6. *Джураев Т. Д, Абдиназаров С.* Краевые задачи типа задачи Бицадзе-Самарского для уравнений третьего порядка с кратными характеристиками // Известия АН Узбекской ССР. 1981. №1. С. 8-11.

7. *Абдиназаров С.* Общие краевые задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Дифференц. уравнения. 1981. Т. 17, №1. С. 3-12.

8. *Block H.* Sur les equations lineaires aux derivies partielles a caracteristiques mulptiples // Arkiv for Mat. Astr. och Fysik. 1912. Bd.7. P. 3–20.

9. *Cattabriga L.* Potenziale di linea e di dominio per equazioni non paraboliche in due variabili a caratteristiche multiple // Rendiconti del seminario Matem. della univ. di Padava. 1961. Vol. 31.

10. *Джураев Т.Д., Апаков Ю.П.* Об автомодельном решении одного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки. 2007. №2(16). С. 18-26.

11. *Иргашев Ю., Апаков Ю.П.* Первая краевая для уравнения третьего порядка псевдоэллиптического типа // Узбекский математический журнал. 2006. №2. С. 44-51.

12. *Апаков Ю.П.* К решению краевых задач для уравнения $u_{xxx} - u_{yy} = 0$ в неограниченных областях // Доклады АН республики Узбекистан. 2006. №3. С. 17-20.

13. *Апаков Ю.П.* О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. Т.64, №1. 2012. С. 3-13.

14. *Балкизов Ж.А., Кодзоков А.Х.* О представлении решения краевой задачи для неоднородного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2010. №4. С. 64-69.

15. *Балкизов Ж.А.* Краевая задача для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2015. Т. 17, №3. С. 13 – 21.

ОБ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОЛОННИКОВА - ФАЗАНО

Дженалиев М.Т.[1], Рамазанов М.И.[2,3]

[1]*Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан*

E-mail: muvasharkhan@gmail.com

[2]*Институт прикладной математики КН МОН РК,*

[3]*КарГУ им. Е.А.Букетова, Караганды, Казахстан*

E-mail: ramamur@mail.ru

Рассматривается однородная граничная задача теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0;\ 0 < x < mt,\ t \in (0, T)\ , \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0+} = 0; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=mt} + k\frac{d\tilde{u}(t)}{dt} = 0, \tag{2}$$

где $\tilde{u}(t) = u(x,t)\big|_{x=mt} = u(mt,t)$, k и m - заданы.

Задача (1)-(2) является однородным случаем задачи, исследованной в [1], где указано, что данная задача оказывается полезной при изучении задач со свободными границами.

Введя новую функцию $v(x,t) = {\partial u(x,t)}\big/{\partial x},$ и используя тепловые потенциалы простого слоя [2], задачу (1)-(2) сведем к решению сингулярного интегрального уравнения типа Вольтерра второго рода

$$\varphi(t) - \frac{m}{a\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{t}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{m^2 t\tau}{a^2 (t-\tau)}} \cdot \varphi(\tau) d\tau - \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} + \frac{ka}{\sqrt{\pi}}\right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{m^2 t\tau}{a^2 (t-\tau)}} \cdot \varphi(\tau) d\tau +$$

$$+ \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} - \frac{ka}{\sqrt{\pi}}\right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \varphi(\tau) d\tau = 0. \tag{3}$$

Выделяя характеристическую часть данного однородного интегрального уравнения, решение которой определяется в явном виде и используя метод регуляризации Карлемана-Векуа найдем его ненулевое решение [3]. Тем самым, показано, что поставленная однородная краевая задача также имеет ненулевое решение. Доказана справедливость теоремы.

Теорема. Классами единственности решения для граничной задачи (1)-(2) являются $L_{\infty}\left(G;\left[x^{1+\alpha}+t^{(1+\alpha)/2}\right]^{-1}\right),\ \alpha>0$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. *Солонников В.А., Фазано А*. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322-338.

2. *Тихонов А. Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 734 с.

3. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. – Алматы: Ғылым, 2010. – 334 с.

О НЕЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дженалиев М.Т.[1], Рамазанов М.И.[2,3]

[1]*Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан*

muvasharkhan@gmail.com

[2]*Институт прикладной математики КН МОН РК,*

[3]*КарГУ им. Е.А.Букетова, Караганды, Казахстан*

E-mail: ramamur@mail.ru

В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя.

Рассматривается однородная граничная задача

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0, \{x,t\}\in G=\{x,t: 0<x<t, t>0\}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}|_{x=0}=0, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}|_{x=t}+\frac{d\tilde{u}(t)}{dt}=0; \qquad (2)$$

где $\tilde{u}(t)=u(t,t)$. Отметим, что задача (1)–(2) является однородным случаем задачи, изученной в работе [1], причем, для простоты коэффициенты из указанной работы приняты равными: $k=b=1$. Эти изменения не противоречат постановке задачи из [1]. Как отмечено в работе [1], случай неоднородной граничной задачи "... оказывается полезным при изучении некоторых задач со свободными границами". Например, для однофазной задачи "... Стефана при следующих предположениях: жидкая фаза с положительной температурной температурой $u(x,t)$ занимает отрезок $0<x<s(t)$, при $x=0$ задается положительный поток тепла, а свободная граница $x=s(t)$ начинается у твердой стенки $x=0$, т.е. выполняется условие $s(0)=0$". В работе [1] установлена теорема об однозначной разрешимости рассматриваемой там граничной задачи в весовых гельдеровских пространствах. Исследование граничных задач вида (1)–(2) проводится в Казахстане впервые. Если в работе [1] было показано, что в некотором гельдеровском классе функций однородная задача (1)–(2) имеет только тривиальное решение, то нас интересует вопрос: существует ли у этой задачи нетривиальное решение и какому классу оно принадлежит? Этот вопрос ранее никем не был изучен. В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя. Введем этот класс следующим образом:

$$(x+t^{1/2})^{-1}u(x,t)\in L_{\infty}(G), \text{ т.е. } u(x,t)\in L_{\infty}(G;\ (x+t^{1/2})^{-1}). \qquad (3)$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. *Граничная задача (1)–(2) имеет наряду с тривиальным решением и нетривиальное решение* $u(x,t)=C\tilde{u}(x,t)$, *где* $\tilde{u}(x,t)\in L_{\infty}(G;\ (x+t^{1/2})^{-1})$, *и* $C=const$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. *Солонников В.А., Фазано А.* Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами// Записки научных семинаров ПОМИ, 2000.- Т.269.- С.322–338.