КРАЕВАЯ ЗАДАЧАС УСЛОВИЯМИ ГЕЛЛЕРСТЕДТА НАПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

Носирова Д. А.

Ташкентский государственный технический университет, Ташкент,Узбекистан

E-mail: ndildora0909@gmail.com

Впервые в 1976 г. А.М.Нахушев[1-2] изучил нагруженные дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения в частных производных, а также представил их полную классификацию и упомянул об их использовании в различных процессах.Позднее это направление развивали А.И. Кожанов,К.Б.Сабитов, В.А.Дженалиев, А.Х.Аттаев, П.Агарвал, Р.Р.Ашуров, Б.И.Исломов, О.С.Зикиров, Д.М.Курьязов, У.И.Болтаева, О.Х.Абдуллаев.

В работах [3-4] изучены классические решение видоизмененной задачи Коши и Трикоми для уравнения гиперболического и смешанного типов второго рода. После получения представления обобщенного решения класса R_2 задачивидоизмененной Коши для гиперболического уравнения второго рода[5] эти направления развивались в работах[5-8].

Настоящая работа посвящена постановке и исследованию краевой задачи с условиями Геллерстедта на параллельных характеристикахдля нагруженногоуравнения параболо-гиперболического типа второго рода.

Рассмотрим уравнение

$$0=\begin{cases} u_{xx}-x^p u_y-\mu_1 u(x,0), & (x,y)\in D_1, \\ u_{xx}-(-y)^m u_{yy}+\mu_2 u(x,0), & (x,y)\in D_2^*, \end{cases} \tag{1}$$

где $m,\ \ p,\ \ \mu_0\ \ \mu_1\ \ \mu_2$ - любые действительные числа, причем

$$0<m<1,\ p>0,\ \mu_1>0,\ \mu_2<0. \tag{2}$$

Здесь D_1 – область, ограниченная отрезками $AB,\ AA_0,\ BB_0,\ A_0B_0$ прямых $y=0,\ x=0,$ $x=1,\ y=h$ при $y>0$ соответственно, аобласть D_2^* – при $y<0$ характеристиками уравнения (1) $AB: y=0,\ AC_1: x-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=0,\ EC_1: x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=x_0,\ EC_2: x-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=x_0$ и $BC_2: x+\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}=1,\ x_0\in[0,1],$

Пусть D_{21} и D_{22} – части области D_2^* с границами AC_1EA иEC_2BE соответственно,

$$D=D_1\cup D_2^*\cup AB,\quad AB=\{(x,y):\ 0<x<1,\ y=0\},\quad 2\beta=2/(m-2), \text{ причем}$$

$$-0,5<\beta<0. \tag{3}$$

В области D для уравнения (1) исследуется краевой задачи с условиями Геллерстедта напараллельныххарактеристиках.

Задача AG. Найти в области D функцию $u(x,y)$, обладающую свойствами: 1) $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^1(D),$ причем $u_x(x,y)$ и $u_y(x,y)$ могут обращаться в бесконечность порядка меньше единицы и -2β в точках $A,\ B,\ E$ соответственно; 2) $u(x,y)\in C_{x,y}^{2,1}(D_1)$ и является регулярным решением уравнения (1) в области D_1; 3) $u(x,y)$ - обобщенным решением уравнения (1) из класса R_2 [5] в области D_2^*; 4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x,y)\big|_{AA_0}=\varphi_1(y),\qquad u(x,y)\big|_{BB_0}=\varphi_2(y),\quad 0\le y\le h,$$

$$u\big|_{AC_1}=\psi_1(x),\ 0\le x\le x_0/2,\ \ u\big|_{EC_2}=\psi_2(x),\ x_0\le x\le(1+x_0)/2,$$

где $\varphi_j(y),\ \psi_j(x)\,(j=1,2)$ – заданные функции, причем $\varphi_1(0)=\psi_1(0)$,

$$\varphi_1(y),\ \varphi_2(y)\in C\left[0,h\right]\cap C^1\left(0,h\right), \tag{4}$$

$$\psi_1(x)\in C^1\left[0,\frac{x_0}{2}\right]\cap C^2\left(0,\frac{x_0}{2}\right),\quad \psi_2(x)\in C^1\left[x_0,\frac{x_0+1}{2}\right]\cap C^2\left(x_0,\frac{x_0+1}{2}\right). \tag{5}$$

Спрадлива следующая

Теорема. *Если выполнены условия (2)-(5) , то в области D существует единственное решение задачи AG.*

Единственность решения задачи AG для уравнения (1) доказывается методом интегралов энергии, а существование – сведением к интегральному уравнению Фредгольма второго рода.

Список использованной литературы

1. НахушевА.М.Уравненияматематическойбиологии.М.: Высшаяшкола. 1995. 301 с.
2. Nakhushev A.B. Nonlocal problem and the Goursat problem for loaded hyperbolic equation and their application in prediction of ground moisture // Soviet Math. Dokl. 1978. Vol.19. № 5, pp. 1243-1247.
3. Салахитдинов М.С., ИсамухамедовС.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. // Сердика. Бьлгарско математическо списанае. 1977. Т.3. С. 181-188.
4. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа // Сиб. мат. журн. 1961. **2**(6). С. 931-935.
5. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953.**88**(2).С. 197-200.
6. Мамадалиев Н.К. О представления, решения видоизмененной задачи Коши. // Сиб. мат. журнал РАН. 2000.**41**(5). С. 1087-1097.
7. Исламов Н. Б. Аналог задачи Бицадзе–Самарского для одного класса уравнений параболо-гиперболического типа второго рода. // Уфимск. матем. журн., 2015. **7(1).** С.31–45; *Ufa Math. J.*, **7**:1 (2015), 31–45.
8. Салахитдинов М.С., Исламов Н. Б. Нелокальная краевая задача сусловием Бицадзе-Самарскогодля уравнения параболо-гиперболического типа второго рода. // Известия вузов. Математика. Россия. 2015. № 6. С. 43-52.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Орумбаева Н. Т., Токмагамбетова Т. Д.

Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан;

E-mail: orumbayevan@mail.ru, tenggesh.tokmagambetova@gmail.com

На $D=[0,\omega]\times[0,Y]$ рассматривается полупериодическая краевая задача для гиперболического уравнения второго порядка

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=A(x,y)\frac{\partial z}{\partial x}+B(x,y)\frac{\partial z}{\partial y}+C(x,y)z+f(x,y),(x,y)\in D \tag{1}$$

$$z(0,y)=\psi(y),\ \ y\in[0,Y] \tag{2}$$

$$z_x(x,0)=z_x(x,Y),\ \ x\in[0,\omega] \tag{3}$$