$$\Delta_c u(x,t,\tau) = A(x,t,\tau)u(x,t,\tau) + \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} B(x,t,\tau,t-c\tau+cs,s)u(x,t-c\tau+cs,s)ds \qquad (4)$$

и неоднородного уравнения (1) с условием (1^0).

Исследование задач проводится при $t_j \in \Pi_\rho = \left\{t_j : \frac{2\pi}{\omega_j}\left|\operatorname{Im} t_j\right| < \rho\right\}$, $j=\overline{0,m}, t_0=\tau, \omega_0=\theta$, $\rho = const > 0$. Все входные данные системы (1) считаются вещественно аналитическими по t в многомерной полосе Π_ρ^{m+1}, а по $x \in \overline{R}_+ = [0,+\infty)$ голоморфными.

1. Установлены достаточные условия существования единственного (ω,θ)-периодического по (t,τ) и ограниченного по $x \in \overline{R}_+$ решения задачи {(2), (1^0)}.
2. При вещественно аналитичности $f(x,t,\tau)$ по $(t,\tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$ и голоморфности по $x \in \overline{R}_+$ и при условиях рациональной несоизмеримости частот колебаний систем доказана теорема о существовании единственного (ω,θ)-периодического по (t,τ) и ограниченного по $x \in \overline{R}_+$ вещественно аналитического при $(t,\tau) \in \overline{\Pi}_{\rho-\delta}^{m+1}$ решения задачи {(3), (1^0)}, где $\delta \in (0,\rho)$.
3. Указаны достаточные условия существования вещественно-аналитического по $(t,\tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$ фундаментального матричного решения $U(t,\tau,\sigma,s)$ интегро-дифференциального уравнения (4), когда матрицы A и B не зависят от x, где $\sigma = t - c\tau + cs$. Выяснены условия отсутствия нетривиальных (ω,θ)-периодических решений задачи {(4), (1^0)}.
4. Доказана теорема о существовании единственного многопериодического вещественно аналитического по $(t,\tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$ и ограниченного по $x \in \overline{R}_+$ решения задачи (1)- (1^0).

Исследование тесно связано с результатами работ [1]-[3].

Список использованной литературы

1. Aitenova G. M., Sartabanov Zh.A., Abdikalikova G.A. Multiperiodic bounded oscillations in quasilinear finite-hereditary integro-differential systems convection-diffusion type // Lobachevskii Journal of Mathematics. (В процессе публикации)
2. Сартабанов Ж.А., Айтенова Г.М., Абдикаликова Г.А. Многопериодическое решение начально-краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения параболического типа // Изв.всш.учебн.зав.Математика. (В печати)
3. Sartabanov Zh.A., Aitenova G.M., Abdikalikova G.A. Multiperiodic solutions of quasilinear systems of integro-differential equations with D_c-operator and ε-period of hereditarity. Eurasian Mathematical Journal, 13:1 (2022), 86-100 p.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СОДЕРЖАЩЕЕ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ

Апаков Ю.П.[1;2;a], Мамажонов С.М.[1;b]

[1]*Институт Математика им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан*

[2]*Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан*

E-mail: [a]yusupjonapakov@gmail.com , [b]sanjarbekmamajonov@gmail.com

Изучение многих задач газовой динамике, теории упругости, теории пластин и оболочек приводится к рассмотрению дифференциальных уравнений в частных производных высоких порядков. С точки зрения физических приложений представляют большой интерес и дифференциальные уравнения четвертого порядка (см. [1]-[4]). Монография Джураева Т.Д., Сопуева А. [5] посвящена классификаций дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка и решению краевых задач для таких уравнений.

Аманов Д., Мурзамбетова М.Б. в работе [6] рассмотрели задачу с краевыми условиями для неоднородного уравнения четвертого порядка с кратными характеристиками с одним младшим членом.

Сабитов К. Б, Фадеева О. В. в работе [7] решили задачу с начальными и граничными условиями для уравнения колебания балки.

Уринов А.К., Азизов М.С. в работе [8] исследовали задачу для уравнения четвертого порядка с неизвестной правой частью.

Рассмотрим следующее уравнение четвертого порядка вида:

$$U_{xxxx}(x,y)+A_1(x)U_{xxx}(x,y)+A_2(x)U_{xx}(x,y)+A_3(x)U_x(x,y)+$$
$$+A_4(x)U(x,y)+A_5(x)U_y(x,y)-U_{yy}(x,y)=F(x,y),$$

где $A_i(x),\, i=\overline{1,5},\, F(x,y)$ заданные достаточно гладкие функции. Заменой

$$U(x,y)=\exp\left[-\frac{1}{4}\int_0^x A_1(\xi)\,d\xi+\frac{A_5(x)}{2}y\right]u(x,y),$$

это уравнения можно привести к уравнению

$$u_{xxxx}(x,y)+a_1(x)u_{xx}(x,y)+a_2(x)u_x(x,y)+a_3(x)u(x,y)-u_{yy}(x,y)=f(x,y), \qquad (1)$$

где $a_i(x),\ i=\overline{1,3}$ выражается через $A_j(x),\ j=\overline{1,5}$,

$$f(x,y)=\exp\left[\frac{1}{4}\int_0^x A_1(\xi)\,d\xi-\frac{A_5(x)}{2}y\right]F(x,y).$$

Для уравнения (1) в области $\Omega=\{(x,y):0<x<p,\,0<y<q\}$ изучим следующую задачу.

Задача A**.** Найти функцию $u(x,y)$ из класса $C^{4,2}_{x,y}(\Omega)\cap C^{3,1}_{x,y}(\bar{\Omega})$, удовлетворяющую уравнению (1) в области Ω и следующим краевым условиям:

$$u_y(x,0)=u(x,q)=0,\ 0\le x\le p,$$
$$u_x(0,y)=\psi_1(y),\ u_x(p,y)=\psi_2(y), u_{xxx}(0,y)=\psi_3(y),\ u_{xxx}(p,y)=\psi_4(y),\ 0\le y\le q,$$

где $\psi_i(y),\ i=\overline{1,4},\ f(x,y)$ заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что в работе [6] рассмотрен случай $a_1=a_2=0,\ a_3\ne 0$, а в работах [8-10] исследованы краевые задачи для уравнений четвертого порядка спектральном методом. В работе [11], метод Фурье используется для решения краевой задачи для модельного уравнения произвольного четного порядка.

Теорема 1. Если задача A имеет решение, то при выполнении условий $a_1'(0)-a_2(0)\ge 0,\ a_2(p)-a_1'(p)\ge 0,\ 2a_3(x)+a_1''(x)-a_2'(x)\ge 0,\ a_1(x)\le 0$, оно единственно.

Теорема 2. Если выполняются следующие условия:

1) $\psi_i(t)\in C^3[0,q],\ \psi_i(q)=\psi_i'(0)=\psi_i''(q)=0,\ i=\overline{1,4}$;

2) $f_{xyy}(x,y)\in C(\bar{\Omega}),\ \int_0^q |f_{yy}(x,y)|\,dy<\infty,\ \int_0^q |f_{xyy}(x,y)|\,dy<\infty,\ f(x,q)=0,\ 0\le x\le p$;

3) $C<\dfrac{\mu_1^3\left(1-e^{-2\mu_1 p}\right)^2}{p\left(2\mu_1^2+3\mu_1\left(1+e^{-4\mu_1 p}\right)+3\right)}$,

то решение задачи A существует. Здесь,

$$C=\max_{\xi\in[0,p]}\left\{\left|a_i^{(j)}(\xi)\right|,\left|a_1''(\xi)\right|,\ i=\overline{1,3},\ j=0,1\right\},\ \mu_1=\sqrt{\frac{\pi}{2q}}.$$

Единственность решения поставленной задачи доказана методом интегралов энергии. Решение выписано через построенную функцию Грина.

Список использованной литературы

1. Турбин М.В. Исследование начально-краевой задачи для модели движения жидкости Гершеля - Балкли // Вест. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физ. Мат. 2013. № 2. - С. 246-257.
2. Уизем Дж. Линейние и нелинейные волны.-М.: Мир,1977.
3. Шабров С.А. Об оценках функций влияния одной математической модели четвертого порядка // Вест. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физ. Мат. 2015. № 2. - С. 168-179.
4. Benney D.J., Luke J.C. Interactions of permanent waves of finite amplitude // J. Math. Phys. 1964. 43. P.309-313.
5. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. Т: Фан, 2000.-144 с.
6. Аманов Д., Мурзамбетова М. Б. Краевая задача для уравнения четвертого порядка с младшим членом, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 2013, выпуск 1, 3–10.
7. Сабитов К. Б., Фадеева О. В. Начально-граничная задача для уравнения вынужденных колебаний консольной балки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 25:1 (2021), 51–66.
8. Urinov A.K., Azizov M.S. Boundary Value Problems for a Fourth Order partial Equation with an Unknown Right – hand Part // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42 №3 pp.632-640
9. Аманов Д., Бекиев А.Б., Отарова Ж.А. Об одной краевой задаче для уравнения четвертого порядка // УзМЖ. 2015. -№4. -с.11-18.
10. Сабитов К. Б. Обратные задачи для уравнения колебаний балки по определению правой части и начальных условий // Дифференциальные уравнения, 2020, том 56, №6, с. 761 – 774.
11. Б. Ю. Иргашев, Краевая задача для уравнения высокого четного порядка, Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ., 2016, выпуск 3(34), 6–18.

О НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ И ВНУТРЕННЕ-КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Аттаев А. Х.

ИПМА КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: attaev.anatoly@yandex.ru

В 1969 году в статье [1] А.М. Нахушева был предложен ряд задач нового типа, вошедших в математическую литературу под названием задач со смещением. В соответствии с классификацией, предложенной им же [2] эти задачи являются, во-первых, нелокальными, во-вторых, с краевым смещением.Исследованию регулярных краевых задач для гиперболических уравнений в том числе и нелокальных, которые являются обобщением задачи Дарбу и Дирихле посвящены работы [3, 4].

В данном докладе в качестве модельного уравнения рассматривается волнового уравнение

$$u_{xx} - u_{yy} = 0. \tag{1}$$

Пусть Ω– односвязная область комплексной переменной $z = xi + y$, ограниченная характеристиками$AC: x + y = 0$, $BC: x - y = l$, $AD: x - y = 0$,$DB: x + y = l$уравнения (1).

Определение 1.*Регулярным решением уравнения (1) в области Ω будем называть любую функцию, представимую в виде*

$$u(x,y) = f(x-y) + g(x+y),$$

$f(x)$, $g(x) \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$.

Задача 1.*Найти регулярное в области Ω решение $u(x,y)$ уравнения (1),удовлетворяющее условиям*

$$u\left(\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right) + \alpha u\left(\frac{l}{2},\frac{l}{2} - x\right) = \gamma(x), \qquad 0 \le x \le l,$$

$$u(x,0) = \tau(x), \qquad 0 \le x \le l. \tag{2}$$

Задача 2.*Найти регулярное в области Ω решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющее условию (2) и условию*