

Для объяснения подобных явлений Hallaire V. M. предложил рассмотреть микроскопическую картину движения влаги в ином виде. Если использовать уравнение Дарси, где потенциалу, придана форма Hallaire V. M., получится уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(W) \frac{\partial W}{\partial z} + A \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z} \right]. \quad (1)$$

Настоящее время особое место занимает разработка методов нахождения параметров влагопроводности уравнений (1). Связи с нелинейностью уравнений (1) метод нахождения коэффициента диффузий распространения влаги в почве становится сложной задачей. Основываясь на методику разработанной в работе [3] нам удалось справиться указанной проблемой. Настоящая работа посвящена к нахождению коэффициента диффузий влаги  $D(W)$ .

### Список использованной литературы

1. Childs E.C., Collis – George N., The permeability of porous materials. *Proceedings the Royal Society A*. vol.201. – 1950. - p. 392-405.
2. Hallaire V. M. Potential efficace de L'eau dans le sol en regime de dessechement. Institut National de la Recherche Agronomique (France). - Vol. 4, №1. – 1963, p. 114-122.
3. Рысбайұлы Б. Обратные задачи нелинейной теплопередачи. Алматы 2022, 367 с.

## ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Рыскан А.Р.<sup>1</sup>, Танкаева Р.М.<sup>2</sup>, Сейсенханкызы С.<sup>3</sup>

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, РК

E-mail: [ryska.n.a727@gmail.com](mailto:ryska.n.a727@gmail.com), [r.t.71@mail.ru](mailto:r.t.71@mail.ru), [seisenkhankyzi.01@gmail.com](mailto:seisenkhankyzi.01@gmail.com)

В настоящей работе исследуется разрешимость краевой задачи Дирихле для обобщенного уравнения Геллерстедта

$$H(u) = y^m z^k t^l u_{xx} + x^n z^k t^l u_{yy} + x^n y^m t^l u_{zz} + x^n y^m z^k u_{tt} = 0, \quad m, n, k, l \equiv \text{const} > 0 \quad (1)$$

в конечной односвязной области  $D \in \square_4^+$ , которая ограничена гиперплоскостями  $S_1 = \{(0, y, z, t) : x=0, 0 < y < b, 0 < z < c, 0 < t < d\}$ ,  $S_2 = \{(x, 0, z, t) : 0 < x < a, y=0, 0 < z < c, 0 < t < d\}$ ,  $S_3 = \{(x, y, 0, t) : 0 < x < a, 0 < y < b, z=0, 0 < t < d\}$ ,  $S_4 = \{(x, y, z, 0) : 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c, t=0\}$  и поверхностью  $S_5$ . Здесь  $a, b, c, d$  положительные числа.

Постановка задачи Дирихле. Найти регулярное решение  $u(x, y, z, t)$  уравнения (1) из класса  $C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ , удовлетворяющее условиям

$$u(x, y, z, t)|_{x=0} = \tau_1(y, z, t), \quad (y, z, t) \in \bar{S}_1, \quad (2)$$

$$u(x, y, z, t)|_{y=0} = \tau_2(x, z, t), \quad (x, z, t) \in \bar{S}_2, \quad (3)$$

$$u(x, y, z, t)|_{z=0} = \tau_3(x, y, t), \quad (x, y, t) \in \bar{S}_3, \quad (4)$$

$$u(x, y, z, t)|_{t=0} = \tau_4(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \bar{S}_4, \quad (5)$$

$$u(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z, t), (x, y, z, t) \in \overline{S_5}, \quad (6)$$

где  $\tau_1(y, z, t)$ ,  $\tau_2(x, z, t)$ ,  $\tau_3(x, y, t)$ ,  $\tau_4(x, y, z)$ ,  $\varphi(x, y, z, t)$  – заданные непрерывные функции.

Для нахождения решения задачи необходимо построить функцию Грина сформулированной задачи Дирихле, в которой используется следующее фундаментальное решение [1] для четырехмерного обобщенного уравнения Геллерстедта (1)

$$g_{16}(x, y, z, t; x_0, y_0, z_0, t_0) = k_{16} \xi^{1-2\alpha} \eta^{1-2\beta} \zeta^{1-2\gamma} \varsigma^{1-2\delta} \times \\ \times \frac{F_A^{(4)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta; 1-\alpha, 1-\beta, 1-\gamma, 1-\delta; 2-2\alpha, 2-2\beta, 2-2\gamma, 2-2\delta; \xi, \eta, \zeta, \varsigma)}{(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta+1}},$$

здесь

$$F_A^{(4)}(a; b_1, b_2, b_3, b_4; c_1, c_2, c_3, c_4; x, y, z, t) = \sum_{m, n, p, q} \frac{(a)_{m+n+p+q} (b_1)_m (b_2)_n (b_3)_p (b_4)_q}{(c_1)_m (c_2)_n (c_3)_p (c_4)_q m! n! p! q!} x^m y^n z^p t^q, \\ (|x| + |y| + |z| + |t| < 1)$$

является гипергеометрической функцией Лауричеллы в случае четырех переменных [2]. Для доказательства единственности решения задачи Дирихле используется метод интегралов энергии. В процессе доказательства существования решения рассматриваемой задачи используются формулы дифференцирования гипергеометрических функций, формулы смежных соотношений и формулы разложения, а также формула автотрансформации Больца [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта №AP14972818 КН МОН РК.

#### Список использованной литературы

1. Hasanov A., Berdyshev A.S., Ryskan A. Fundamentalsolutionsfor a classoffour-dimensionaldegenerateellipticequation. ComplexVariablesandEllipticEquations. Volume 65, - Issue 4. 2020.P. 632–647.
2. AppellP., Kampe de FérietJ. Fonctions hypergeometriques et hyperspheriques. Polynomes d’Hermite. Paris: Gauthier – Villars. 1926. 434 p.
3. Erdelyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions. New York, Toronto and London: V. I. McGraw Hill. 1953.

#### ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

<sup>2</sup>Сейтмуратов А.Ж., <sup>1</sup>Медеубаев Н.К., <sup>2</sup>Ибраев Ш.Ш.

<sup>1</sup>Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

<sup>2</sup>Кызылординский университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

E-mail: [medeubaev65@mail.ru](mailto:medeubaev65@mail.ru), [angisin@mail.ru](mailto:angisin@mail.ru), [ibrayevsh@mail.ru](mailto:ibrayevsh@mail.ru),

При решении интегродифференциальных уравнений при граничных условиях с учетом физической нелинейности, возникает широкий класс краевых задач колебаний, связанных с различными граничными условиями на краях плоского элемента.

При учете нестационарных внешних воздействий основным из главных параметров является частота собственных колебаний плоского элемента с учетом температуры, предварительной напряженности и других факторов.