Через $D_1$ и $D_2$ обозначим параболическую и гиперболическую части смешанной области $D$, соответственно.

**Задача А.** Требуется найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^1(D)$;

2) $u_x(u_y)-$ непрерывная функция вплоть до $AA_0\cup AC\ (AC)$;

3) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в области $D$ при $y\neq 0$;

4) $u(x,y)$ удовлетворяет условиям:

$$u\big|_{x=0}=\varphi_1(y),\quad u\big|_{x=1}=\varphi_2(y),\quad u_x\big|_{x=0}=\varphi_3(y),\quad 0\le y\le h, \tag{2}$$

$$u\big|_{AC}=\psi_1(x),\quad \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{AC}=\psi_2(x),\quad 0\le x\le\frac{1}{2}, \tag{3}$$

где $n$ – внутренняя нормаль, $\varphi_1(y),\varphi_2(y),\varphi_3(y)$ и $\psi_1(x),\psi_2(x)$ – заданные действительные функции, причем $\varphi_1(0)=\psi_1(0)=0,\ \psi'_1(0)=\sqrt{2}\psi_2(0)-2\varphi_1'(0).$

Имеет место

**Лемма.** Регулярное решение уравнения (1) (при $y\neq 0$) представляется в виде

$$u(x,y)=v(x,y)+w(x), \tag{6}$$

где $v(x,y)$ – решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(v_{xx}-\frac{1-\operatorname{sgn} y}{2}(-y)^m v_{yy}-\frac{1+\operatorname{sgn} y}{2}v_y\right)=0,$$

$w(x)$ – решение следующего интегро-дифференциального уравнения

$$w'''(x)-\mu_i w(\theta(x))=\mu_i v(\theta(x),0). \tag{7}$$

С помощью леммы задача А сводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода со сдвигом. Существование решения задачи доказывается методом интегральных уравнений [2]. И из теории интегральных уравнений следует однозначная разрешимость задачи А.


**Список использованной литературы**

1. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. - 301 с.
2. Балтаева У.И. О некоторых краевых задачах для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений третьего порядка с действительными параметрами // Вестник Удмуртского Университета, 2012, Т. 3, -№.3. -С.3-12.


## РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА


**Бекиев А.Б.**

*Каракалпакский государственный университет, г.Нукус, Узбекистан*

E-mail: ashir1976@mail.ru


Пусть в области $\Omega=\{(x,t):0<x<1,\ -\alpha<t<\beta\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu\equiv u_{xxxx}(x,t)+\operatorname{sgn} t\cdot\left[u_t(x,t)-u_{tt}(x,t)\right]+b^2u(x,t)=0,$$

где $b$ - заданное число.

**Задача 1**. Найти функцию $u(x,t)$ удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x,t) \in C_{x,t}^{3,1}(\bar{\Omega}) \cap C_{x,t}^{4,2}(\Omega_+ \cup \Omega_-), \quad (1)$$

$$Lu(x,t) \equiv 0, \ (x,t) \in \Omega_+ \cup \Omega_- \quad (2)$$

$$u(0,t) = 0, \ u_x(0,t) = u_x(1,t), \ u_{xx}(1,t) = 0, \ u_{xxx}(0,t) = u_{xxx}(1,t), \ -\alpha \le t \le \beta, \quad (3)$$

$$u(x,\beta) = \varphi(x), \ u(x,-\alpha) = \psi(x), \ 0 \le x \le 1, \quad (4)$$

где $\Omega_+ = \Omega \cap \{t > 0\}$, $\Omega_- = \Omega \cap \{t < 0\}$ и $\varphi(x)$, $\psi(x)$ - заданные достаточно гладкие функции.

Система функций

$$X_0(x) = 2x, \ X_{2k-1}(x) = 2\sin\lambda_k x, \ X_{2k}(x) = \frac{e^{\lambda_k x} - e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k} - 1} + \cos\lambda_k x \quad (5)$$

$$Y_0(x) = 1, \ Y_{2k-1}(x) = \frac{e^{\lambda_k x} + e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k} - 1} + \sin\lambda_k x, \ Y_{2k}(x) = 2\cos\lambda_k x, \quad \lambda_k = 2\pi k, \ k = 1, 2, \ldots \quad (6)$$

биортогональнаяи образуют базис Рисса в $L_2(0,1)$ [1].

Решение задачи найдено виде ряда составленных из базисных функций Рисса (5). Единственность решения задачи вытекает изполнота ортонормированных систем (6).

**Теорема 1**. Если существует решение задачи (1)-(4).то оно единственно только тогда, когда выполнены условия

$$\Delta_k(\alpha,\beta) = \mu_k \cos\frac{1}{2}\mu_k\alpha \cdot sh\frac{1}{2}v_k\beta + v_k \sin\frac{1}{2}\mu_k\alpha \cdot ch\frac{1}{2}v_k\beta \ne 0$$

при всех $k \in N \cup \{0\}$, $v_k = \sqrt{4\left(\lambda_k^4 + b^2\right) + 1}$, $\mu_k = \sqrt{4\left(\lambda_k^4 + b^2\right) - 1}$, $\lambda_0 = 0$.

**Теорема 2**. Если функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ удовлетворяют условиям: $\varphi(x), \psi(x) \in C^5[0,1]$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = \varphi'(1)$, $\varphi''(1) = 0$, $\varphi'''(0) = \varphi'''(1)$, $\psi(0) = 0$, $\psi'(0) = \psi'(1)$, $\psi''(1) = 0$, $\psi'''(0) = \psi'''(1)$, $\varphi^{(IV)}(0) = \psi^{(IV)}(0) = 0$ и выполнены условия $\left|\Delta_k(\alpha,\beta)\right| \ge C k^2 e^{\lambda_k^2 \beta}$, то существует единственное решение задачи (1)-(4).

### Список использованной литературы


1. Berdyshev A.S., Cabada A., Kadirkulov B.J. The Samarskii–Ionkin type problem for the fourth order parabolic equation with fractional differential operator // Computers and Mathematics with Applications 62 (2011) 3884–3893


## О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ТРЕМЯ ПЛОСКОСТЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ


**Гималтдинова А.А.**

*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия*

E-mail: aa-gimaltdinova@mail.ru


Рассмотрим уравнение смешанного эллиптико-гиперболического типа

$$Lu \equiv (sgn\, x)u_{xx} + (sgn\, y)u_{yy} + (sgn\, z)u_{zz} = 0,$$

в области $\Omega = \{(x,y,z) \in R^3 | -1 < x < 1, -1 < y < 1, -\alpha < z < \beta\}$,где $\alpha$, $\beta$ – заданные действительные положительные числа.

Задача Дирихле. Найти функцию $u(x,y,z)$, удовлетворяющую условиям

$$u(x,y,z) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega),$$

$$Lu(x,y,z) = 0, \ (x,y,z) \in \cup_{i=1}^{8} \Omega_i,$$

$$u(x,y,z)|_{x=-1} = u(x,y,z)|_{x=1} = 0, \quad -1 \le y \le 1, -\alpha \le z \le \beta,$$