

РАСЧЕТ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Бауыржанқызы Д., Есенбаева Г.А., Ибраева Д.К., Садвакасов Н.К.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: mummys_daughter@list.ru

Использование основных классических соотношений для перемещений, напряжений, уравнений равновесия для многослойных пластин приводит к следующим формулам расчета [1]:

для контактных условий на границе слоев

$$\begin{aligned} u_1^{i-1} = u_1^i, \quad H\varphi_{i-1}(\alpha_{i-1}) = H\varphi_i(\alpha_{i-1}), \quad C_{i-1}^0 - \alpha_{i-1} = C_i^0 - \alpha_{i-1}, \quad C_{i-1}^0 = C_i^0 = C^0, \\ \tau_{13}^{i-1} = \tau_{13}^i, \quad E_0 H^2 \psi_{i-1}(\alpha_{i-1}) = E_0 H^2 \psi_i(\alpha_{i-1}), \quad A_{i-1}^0 - \beta_{i-1} (C^0 \alpha_{i-1} - \frac{\alpha_{i-1}^2}{2}) = A_i^0 - \beta_i (C^0 \alpha_{i-1} - \frac{\alpha_{i-1}^2}{2}), \\ \sigma_3^{i-1} = \sigma_3^i, \quad E_0 H^3 \sigma_{i-1}(\alpha_{i-1}) = E_0 H^3 \sigma_i(\alpha_{i-1}), \\ B_{i-1}^0 - A_{i-1}^0 + \beta_{i-1} (C_{i-1}^0 \frac{\alpha_{i-1}^2}{2} - \frac{\alpha_{i-1}^3}{6}) = B_i^0 - A_i^0 + \beta_i (C_i^0 \frac{\alpha_{i-1}^2}{2} - \frac{\alpha_{i-1}^3}{6}); \end{aligned}$$

для произвольных постоянных

$$\begin{aligned} C^0 = \frac{1}{2} \frac{\beta_n - \sum_{k=2}^n (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1}^2}{\beta_n - \sum_{k=2}^n (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1}}, \quad A_i^0 = C^0 \sum_{k=2}^i (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1} - \frac{1}{2} \sum_{k=2}^i (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1}^2, \\ B_i^0 = \sum_{k=2}^i (A_k^0 - A_{k-1}^0) - \frac{C^0}{2} \sum_{k=2}^i (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1}^2 + \frac{1}{6} \sum_{k=2}^i (\beta_k - \beta_{k-1}) \alpha_{k-1}^3; \end{aligned}$$

для внутренних усилий

$$\begin{aligned} M = \sum_{i=1}^n \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \sigma_1^i z dz = -DC_\beta \frac{d^2 W}{dx_1^2}, \quad D = \frac{E_0 H^3}{12}, \\ C_\beta = 12 \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{C_0}{2} \beta_i (\alpha_i^2 - \alpha_{i-1}^2) - \frac{1}{3} \beta_i (\alpha_i^3 - \alpha_{i-1}^3) \right\}, \quad Q = \sum_{i=1}^n \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \tau_{13}^i dz = DA_\beta \frac{d^3 W}{dx_1^3}, \quad (1) \\ A_\beta = 12 \sum_{i=1}^n \left\{ A_i^0 (\alpha_i - \alpha_{i-1}) - \beta_i \left[\frac{C^0}{2} (\alpha_i^2 - \alpha_{i-1}^2) - \frac{1}{6} (\alpha_i^3 - \alpha_{i-1}^3) \right] \right\}, \\ \sigma_3^n = q = E_0 H^3 \delta_n(1) \frac{d^4 W}{dx_1^4} = DB_\beta \frac{d^4 W}{dx_1^4}, \quad B_\beta = 12 \delta_n(1), \quad C_\beta = A_\beta. \end{aligned}$$

Для расчета многослойной пластины по данному алгоритму [2], где разрешающее уравнение имеет вид $DB_\beta \frac{d^4 W}{dx_1^4} = q$, вводится отношение $\eta_i = \frac{D_i}{D_0}$, где D_0 - базовая цилиндрическая жесткость пластины одного из слоев, выбранного первым снизу, D_i - цилиндрические жесткости остальных слоев пластины. Затем в основные формулы метода конечных элементов добавляются в виде множителей интегральные характеристики C_η и A_η , которые вычисляются по формулам (1), но уже с учетом η_i вместо β_i : $\vec{F} = C_\eta K \cdot \vec{V}$, $\vec{M} = -C_\eta B \cdot \vec{V}$, $\vec{Q} = -\vec{A}_\eta C \cdot V_\eta$ [3].

Список использованных источников

1. Турсунов К.А. Метод конечных элементов в расчетах пластин. Учебное пособие. – Караганда: КарГУ, 2002. – 50 с.
2. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. – М.: Недра, 1974. – 240 с.
3. Рикардс Р.Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.