



Рис. 5: Распределение напряжений в компонентах стержня

Список литературы

- [1] Байшагиров Х.Ж., Каримбаев Т.Д. Двухкомпонентная теория упругости неоднородной среды – Монография. Караганда, 2016. – 270 с.
- [2] Браутман Л., Крок Р. Композиционные материалы. // Машиностроение, 1978. – Т.1-8. 250 с.
- [3] Милейко С.Т., Работнов Ю.Н. Механика волокнистых композитов. // Успехи механики, «Advances in Mechanics». – 1980. – Т.3, вып. 1. – с. 3-55.
- [4] Хорошун Л.П., Тыднюк В.З. Задачи динамики двухфазных упругих тел // Прикладная механика. – 1979. – Т.ХУ, № 2. – с. 35-40.
- [5] Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.:Наука, 1972. – 470 с.

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЕННИ-ЛЮКА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С НЕЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ

Рахмонов Фарход Дустмуродович¹

¹Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан,

¹E-mail: : farxod_frd@bk.ru

Представляют большой интерес с точки зрения приложений уравнения типа Бенни-Люка [1-90] и приложений интегро-дифференциальные уравнения типа Буссинеска [10-12].

Исследуется классическая разрешимость нелокальной обратной краевой задачи для дифференциального уравнения типа Бенни-Люка высокого четного порядка. В многомерной области $\Omega = (t, x) | 0 < t < T, 0 < x < l$ рассматривается уравнение следующего вида

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \varepsilon(t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{i=1}^m (-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x_i^{2k}} - \omega(t) \sum_{i=1}^m \left((-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x_i^{2k}} + \varepsilon(t) \frac{\partial^{4k}}{\partial x_i^{4k}} \right) \right] U(t, x) =$$

$$= \alpha(t) \left[\beta(x) + f \left(x, \int_{\Omega_l^m} \Theta(y, \beta(y)) dy \right) \right], \quad (1)$$

где T и l даны положительные действительные числа, k заданное положительное целое число, $\varepsilon(t), \omega(t), \alpha(t) \in C(\Omega_T)$ – непрерывные функции, $f(x, \beta) \in C_x^{4k}(\Omega_l^m \times R)$, $\int_{\Omega_l^m} |\Theta(x, \beta(x))| dx < \infty$, $\Theta(x, \beta) \in C(\Omega_l^m \times R)$, $\Omega_T \equiv [0; T]$, $x \in \Omega_l^m \equiv [0; l]m$, $\beta(x) \in C(\Omega_l^m)$ – функция переопределения. Мы предполагаем, что для заданных функций верны следующие граничные условия

Постановка задачи. Найдем пару функций $U(t, x); \beta(x)$, первая из которых удовлетворяет дифференциальному уравнению (1), следующим нелокальным условиям

$$U(T, x) + \int_0^T U(t, x) dt = \varphi_1(x), 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

$$U_t(T, x) + \int_0^T U_t(t, x) t dt = \varphi_2(x), 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

и условиям типа Дирихле для $0 \leq t \leq T$

$$\begin{aligned} U(t, 0, x_2, \dots, x_m) &= U(t, l, x_2, \dots, x_m) = \\ &= U(t, x_1, 0, x_3, \dots, x_m) = U(t, x_1, l, x_3, \dots, x_m) = \\ &= \dots = U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, 0) = U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, l) = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, 0, x_2, \dots, x_m) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, l, x_2, \dots, x_m) = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, x_1, 0, x_3, \dots, x_m) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, x_1, l, x_3, \dots, x_m) = \\ &= \dots = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, l) = \\ &= \dots = \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, 0, x_2, \dots, x_m) = \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, l, x_2, \dots, x_m) = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, x_1, 0, x_3, \dots, x_m) = \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, x_1, l, x_3, \dots, x_m) = \\ &= \dots = \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x_m^2} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, l) = \\ &= \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, 0, x_2, \dots, x_m) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, l, x_2, \dots, x_m) = \\ &= \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, x_1, 0, x_3, \dots, x_m) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, x_1, l, x_3, \dots, x_m) = \\ &= \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, 0) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_1^{4k-2}} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, l) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, 0, x_2, \dots, x_m) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, l, x_2, \dots, x_m) = \\
 &= \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, x_1, 0, x_3, \dots, x_m) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, x_1, l, x_3, \dots, x_m) = \\
 &= \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, 0) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x_m^{4k-2}} U(t, x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, l) = 0, \quad (4)
 \end{aligned}$$

класс функций

$$\begin{aligned}
 &U(t, x) \in C(\Omega)Ct, x_2, 4k(\Omega) \\
 &\cap C_{t, x_1, x_2, \dots, x_m}^{2+2k+0+\dots+0}(\Omega) \cap C_{t, x_1, x_2, x_3, \dots, x_m}^{2+0+2k+0+\dots+0}(\Omega) \cap \dots \cap C_{t, x_1, \dots, x_{m-1}, x_m}^{2+0+\dots+0+2k}(\Omega), \\
 &\beta(x) \in C(\Omega_l^m), \quad (5)
 \end{aligned}$$

и дополнительное условие

$$U(t_0, x) = \psi(x), 0 < t_0 < T, 0 \leq x \leq l, \quad (6)$$

Нетривиальные решения задачи прямой задачи ищутся в виде ряда Фурье

$$U(t, x) = \sum_{n_1, \dots, n_m=1}^{\infty} u_{n_1, \dots, n_m}(t) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}
 &u_{n_1, \dots, n_m}(t) = \int_{\Omega_l^m} U(t, x) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) dx, \quad (8) \\
 &\int_{\Omega_l^m} U(t, x) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) dx = \int_0^l \dots \int_0^l U(t, x) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) dx_1 \cdot \dots \cdot dx_m, \\
 &\vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) = \left(\sqrt{\frac{2}{l}} \right)^m \sin \frac{\pi n_1}{l} x_1 \cdot \dots \cdot \sin \frac{\pi n_m}{l} x_m, \\
 &\Omega_l^m = [0, l]^m, n_1, \dots, n_m = 1, 2, \dots
 \end{aligned}$$

Предполагаем, что следующие функции тоже разлагаются в ряд Фурье

$$\begin{aligned}
 &\beta(x) = \sum_{n_1, \dots, n_m=1}^{\infty} \beta_{n_1, \dots, n_m} \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x), \\
 &f(x, \cdot) = \sum_{n_1, \dots, n_m=1}^{\infty} f_{n_1, \dots, n_m}(\cdot) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 &\beta_{n_1, \dots, n_m} = \int_{\Omega_l^m} \beta(x) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) dx, \\
 &f_{n_1, \dots, n_m}(\cdot) = \int_{\Omega_l^m} f(x, \cdot) \vartheta_{n_1, \dots, n_m}(x) dx. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Таким образом, в многомерной области рассматривается уравнение (1) в частных производных типа Бенни-Люка четного высокого порядка с условиями в интегральной форме. Изучается однозначная разрешимость краевой задачи (1)-(6). Решение данного уравнения в частных производных изучается в классе регулярных функций. Используются метод разделения переменных Фурье (метод рядов Фурье). Обратная задача сводится к решению систем двух нелинейных интегральных уравнений. При доказательстве существования и единственности коэффициента Фурье от неизвестной функции применяется метод последовательного приближения в сочетании его с методом сжимающего отображения. Используется неравенство Коши-Шварца и неравенство Бесселя при доказательстве абсолютной и равномерной сходимости полученных рядов Фурье.

Список литературы

- [1] Benney D.J., Luke J.C.: Interactions of permanent waves of finite amplitude // Journal Math. Phys. 43, 309–313 (1964).
- [2] Cavalcanti M.M., Domingos Cavalcanti V.N., Ferreira J.: Existence and uniform decay for a nonlinear viscoelastic equation with strong damping. Math. Methods in the Appl. Sci. 24, 1043-1053 (2001).
- [3] Gordeziani D.G., Avilishbili G.A. Solving the nonlocal problems for one-dimensional medium oscillation, Math. Model., 12 (1), 2000, pp.94-103 (in Russian).
- [4] Yuldashev T.K.: Inverse problem for nonlinear Benney–Luke type integro-differential equations with degenerate kernel, Russian Mathematics 60 (9), 53-60 (2016).
- [5] Yusifova E.H.: Inverse boundary value problem for one partial differential equation of third order, Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Math. 39 (4), 175-189 (2019).
- [6] Yuldashev T.K., Rakhmonov F.D. On a boundary value problem for Benney–Luke type differential equation with nonlinear function of redefinition and integral conditions. Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, 41 (1), 2021, pp.172-183.
- [7] Yuldashev T.K., Rakhmonov F.D. On a Benney–Luke type Differential Equation with Nonlinear Boundary Value Conditions. Lobachevski Journal of Math. 2021. 42 (15). 3761-3772.
- [8] Yuldashev T. K., Rakhmonov F. D. Nonlocal inverse problem for a pseudohyperbolic-pseudoelliptic type differential equation. AIP Conference Proceedings. 2021. 2365 (060004). 1-20.
- [9] Рахмонов Ф.Д. Нелокальная краевая задача для дифференциального уравнения типа Бенни-Люка высокого порядка с нелинейной функцией переопределения. Бюллетень Института математики, Vol. 4 (6), 2021, стр.100-112.
- [10] Yuldashev T.K.: Nonlocal mixed-value problem for a Boussinesq-type integro-differential equation with degenerate kernel, Ukrainian Math. J. 68 (8), 1278-1296 (2016).
- [11] Yuldashev T. K., Rakhmonov F. D., Ismoilov A.I. Integro-differential equation of Boussinesk with integral conditions and with a small parameter for mixed derivatives. Itogi Nauki. VINITI, Moscow, 2022. 211. P. 114-130. (in Russian).
- [12] Рахмонов Ф.Д. Обратная задача для интегро-дифференциального уравнения высокого