

**Секция 2. ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР  
САЛАСЫНДАҒЫ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕР  
СЕКЦИЯ 2. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ В ОБЛАСТИ ИН-  
ЖИНИРИНГА И ТЕХНОЛОГИЙ**

---

**ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА СТРУИ,  
ИСТЕКАЮЩЕЙ ИЗ СОПЛА ДВИГАТЕЛЯ РАКЕТЫ.  
УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИКОЙ ВЗЛЕТА, ПОЛЕТА И ПОСАДКИ  
ЛА**

**Жакатаев Т. А.<sup>1</sup>, Какимова К.Ш.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>)преподаватель физики школы UBES, д-р техн. наук,  
г. Астана. E-mail: [Toksanzh@yandex.kz](mailto:Toksanzh@yandex.kz)

<sup>2</sup>) Какимова К.Ш. старший преподаватель кафедры  
Электроэнергетика, КарГУ имени А. Сагинова, г. Караганда. E-mail:  
[K.kakimova1971@mail.ru](mailto:K.kakimova1971@mail.ru)

*Управление динамикой взлета, полета и посадки ЛА является очень актуальной проблемой. Если рассматривать все с точки зрения быстроты, оперативности и гибкости системы управления. В которых применяются быстродействующие микропрограммные чиповые устройства. Для решения этой задачи разработана и предложена новая расчетная модель. Которая позволяет быстро, оперативно и динамично рассчитывать (пересчитывать) тяговые реактивные силы от струи. В результате сверхзвукового истечения турбулентной струи из сопла ракеты или ЛА. Новая интегральная универсальная модель легко программируется и может использоваться в микро ЭВМ. Что позволяет быстро, оперативно и динамично корректировать и изменять необходимую тяговую силу от реактивной струи двигателя. Особенно хороша модель для гибкого управления при многократной посадке космических ЛА и кораблей задним (обратным) ходом. Когда могут возникать много хаотичных колебаний. Которые могут привести к потере вертикальной устойчивости и к падению ЛА. Расчетная схема реализуется на основе простых несложных методов интегрирования и численного решения дифференциальных уравнений. Корректировка включает в себя согласование начального расхода  $Q_0$  газа на самом срезе сопла, то есть на начале выхода – со значением расхода где-то в основном участке -  $Q_8$ . Именно величина расхода струи определяет импульс отдачи от струи.*

**Ключевые слова.** Тяговая сила, реактивная сила, динамика ЛА, сверхзвуковая струя, управление динамикой ЛА, интегральная модель, расчет струи, взлет, посадка, полет.

**Введение.** В настоящее время значительно возрастает сфера применения газовых и твердотельных турбо реактивных двигателей. Это самолеты, космические исследовательские и пользовательские ракеты и ракетносители, ракетные боевые снаряды и так далее. В которых применяются свои струйные двигатели. В таких установках струя, истекающая из выходного сопла имеет значительные конечные начальные размеры, см. рис. 1.

Выходной диаметр сопла  $d_0$ .

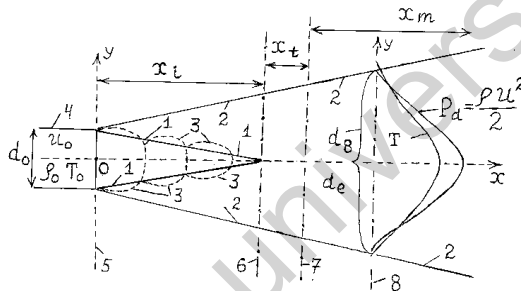


Рисунок 1. Схема течения сверхзвуковой турбулентной струи при высокой начальной температуре

Начальная температура на выходе струи может иметь высокие значения, примерно  $T_0 \sim 1850 \text{ K}$ . Скорости могут иметь сверхзвуковые значения, до нескольких Ма. При таких условиях внешняя граница струи 2 будет почти прямолинейна.

Этому способствуют сильная турбулентность, очень высокие температуры и большая скорость истечения  $u_0$ . Прямолинейность этой внешней границы струи можно также увидеть на многочисленных фотоснимках, которые имеются в интернете в режиме свободных и открытых публикаций. При многочисленном запуске различных ракет.

При запуске, во время подъема и набора высоты, при спуске, во время посадки ракетносителя очень важно уметь контролировать, изменять и регулировать уровень тяги двигателя. А уровень тяги определяется и вычисляется на основе интегрирования динамического давления (динамического напора)  $P_d = \frac{\rho u^2}{2}$  по всей поперечной площади кругового сечения. Который определяется диаметром  $d_3$  в

сечении 8 основного участка струи. Где профили динамического напора  $P_d$  подобны в различных сечениях.

В настоящей статье мы предлагаем новый метод расчета  $P_d$  на основе так называемых “универсальных и интегральных” формул из работ [1-4]. Наиболее систематическое и подробное изложение вывода этих формул приведено в работах [1-4]. В них же приводятся указания и ссылки на самые первые источники, на самые первые работы. Откуда произошли первые идеи и последующие применения этих (таких) формул.

*Теоретическое решение.*

Схема турбулентной струи, которая имеет некоторое конечное значение начального размера, показана на рисунке 1 [1]. Поле течения от одной, маленькой, элементарной площадки моделируется уравнением [1-4]

$$\rho du^2 = \rho_0 u_0^2 \frac{rdrd\alpha}{\pi c^2 x^2} \cdot \exp\left(-\frac{\Gamma^2}{c^2 \cdot x^2}\right), \quad (1)$$

где

$$\Gamma^2 = r^2 + y^2 - 2ry \cos \alpha \quad (2)$$

расстояние от оси элементарной площадки до рассматриваемой точки А, рисунок 2.

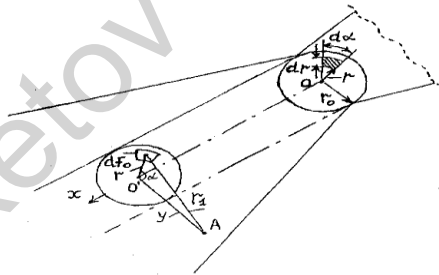


Рисунок 2 - Схема осесимметричной турбулентной струи конечного начального размера [1].

Дважды интегрируя (1) в пределах  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$  и  $0 \leq r \leq r_0$ , получаем следующую интегральную формулу для расчета поля скорости во всей зоне течения осесимметричной турбулентной струи конечного начального размера [1-4]

$$u = u_0 \cdot n_\rho \cdot \omega_u, \quad (3)$$

где

$$\omega_u = \frac{1}{\sqrt{\pi c x}} \cdot \left[ \int_0^{2\pi r_0} \int_0^0 \exp\left(-\frac{r^2 + y^2 - 2ry \cos \alpha}{c^2 x^2}\right) r dr d\alpha \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$n_p = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_n}} \quad (5)$$

$\rho_0$ ;  $\rho_n$  - плотности в начальном сечении струи и во внешней невозмущенной среде, кг/м<sup>3</sup>.

Имеются другие аналогичные формулы для расчета поля температуры

$$\Delta t = \Delta t_0 \cdot n_p \cdot \omega_t, \quad (6)$$

и поля концентрации примеси в струе [1-4]

$$m^* = m_0^* \cdot n_p \cdot \omega_m, \quad (7)$$

где

$$\omega_t = \frac{k_3}{\pi c^2 x^2 \omega_u} \cdot \int_0^{2\pi r_0} \int_0^0 \exp\left(-k_3 \cdot \frac{r^2 + y^2 - 2ry \cos \alpha}{c^2 x^2}\right) r dr d\alpha, \quad (8)$$

$$\omega_m = \frac{k_3}{\pi c^2 x^2 \omega_u} \cdot \int_0^{2\pi r_0} \int_0^0 \exp\left(-k_3 \cdot \frac{r^2 + y^2 - 2ry \cos \alpha}{c^2 x^2}\right) r dr d\alpha, \quad (9)$$

Для расчета динамической силы струи достаточно использовать формулы (1)-(5). Динамическая сила струи является силой реактивной тяги ракетного двигателя. Иначе его можно назвать динамическим импульсом отдачи струи.

На рисунке 2 показана схема ракеты вместе с топливом и соплом для истечения газов из [5-7].

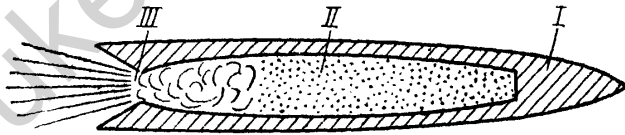


Рисунок 2 – Схема ракеты и топлива [5-7]

$m_1$  – постоянная масса корпуса ракеты 1,  $m_2$  – переменная масса топлива 2.

$G = -\frac{dm_2}{dt}$  – массовый расход газов, истекающих через сопло 3.

Уравнение движения для ракеты с переменной массой имеет вид [5-7]

$$(m_1 + m_2) \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{c} \frac{dm_2}{dt}, \quad (10)$$

где  $\vec{c} = \vec{u} - \vec{v}$  – относительная скорость истечения газов из сопла.

$$M\vec{c} = \vec{F} - \quad (11)$$

выражает силу тяги, которая толкает ракету вперед.

При постоянном значении  $\vec{c}$  (10) интегрируется и получается всем известное классическое решение [5-7]

$$v = c \ln \frac{m_1 + m_2^0}{m_1 + m_2}. \quad (12)$$

Однако в нашем случае  $\vec{c}$  является существенно изменяемой, величиной варьируемой в большой области. Поэтому для нашей задачи решение (12) не подходит.

Поэтому надо нелинейное дифференциальное уравнение (10) решать совместно (как одна система) с уравнениями (1) - (5). Надо решать (интегрировать) численными методами на ЭВМ.

Как же конкретно определять силу реактивной тяги струи?

Надо выбрать некоторое сечение на некотором удалении  $X$  от среза сопла. Например это сечение 8 в основном участке струи, рисунок 1. В основном участке струи профили динамического давления  $P_d$  в различных сечениях струи являются подобными. Или говоря другими словами – автомодельными. Чтобы рассчитать суммарную тяговую силу надо все поперечное сечение струи разделить на узкие кольцевые зоны, как показано на рисунке 3.

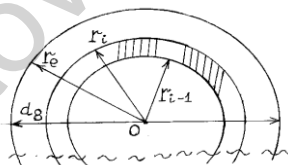


Рисунок 4 – Разделение поперечного сечения на узкие кольцевые зоны

Далее рассмотрим одну выделенную кольцевую зону  $r_{i-1} \leq r^* \leq r_i$ .

Силу тяги определяем через давление

$$F_t = P_{d,i} \cdot 2\pi \left( \frac{r_{i-1} + r_i}{2} \right) \cdot (r_i - r_{i-1}). \quad (13)$$

Где  $P_{d,i} = \frac{\rho u_i^2}{2}$  рассчитывается по формулам (1)-(5).

Новая составленная (разработанная) компьютерная программа должна будет уметь пересчитывать по этим формулам для всех значений  $r_i, i=1,2,3, \dots, n$ .

В этом и заключается автоматизация этого вычислительного алгоритма, вычислительного процесса. Чтобы при необходимости изменения тяги, быстрые компьютерные вычисления могли-бы управлять процессами подачи топлива (усиления или наоборот ослабления горения). Также регулировать и изменять подачу окислителя в камеру сгорания. Таким образом происходило-бы быстрое изменение и регулировка тяговой силы двигателя. Это и называется быстрым, экстренным управлением динамикой полета.

Следует сказать также о следующем. Формулы (1)-(9) – это формулы для дозвуковых струй. Однако ведь мы имеем дело со сверхзвуковыми струями. Как быть? Ответ простой. Речь не идет о точности расчетной схемы для любых координат  $x, y$ . Особенно сложно и нелинейно все в начальном участке. Для нашей цели достаточно, чтобы расчетная схема определенным образом позволяла связать между собой значения расхода струи  $Q_0$  ( $\frac{kg}{s}$ ) газа на самом срезе сопла, то есть на начале выхода – со значением расхода где-то в основном участке -  $Q_8$ . Это в сечении 8, см. рисунок 1. В самом начальном сечении  $x = 0$  профили динамического и статического давления очень сильно неравномерны. Поэтому значение  $Q_0$  невозможно быстро и точно определять экспериментальным и теоретическим (расчетным) путем. Так как здесь наблюдаются сильные и большие скачки всех физических параметров. Наблюдаются эффекты “бочек” [8-10]. Поэтому любому экспериментатору и теоретику-расчетчику удобно и полезно работать с профилем динамического давления в основном участке. Например это сечение 8. Связать между собой значения  $Q_0$  и  $Q_8$  можно на основе только лишь одноразового стендового эксперимента на оригинале двигателя. То есть это будет являться корректировкой расчетной схемы (1)-(5) для случая сверхзвукового истечения струи. Имеется ввиду корректировка полуэмпирических постоянных  $k_3$  и  $c$  в формулах (1)-(4).

Результаты [1-4] и формулы (1)-(9) хорошо согласуются с теорией подобия  $P_d = \frac{\rho u^2}{2}$ . Которая хорошо описана и обоснована в работе [11].

Выводы.

1. Разработана и предложена новая модель для оперативного расчета тяговой силы от реактивной ракетной струи.
2. Показано что после корректировки эмпирических постоянных можно применять интегральные расчетные схемы, которые ранее применялись для дозвуковых струй.
3. Корректировка включает в себя согласование начального расхода  $Q_0$  газа на самом срезе сопла, то есть на начале выхода – со

значением расхода где-то в основном участке -  $Q_8$ . Именно величина расхода струи определяет импульс отдачи от струи.

### Литература

1 Жакатаев Т.А. Расчет поля температуры в осесимметричной турбулентной струе при конечном начальном размере//Вестник КарГУ им. Е. А. Букетова. Серия физика.- Караганда: КарГУ, 2004. - № 1 (33).- С. 67-73.

2 Жакатаев Т. А. Моделирование и расчет турбулентного факела на основе интегральных универсальных формул//Тяжелое машиностроение. Известия РАН - М.: ООО Тяжелое машиностроение, 2007.- № 3. - С. 27- 31.

3 Жакатаев Т.А. Расчет поля концентрации примеси в осесимметричной турбулентной струе конечного начального размера // Проблемы энергетики.- Известия ВУЗов РФ - Казань: КЭУ, 2002.- № 5-6.- С.3-9.

4 Жакатаев Т.А. Нелинейные модели гидродинамики, тепломассообмена и горения в задачах диагностики и контроля технологических процессов в металлургии. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. 05.16.08-Теория металлургических процессов. На правах рукописи.-ХМИ им. Ж. Абишева, г. Караганда.-2010 г.-304 с.

5 Космодемьянский А. А. Курс теоретической механики. Часть 2. – М.: Просвещение, 1966.-402 с.

6 Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Теоретическая механика. Том 2 Динамика.-М.: Дрофа, 2006. - 721 с.

7 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: ГИ физ.-мат. лит.-ры, 1961.- 401 с.

8 Абрамович Г.Н., Гиршович Т. А., Крашенинников С. Ю., Секундов А.Н., Смирнов И. П. Теория турбулентных струй.-М.: Наука, 1984.-721 с.

9 Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. Т. 2.-М.: Наука, 1991.-305 с.

10 Авдудевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. –М.: Машиностроение, 1989.-320 с.

11 Вулис Л. А., Ярин Л. П. Аэродинамика факела. – Л.: Энергоиздат, 1978.- 218 с.