ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕИЗВЕСТНОЙ ГРАНИЦЫ ЗОНЫ МАЛОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Султанов М.А., Баканов Г.Б., Косанова С.А.
Международный казахско-турецкий университет имени Х.А.Ясави, Туркестан, Казахстан
E-mail: smurat-59@mail.ru

Рассмотрим следующую начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial P}{\partial t} = \Delta P + f(t)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0),\ (x,y)\in R^2\setminus\bar{\Omega},\quad t>0, \\ &\left.\frac{\partial P}{\partial \vec{n}}\right|_{(x,y)\in\Gamma} = 0,\quad \lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} P(t,x,y) = P_0,\quad P(0,x,y) = P_0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\Omega-$ односвязанная область в плоскости с гладкой границей $\Gamma = \partial\Omega$, $\vec{n}-$единичный вектор нормали к Γ направленный внутрь Ω, $(x_0,y_0)\in R^2\setminus\bar{\Omega}$, P_0- фиксированная точка.

Пусть решение задачи (1) $P(t,x,y)$ известно при всех $t>0$ для точек $(x_1,y_1),...,(x_n,y_n)$ из $R^2\setminus\bar{\Omega}$.

Обратная задача.

По функциям $f(t), P(t,x_1,y_1),...,P(t,x_n,y_n)$ найти границу области (контур) Γ.

Такие обратные задачи возникает при поиске полезных ископаемых и их скоплений по измерениям давления в работающих скважинах[1]. Зонами малой проницаемости называется такие области пласта, где бурение новых скважин нецелесообразно или это требует значительных затрат. При этом считается, что давление не изменяется поперек пласта, а проницаемости в нем постоянна, за исключением области Ω полной непроницаемости. В точках с координатами $(x_0,y_0),...,(x_n,y_n)$ расположены $n+1$ скважины, и будем считать, что в скважине (x_0,y_0) создается давление, закон изменения которой задается функцией $f(t)$. Предполагается, что перед началом работы скважины (x_0,y_0) и на достаточно удаленном расстоянии от расматриваемой области Ω давление в пласте будем считать постоянной и оно равно P_0. В этом случае давление $P(t,x,\text{y})$ в точке (x,y) в момент времени t вне области непроницаемости будет решением задачи (1).

Применяя методы теории потенциала и граничных интегральных уравнений[2-3] обратная задача сведена и интегральному уравнению относительно неизвестной границы области и построен итерационный численный метод его восстановления.

Работа проводилось при финансовой поддержке Министерство образования и науки Республики Казахстан, проект 0115РК00681.

Список использованных источников

1. *Дмитриев В.И.* Обратные задачи геофизики. – М.: МАКС Пресс, 2012.
2. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1973.
3. *Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. - М.: Мир – 1987.

ОБ ИЗОЛИРОВАННОМ РЕШЕНИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИС ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Тлеулесова А.
Евразийскийнациональный университет имени Л.Н.Гумилева,, Казахстан
E-mail: agila_72@ mail.ru

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с импульсным воздействиями часто встречаются в задачах приложения.На отрезке [0,T] рассматривается периодическая краевая задача для нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений импульсным воздействием

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x),\ t \in [0,T] \setminus \{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_m\},\ x \in R^n,\ 0 = \theta_0 < \theta_1 < ... < \theta_m < \theta_{m+1} = T, \qquad (1)$$

$$x(0) = x(T), \qquad (2)$$

$$x(\theta_i + 0) - x(\theta_i - 0) = J_i\left(\lim_{t \to \theta_i - 0} x(t)\right), \qquad i = \overline{1,m}, \qquad (3)$$

где $f : [\backslash 0,T] \times R^n \to R^n$, кусочно-непрерывная вектор-функция с возможными разрывами первого рода в точках $t = \theta_i,\ i = \overline{1,m}$.. $J_i(x),\ i = \overline{1,m}$, кусочно-непрерывные вектор-функции.

Вопросы разрешимости и построения приближенных методов нахождения решения задачи (1)-(3) рассмотрены во многих работах[1-2].Для нелинейных краевых задач свойственно существование нескольких решений. Поэтому изолированность решений имеет важное значения для приложений. Существование изолированного решения имеет такую же смысл, как единственность в линейных задачах. При построений приближенных методов нахождения решения и при моделирований реальных процессов, как правило, требуется непрерывная зависимость решения от изменений правых частей дифференциальных уравнений и граничных условий. Однако изолированное решение, рассматриваемое как изолированный элемент множество решений не обладает этим свойством.

Взяв $\theta_0 = 0,\quad \theta_{m+1} = T$, произведем разбиение $\quad [0,T) = \bigcup_{r=1}^{m+1} [\theta_{r-1}, \theta_r),$ так чтобы точки скачка являлись точками разбиения. Через $x_r(t)$ обозначим сужение функции $x(t)$ на $r -$ый интервал $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$. Значение функции $x_r(t)$ в точках $t = \theta_{r-1}$ обозначим через λ_r и на каждом интервале $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$., произведя замену $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ получим эквивалентную задачу с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = f(t, u_r + \lambda),\ t \in [\theta_{r-1}, \theta_r),\ u_r(\theta_{r-1}) = 0,\ r = \overline{1, m+1}, \qquad (4)$$

$$\lambda_1 - \lambda_{m=1} - \lim_{t \to T-0} u_{m+1}(t) = 0, \qquad (5)$$

$$\lambda_{i+1} - \lambda_i - J_i\left(\lambda_i + \lim_{t \to \theta_i - 0} u_i(t)\right) = 0, \quad i = \overline{1,m}.. \qquad (6)$$

Применение м.п.[2] к исследованию периодической краевой задачи для систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием начинается с выбора начального приближения по параметру, т.е.- $\lambda^{(0)}$. В общем случае, когда нет информации об области принадлежности решения рассматриваемой краевой задачи, основываясь на начальных условиях $u_r(\theta_{r-1}) = 0,\ r = \overline{1, m+1}$, компоненты параметра предлагается определить из следующей системы уравнений

$$Q_{\nu,\widetilde{\theta}}(\lambda, 0) = 0,\ \lambda \in R^{n(m+1)}. \qquad (7)$$

Пусть $\lambda \in Z^0(f, \widetilde{\theta})$ решение уравнения (7) и $(\lambda^{(0)}, u^{(0)}[t], V[t], \sigma) \in W$. Таким образом устанавливаем оценку разности между $\lambda^{(0)}$-решением (7) и параметром λ^*, компоненты которого составлены из значений решения задачи (1)-(3) в точках разбиения интервала [0,T], а также получено необходимые и достаточные условия существования изолированного решения исследуемой задачи.

Список использованных источников

1. *Джумабаев Д.С., Темешова С.М.* Необходимые и достаточные условия существования изолированного решения нелинейной двухточечной краевой задачи. //Нелінійні коливання, 2012, т. 15, №4.
2. *Джумабаев Д.С., Тлеулесова А.Б.* О разрешимости периодической краевой задачи для систем нелинейных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием // Изв. МОН РК НАН Р. Серия физико-математическа.-Алматы: НАН РК, 2006. - №1. - С.3-7.