323 p.
29. *Davidov E.G.* Operations research: the Manual. — M.: the Higher school, 1990. — 383 p.
30. *Malyhin V.I.* Mathematical modeling of economy: the Training manual. — M.: URAO, 1998. — 160 p.
31. *Shavkin A.M.* Method and models of rational management in market economy: working out of administrative decisions: the Manual. — M.: Finance and statistics, 2001. — 320 p.
32. *Trojanovsky V.M.* Mathematical modeling in management: the Manual. — M.: the Russian Business Literature, 1999. — 240 p.
33. Economic-mathematical methods in supply. — M.: Economy, 1971. — P. 96–100.
34. *Larionov A.I., Jurchenko T.I., Novoselov A.L.* Economic-mathematical methods in planning: the Textbook. — M.: the Higher school, 1991. — P. 39.
35. *Lenghs A.M.* Factorial the analysis in manufacture. — M.: Statistics, 1975. — 328 p.
36. *Karasev A.I., Kremer N.S., Savelyev T.I.* Mathematical methods and models in planning: the Manual. — M.: Economy, 1987. — 240 p.
37. *Zamkov O.O., Tolstopjatenko A.V., Cheremnykh Ju.N.* Mathematical methods in economy: the Textbook. — M.: Moscow State University of M.V. Lomonosova, Publishing house «DIS», 1997. — 368 p.

УДК 517:65.012.122

Последовательность и содержание этапов экономико-математического моделирования и операционного исследования

Sequence and contents of stages of economic-mathematical modelling and operational research

Каренов Р.С.

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: karenov_r@inbox.ru)

Модельдеудің негізгі тәсілдерінің жіктелуін кескіндейтін сызбасы ұсынылған. Математикадағы үлкен жетістіктер нәтижесінде соңғы кездері кең қолданыс тапқан математикалық модельдеудің маңызы көрсетілген. Экономикалық зерттеулерде математиканың интенсивті қолданылу себептері талданған. Экономикалық-математикалық модельдеу кезеңдерінің тізбесін және мазмұнын зерттеу қажеттігі негізделген. Негізгі мақсаты адамның ұйымдық басқару жүйелерінде қабылдайтын шешімдерін оңтайландыру болып табылатын ғылым-операцияларды зерттеудің заманауи математикалық аппаратын түсіндіріп баяндауға көңіл бөлінген. Операциялық зерттеулердің негізгі кезеңдері қарастырылған.

The circuit diagram illustrating classification of the basic methods of modeling is offered. Value of mathematical modeling which wide application thanks to the big success of mathematics recently finds is allocated. The reasons of a heavy use of mathematics in economic researches are analyzed. Necessity of studying of sequence and contents of stages of economic-mathematical modeling is proved. Bases of research of operations — sciences which sets as the purpose optimization of the decisions accepted by the person in systems of organizational management are stated. The attention is given to a statement of modern mathematical apparatus of operations research. The basic stages of operational research are considered.

Классификация основных методов моделирования

Центральным понятием кибернетики является понятие «система». Единого определения этого понятия нет; возможна такая формулировка: системой называется комплекс взаимосвязанных элементов вместе с отношениями между элементами и между их атрибутами. Исследуемое множество элементов можно рассматривать как систему, если выявлены следующие четыре признака [1]: