

СВЯЗЬ АТОМНЫХ И ЭКЗИСТЕНЦИОНАЛЬНО-ЗАМКНУТЫХ МОДЕЛЕЙ ЦЕНТРА ФРАГМЕНТА ЙОНСОНОВСКОГО МНОЖЕСТВА В ОБОГАЩЕННОЙ СИГНАТУРЕ

Ешкеев А.Р., Рысбек Б.Е., Токмаганбетова Т.Д.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: modth1705@mail.ru

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ . Пусть C является семантической моделью теории T . Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T . Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть

$$T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{ "P \subseteq" \},$$

где $\{ "P \subseteq" \}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определенное замыкание множества A . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория вообще говоря не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории T_A^C и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории T_A^C . При ограничении теории T_A^C до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$ теория T_A^C становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A .

Пусть X йонсоновское множество в теории T и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C , рассматриваемой йонсоновской теории T , где $dcl(X) = M$. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M) = Fr(X)$, $Fr(X)$ - есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества X .

В рамках определении работ [1], [2], используя выше стоящие определение получены результаты, которые обобщают соответствующие результаты из [1], [2].

Теорема 1. Пусть $Fr(A)$ - теория в языке $\sigma_\Gamma(A)$ и M_1, M_2 - счетные (Σ_1, Σ_1) -атомные модели теории $Fr^*(A)$. Тогда модели M_1 и M_2 изоморфны.

Теорема 2. Пусть экзистенциально проста T_A^C теория, M - модель теории $(Fr^*(A))$. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) N - счетная (Σ_1, Σ_1) -атомная модель теории $(Fr^*(A))$;
- 2) теория $(Fr^*(A))$ (Σ_1, Σ_1) -атомная, и N алгебраически простая в $E_n(Fr^*(A))$.

Все неопределенные понятия можно найти в [3].

Список использованных источников

1. Мустафин Т.Г. Обобщенные условия Йонсона и описание обобщенно-йонсоновских теорий булевых алгебр // Математические труды, том 1, №2, 1998. - С.135-197.
2. John T. Baldwin, David W. Kueker Algebraically prime models // Annals of Mathematical Logic 20, 1981. - P. 289-330.
3. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. - Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. - 370 с.

СВОЙСТВА ЯДЕРНЫХ И АТОМНЫХ МОДЕЛЕЙ ВЫПУКЛЫХ РОБИНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБОГАЩЕНИЯ ЙОНСОНОВСКИМ МНОЖЕСТВОМ

Ешкеев А.Р., Ульбрихт О.И., Шаматаева Н.К.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: modth1705@mail.ru, ulbrikht@mail.ru, naz.kz85@mail.ru

Данная работа связана с понятиями выпуклости теории в классе робинсоновских теорий.

Дадим необходимые определения, связанные с йонсоновской теорией и обогащением сигнатуры.

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ . Пусть C является семантической моделью теории T . Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T . Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq\}$, где $\{P \subseteq\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определенное замыкание множества A . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория вообще говоря не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории T_A^C и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории T_A^C . При ограничении теории T_A^C до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$ теория T_A^C становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A и обозначим его через P_A^C .

Определение. Йонсоновская теория T называется робинсоновской (R), если она универсально-аксиоматизируема.

Теорема 1. Пусть T сильно выпуклая экзистенциально простая, \exists -полная совершенная R -теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) теория T^* имеет ядерную структуру;
- 2) теория T_A^C имеет ядерную модель;
- 3) всякий раз, когда $\varphi(x)$ есть экзистенциальная формула и выводима в T , тогда существует некоторая экзистенциальная формула $\psi(x)$ и целое число n , такие, что в T выводимо $\exists^{=n} x \varphi \wedge \exists x(\varphi \wedge \psi)$, а также, если $T \models (\delta_1 \vee \delta_2)$, где δ_1, δ_2 - некоторые экзистенциальные предложения, тогда $T \models \delta_1$ или $T \models \delta_2$.

Теорема 2. Пусть теория T сильно выпуклая совершенная экзистенциально простая R -теория.

Тогда \mathfrak{M} является ядерной структурой T_A^C тогда и только тогда, когда \mathfrak{M} является ядерной моделью центра T^* в выше указанном обогащении.

Мы также имеем результат относительно синтаксического условия атомности и семантического понятия Δ – nice в классе E_T .

Теорема 3. Пусть T сильно выпуклая экзистенциально простая, совершенная R -теория и она полна для $\forall\exists$ предложений. \mathfrak{M} некоторая счетная модель из E_T . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $\mathfrak{M} \models (\Delta, \Delta)$ – атомная;
- 2) $\mathfrak{M} \in E_T^*$ и Δ – nice.

Список использованных источников

1. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.
2. Ешкеев А.Р., Ульбрихт О.И. Свойства малых моделей выпуклых Δ -робинсоновских теорий в допустимых обогащениях сигнатуры // Современная математика: проблемы и приложения: Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности А.Д. Тайманова. – Алматы, 2013. – С.187-191.

СВОЙСТВА #-КОМПАНЬОНА ЙОНСОНОВСКОЙ ТЕОРИИ В ОБОГАЩЕННОЙ СИГНАТУРЕ ЙОНСОНОВСКИМ МНОЖЕСТВОМ

Ешкеев А.Р., Цуцаева Л.Ю., Мухаметова Е.Л.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ . Пусть C является семантической моделью теории T . Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T . Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a | a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq\}$, где $\{P \subseteq\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определенное замыкание множества A . Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.