Работа первого автора поддержана Проектом AP 08855579 МОН РК.

Список использованной литературы

1. Темляков В.Н. О приближении периодических функций нескольких переменных // Докл. АН СССР. 1984. Т.279, №2, С. 301-305.
2. Белинский Э.С. Приближение "плавающей" системой экспонент на классах периодических функций с ограниченной смешанной производной // Исследования по теории функций многих вещественных переменных, Ярославль. 1988, С.16-33.
3. Темляков В.Н. Конструктивные разреженные тригонометрические приближения и другие задачи для функций смешанной гладкости, Мат.сб. 206 (11), 131-1160 (2015).

ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ ТИПА СОБОЛЕВА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ПРОСТРАНСТВАМИ МОРРИ НА МНОГОМЕРНОМ ТОРЕ

Балгимбаева Ш.А., Жанабилова А.К.
Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
E-mail: Sholpan.balgyn@gmail.com

Пусть $L_p(T^d)(0 < p \le \infty)$–пространство Лебега с обычной (квази) нормой, здесь и далее $T^d \coloneqq \frac{(R}{Z})^d$ – тор.

Пусть $0 < u \le p \le \infty$, пространство Морри $M_u^p \coloneqq M_u^p(T^d)$ –совокупность всех $f \in L_u(T^d)$ таких, что

$$\|f \mid M_u^p\| \coloneqq |Q|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{u}}(\int_Q |f(x)|^u dx)^{\frac{1}{u}} < \infty,$$

где Q пробегает множество всех кубов со сторонами, параллельными осям,$|Q|, l(Q)$ – объём, длина стороны Q.

Пусть $\psi \in C_0^\infty(R^d)$ такая,что $\psi(x) = 1$,если $|x|_\infty \le 1$, $\psi(x) = 0$,если$|x|_\infty \ge 3/2$.

Положим $\varphi_0 \coloneqq \psi$, $\varphi_j(x) \coloneqq \varphi_0(2^{-j}x) - \varphi_0(2^{1-j}x), \varphi_{-j} \equiv 0, j = 1,2, \ldots$.

Пусть $l_q \coloneqq l_q(N_0)$ – пространство числовых последовательностей $(a_j) \coloneqq (a_j)_{j\in N_0}$ с обычной (квази)нормой. Для $(g_j(x)), x \in T^d$,

$$\|\left(g_j(x)\right)|l_q(M_u^p)\| \coloneqq \|\|\left(g_j(x)\right)|M_u^p(T^d)\||l_q\|;$$
$$\|\left(g_j(x)\right)|M_u^p(l_q))\| \coloneqq \|\|\left(g_j(x)\right)l_q\|\||M_u^p(T^d)\|.$$

Пусть $S' \coloneqq S'(R^d)$ – пространствоШварца умеренных распределений, а$\tilde{S}' \coloneqq S'(T^d)$ – подпространство S'распределений, 1-периодических по каждой переменной; $\hat{f} \coloneqq F(f)$ – преобразование Фурье распределения $f \in S'$.

Для $f \in \tilde{S}'$ положим $\tilde{\Delta}_j\{f, x) \coloneqq \sum_{\xi\in Z^d} \varphi_j(\xi)\hat{f}(\xi)e^{2\pi i\xi x}(\xi x = \sum_{\kappa=1}^d \xi_\kappa x_\kappa$ – скалярное произведение $\xi, x \in R^d$).

Пусть $s \in R, 0 < q \le \infty, 0 < u \le p \le \infty$.

$N_{p,q,u}^s \coloneqq N_{p,q,u}^s(T^d) \coloneqq \{f \in \tilde{S}' \colon \|f \mid \tilde{N}_{p,q,u}^s\| \coloneqq \|(2^{js}\tilde{\Delta}_j\{f, x))|l_q(M_u^p)\| < \infty\}$ – пространства Никольского-Бесова-Морри на торе;

при $u < \infty M_u^p$

$$E_{p,q,u}^s \coloneqq E_{p,q,u}^s(T^d) \coloneqq \{f \in \tilde{S}' \colon \|f \mid \tilde{E}_{p,q,u}^s\| \coloneqq \|(2^{js}\tilde{\Delta}_j\{f, x))| M_u^p(l_q) \| < \infty\} -$$

пространства Лизоркина-Трибеля-Морри на торе.

Пусть $s, \tau \in R, 0 < q \le \infty$. При $0 < p \le \infty \le \infty$

$$B_{p,q}^{s,\tau} \coloneqq B_{p,q}^{s,\tau}(T^d) \coloneqq$$

$$\{f \in \tilde{S}' \colon \|f \mid B_{p,q}^{s,\tau}\| \coloneqq sup_{Q\in\tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^\tau}\left\{\sum_{j=j(Q)}^{\infty} \left[\int_Q 2^{jsp}|\tilde{\Delta}_j(f, x)|^p\right]^{\frac{q}{p}}\right\}^{\frac{1}{q}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Никольского-Бесова, ассоциированные с пространством Морри, на торе;

при $0 < p < \infty$

$$F_{p,q}^{s,\tau} := F_{p,q}^{s,\tau}(T^d) :=$$

$$\{f \in \tilde{S}' : \|f \mid F_{p,q}^{s,\tau}\| := sup_{Q \in \tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^{\tau}} \left\{ \int_Q \quad [\sum_{j=j(Q)}^{\infty} \quad 2^{jsq} |\tilde{\Delta}_j(f,x)|^q]^{\frac{p}{q}} dx \right\}^{\frac{1}{p}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Лизоркина-Трибеля, асоциированные с пространством Морри, на торе; здесь Q —множество диадических кубов $Q := Q_{j\lambda} := \{x \in R^d \mid 2^j x - \lambda \in [0,1)^d\}, j \in Z, \lambda \in Z^d; j(Q) = -log_2 l(Q), \tilde{Q} := \{Q \in Q | Q \subset [0,1)^d\}$.

Сформулируем основной результат сообщения.

Теорема. Пусть $\tau \in [0,+\infty), s_0, s_1 \in R, p_0, p_1 \in (0,+\infty]$ такие , что $s_1 < s_0, p_0 < p_1$, $s_0 - \frac{d}{p_0} = s_1 - d/\,p_1$. Тогда

i) для любого $q \in (0,+\infty]$ верно непрерывное вложение

$$B_{p_0,q}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow \; B_{p_1,q}^{s_1,\tau}(T^d)$$

ii) при условии, что $p_1 < +\infty$, для любых $q, r \in (0,+\infty]$ верно непрерывное вложение

$$F_{p_0,q_0}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow \; F_{p_1,q_1}^{s_1,\tau}(T^d).$$

Замечания. 1. Аналогичная теорема с “естественными” ограничениями на параметры верна для пространств $N_{p,q,u}^{s}(T^d)$ и $E_{p,q,u}^{s}(T^d)$. 2. Сформулированная выше теорема и результат из Замечания 1 точны в том смысле , что при нарушении условия “связи” между s_0, s_1, p_0, p_1 в сторону увеличения s_1 (или, что равносильно, уменьшения s_0) влечёт нарушение соответствующего вложения. 3. Теорема является периодическим аналогом Предложения 4.1 работы [1].

Список использованной литературы

1. Sickel W. Smoothness Spaces Related to Morrey Spaces – A Survey. II. EurasianMath. J. 4 (2013), no. 1, 82–124.

О ВЛОЖЕНИИ В ПРОСТРАНСТВО ЛОРЕНЦА(ДАЛЕКИЙ СЛУЧАЙ)

Байдаулет А.Т., Сулейменов К.М.
Евразийский национальный унирерситет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
E-mail:baidauletov_at@mail.ru, kenessary@mail.ru

В работе изучается оценка сверху неотрицательной невозрастающей функции и пространства $L^p(0,1)$ через модуль непрерывности переменного приращения $\omega_{p,\alpha,\psi}(f,\delta)$. Показано, что для приращения функции вида $f(x) - f(x + h\varphi(x))$ в оценке модуля непрерывности примет вид $\omega\left(f, \frac{\delta}{\varphi(\delta)}\right)$. Также получена условия вложения в пространства Лоренца в далеком случае.

Пусть $1 \le p < \infty, 0 \le \alpha < 1, \psi(x)$ - слабоколеблющаяся функция. Пусть $f \in L^p(0,1)$, тогда функцию

$$\omega_{p,\alpha,\psi}(f,\delta) = \sup_{0<h\le\delta} \left(\int_{E_{h,\alpha,\psi}} |f(x + hx^{\alpha}\psi(x)) - f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} (0 < \delta < 1), \quad (1)$$

где $E_{h,\alpha,\psi} = \{x \in (0,1): x + hx^{\alpha}\psi(x) \in (0,1)\}$, назовем модулем непрерывности переменного специального вида приращения функции f в $L^p(0,1)$.

Заметим, что Z. Ditzian и V.Totik ([1], стр.) ввели и изучали общий случай, который получается при замене в определении (1) функции $x^{\alpha}\psi(x)$ на непрерывную на [0,1] функцию$\varphi(x)$.

Ясно, что, при $\alpha = 0$ и $\psi(x) = 1$ имеем $\omega_{0,p}(f,\delta) = \omega_p(f,\delta)$.