$$\begin{cases} x(1-x)u_{xx}-2xyu_{xy}-xzu_{xz}+tu_{xt}-y^2u_{yy}-yzu_{yz}+\left[c_1-(a_1+b_1+1)x\right]u_x- \\ \qquad -(a_1+b_1+1)yu_y-b_1zu_z-a_1b_1u=0, \\ y(1-y)u_{yy}-x^2u_{xx}-2xyu_{xy}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-(a_1+b_1+1)xu_x+\left[c_2-(a_1+b_1+1)y\right]u_y- \\ \qquad -b_1zu_z-a_1b_1u=0, \\ z(1-z)u_{zz}-xzu_{xz}-yzu_{yz}-b_2xu_x-b_2yu_y+\left[c_3-(a_1+b_2+1)z\right]u_z-a_1b_2u=0, \\ t(1-t)u_{tt}+xu_{xt}+\left[c_1-(a_2+b_3+1)t\right]u_t-a_2b_3u=0. \end{cases} \quad (2)$$

Для доказательства теоремы используется формула дифференцирования

$$\frac{\partial^{i+j+k+l}}{\partial x^i\partial y^j\partial z^k\partial t^l}F_{20}^{(4)}\left(\begin{matrix}a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;\\ c_1,c_2,c_3;\end{matrix}x,y,z,t\right)=\frac{(a_1)_{i+j+k}(a_2)_l(b_1)_{i+j}(b_2)_k(b_3)_l}{(c_1)_{i+k}(c_2)_j(c_3)_k}\times \quad (3)$$

$$\times F_{20}^{(4)}\left(\begin{matrix}a_1+i+j+k,a_2+l,b_1+i+j,b_2+k,b_3+l;\\ c_1+i+k,c_2+j,c_3+k;\end{matrix}x,y,z,t\right).$$

Теорема 2. Если $a_1,a_2,b_1,b_2,b_3\in\square$, $c_1\in\square\setminus\bar{\square}_0$, и $c_2,c_3\neq 0,\pm1,\pm2,\ldots$ то гипергеометрическая система дифференциальных уравнений в частных производных (2) имеет следующие линейно независимые решения

$$u_1(x,y,z,t)=F_{20}^{(4)}(a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;c_1,c_2,c_3;x,y,z,t), \quad (4)$$

$$u_2(x,y,z,t)=y^{1-c_2}F_{20}^{(4)}(1-c_2+a_1,a_2,1-c_2+b_1,b_2,b_3;c_1,2-c_2,c_3;x,y,z,t), \quad (5)$$

$$u_3(x,y,z,t)=z^{1-c_3}F_{20}^{(4)}(1-c_3+a_1,a_2,b_1,1-c_3+b_2,b_3;c_1,c_2,2-c_3;x,y,z,t), \quad (6)$$

$$u_4(x,y,z,t)=y^{1-c_2}z^{1-c_3}F_{20}^{(4)}(2-c_2-c_3+a_1,a_2,1-c_2+b_1,1-c_3+b_2,b_3;c_1,2-c_2,2-c_3;x,y,z,t). \quad (7)$$

Список использованной литературы

[1] H. Exton, Certain hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.) 13, 104–113, 1972.

[2] H. Exton, Some integral representations and transformations of hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.)14, 132–140, 1973.

[3] H. Exton, Multiple hypergeometric functions and applications, Ellis Horwood Ltd., John Wiley and Sons, London, New York, Sydney,Toronto, 1976.

[4] C. Sharma, C. L. Parihar, Hypergeometric functions of four variables (I)., J. Indian Acad. Math. 11 (2), 99–115, 1989.

[5] A. Erd´elyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, Higher Transcendental Functions, Vol. I, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА, КОГДА НАГРУЖЕННАЯ ЧАСТЬ СОДЕРЖИТ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР ДРОБНОГО ПОРЯДКА

[1]Холбеков Ж.А., [2]Мирзакулова М. Ю.

[1]Ташкентский государсвенный технический университет, г. Ташкент,Узбекистан

[2]Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент,Узбекистан

E-mail: xolbekovja@mail.ru, mirzakulova9904@gmail.com

Рассмотрим уравнение

Buketov University

$$0=\begin{cases} u_{xx}-u_y-\mu_0 D_{0x}^{-\alpha_0}u(x,0) & (x,y)\in\Omega_0,\\ u_{xx}-u_{yy}-\mu_1 D_{0\xi}^{-\alpha_1}u(\xi,0), & (x,y)\in\Omega_1,\\ u_{xx}-u_{yy}-\mu_2 D_{0\eta}^{-\alpha_2}u(0,\eta), & (x,y)\in\Omega_2,\\ u_{xx}-u_{yy}-\mu_3 D_{0\zeta}^{-\alpha_3}u(1,\zeta), & (x,y)\in\Omega_3 \end{cases} \tag{1}$$

в области $\Omega=\sum_{j=0}^{3}\Omega_j\cup AB\cup BC\cup DA,$ а $\xi=x+y,\ \eta=y-x;\ \zeta=x-y+1,$ где Ω_0 – область, ограниченная отрезками $AB,\ BC,\ CD,\ DA$ прямых $y=0,\ x=1,\ y=1,\ x=0$ соответственно; Ω_1 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком AB оси Ox и двумя характеристиками $AN: x+y=0,\ BN: x-y=1$ уравнения (1), выходящими из точек $A(0,0)$ и $B(1,0)$, пересекающимися в точке $N\left(0{,}5;-0{,}5\right)$; Ω_2 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком AD оси Oy и двумя характеристиками $AK: x+y=0,\ DK:\ y-x=1$ уравнения (1), выходящими из точек $A(0,0)$ и $D(0,1)$, пересекающимися в точке $K\left(-0{,}5;0{,}5\right)$; Ω_3 – характеристический треугольник, ограниченный отрезком BC и двумя характеристиками $CM: x+y=2,\ BM:\ y-x=1$ уравнения (1), выходящими из точек $B(1,0)$ и $C(1,1)$, пересекающимися в точке $M\left(1{,}5;0{,}5\right)$. В уравнении (1) $\alpha_j,\ \mu_j\ (j=\overline{0,3})$ – заданные действительные числа, причем

$$\mu_j\ge 0,\quad 0\le\alpha_j<1,\ (j=\overline{0,3}). \tag{2}$$

Здесь $D_{k\,x^l}^{c}f(x)$ - оператор интегро-дифференцирования дробного порядка $|c|$ в смысле Римана - Лиувилля :

$$D_{kx^l}^{c}f(x)=\begin{cases} \dfrac{\operatorname{sgn}(x-k)}{\Gamma(-c)}\displaystyle\int_k^x f(t)\left|x^l-t^l\right|^{-c-1}dt^l, & c<0,\\ f(x), & c=0,\\ \left[\operatorname{sgn}(x-k)\right]^{1+h}\left(\dfrac{d}{dx^l}\right)^{h+1}D_{kx^l}^{c-(h+1)}f(x), & c>0, \end{cases}$$

где $f(x),\ f^{(h)}(x)\in L_1\left(a,b\right),\ a<b<\infty,\ l=const>0,\ h$ - целая часть $c(c>0).$

Введем обозначения: $J_1=\left\{(x,y):0<x<1,\ y=0\right\},\ J_2=\left\{(x,y):0<y<1,\ x=0\right\},$

$J_3=\left\{(x,y):0<y<1,\ x=1\right\},\ \Omega_1^*=\Omega_1\cup AB\cup\Omega_0,\ \Omega_2^*=\Omega_2\cup AD\cup\Omega_0\cup BC\cup\Omega_3,$

$$W=\Big\{u:u\in C(\bar{\Omega}),\ u_y\in C(\Omega_2^*)\cap C(\Omega_0\cup AB)\cap C(\Omega_1\cup AB),$$

$$u_x\in C(\Omega_1^*)\cap C(\Omega_0\cup AD\cup BC)\cap C(\Omega_2\cup AD)\cap C(\Omega_3\cup BC)\Big\}.$$

Определение. Решение уравнения (1) при $y\ne 0,\ x\ne 0,\ x\ne 1$ будем называть регулярным, если функция $u(x,y)$ обладает непрерывными производными, входящими в уравнение (1).

Задача AT_c**.** Найти регулярное решение уравнения (1) в области Ω из класса W, удовлетворяющее краевым условиям

$$u(x,y)\big|_{NB}=\varphi_1(x),\quad 0{,}5\le x\le 1,\qquad u(x,y)\big|_{AK}=\varphi_2(y),\quad 0\le y\le 0{,}5;$$

Buketov University

$$u(x,y)\big|_{MC} = \varphi_3(y), \quad 0,5 \le y \le 1,$$

а на линиях изменения типа условиям склеивания

$$u_y(x,-0) = a_1(x)u_y(x,+0) + b_1(x), \quad (x,0) \in J_1,$$

$$u_x(-0,y) = a_2(y)u_x(+0,y) + b_2(y), \quad (0,y) \in J_2,$$

$$u_x(1-0,y) = a_3(y)u_x(1+0,y) + b_3(y), \quad (1,y) \in J_3,$$

где $\varphi_j(t),\ a_j(t),\ b_j(t)\ (j=\overline{1,3})$ – заданные функции, причем $\varphi_1(1)=0,\ \varphi_2(0)=0,$

$$a_1(x),\ b_1(x) \in C(\bar{J}_1) \cap C^1(J_1), \quad a_1(x) > 0,\ \forall x \in \bar{J}_1, \tag{3}$$

$$a_j(y),\ b_j(y) \in C(\bar{J}_j) \cap C^2(J_j), \quad a_j(y) \ne 0,\ \forall y \in \bar{J}_j,\ (j=2,3), \tag{4}$$

$$\varphi_1(t),\ \varphi_3(t) \in C^1[0,5;1] \cap C^2(0,5;1), \quad \varphi_2(y) \in C^1[0;\ 0,5] \cap C^2(0;\ 0,5). \tag{5}$$

Заметим, что задача типа задачи AT_c для уравнения (1) при $\mu_j \equiv 0\ (j=\overline{0,3})$ изучены в работах [1-2], а при $\mu_0 = 0,\ \ \alpha_0 = 0,\ \alpha_j \ne 0,\ \mu_j \ne 0\ \ (j=\overline{1,3})$ в работе [3].

Спрадлива следующая

Теорема. *Если выполнены условия (2)- (5) , то в области* Ω *существует единственное решение задачи* AT_c.

Доказательство теоремы следует из теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Список использованной литературы

1. Эгамбердиев У. О некоторых краевых задачах для смешанного параболо - гиперболического уравнения с двумя линиями изменения типа. // В кн.: "Краевые задачи механики сплошных сред". Т.: Фан. 1982. С. 117-128.
2. РахматуллаеваН.А. О аналоге задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Узбекский математический журнал. 2010. №1. С. 118-130.
3. Исломов Б. И., Холбеков Ж. А. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2021. 25, №3. С. 407–422

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Хоитметов У.А.

Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: x_umid@mail.ru

В данной работе изучается уравнение Хироты с коэффициентами, зависящими от времени, а именно, рассмотрим следующее уравнение

$$iu_t + \beta(t)u(x_0,t)\left(u_{xx} + 2u|u|^2\right) + i\gamma(t)u(x_1,t)6|u|^2 u_x + u_{xxx} = 0, \tag{1}$$

где $\beta(t), \gamma(t)$ - заданные непрерывно дифференцируемые функции. Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x) \tag{2}$$

где начальная функция $u_0(x)\ \ (-\infty < x < \infty)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)|u_0(x)| < \infty; \tag{3}$$

Buketov University