

- Нейрондық желілерді қолдану арқылы Гурса есептерінің шешімдерін жуықтауға болады.
- Мысал: Физикамен байланысты нейрондық желілер (Physics-Informed Neural Networks, PINNs) ДТДТ-нің шешімін табу үшін теңдеудің өзін және шекаралық шарттарды ескереді. PINNs-ті Гурса есептерін шешу үшін де қолдануға болады[3].

#### 4. Сандық әдістерді жетілдіру:

- Гурса есептерін сандық түрде шешу үшін ақырлы элементтер әдісі, ақылы көлемдер әдісі және спектрлік әдістер қолданылады.
- Соңғы зерттеулер сандық әдістердің дәлдігін және тиімділігін арттыруға бағытталған.
- Мысал: Адаптивті торларды қолдану арқылы шешімнің ерекшеліктері бар аймақтарда есептеу дәлдігін арттыруға болады.

#### Қорытынды:

Гурса есептері математикалық физикада маңызды рөл атқарады және гиперболалық типтегі ДТДТ-ге қойылатын есептердің бірі болып табылады. Жаңа зерттеулер фракталды ДТДТ, кері есептер және машиналық оқыту сияқты бағыттарда Гурса есептерінің қолданылу аясын кеңейтуде. Бұл жаңалықтар Гурса есептерінің физикалық құбылыстарды модельдеудегі рөлін одан әрі арттырады.

## Әдебиеттер тізімі

- [1] Atangana, A. (2016). Fractal-fractional operators for groundwater flow modeling. *Advances in Water Resources*, 91, 1-7.
- [2] Kirane, M., Malik, S. A., Tatar, N. E. (2014). Determination of an unknown source term in a hyperbolic equation with Goursat data. *Applied Mathematics and Computation*, 232, 641-651.
- [3] Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686-707.
- [4] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Butterworth-Heinemann.

## ОБ РАЗРЕШИМОСТИ СЕМЕЙСТВА СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В НЕЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Мерзетхан А.<sup>1</sup>, Оспанов М.Н.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

<sup>1</sup> E-mail: akerkemerzetkhan@gmail.com

<sup>2</sup> E-mail: ospanov\_mn@enu.kz

Пусть  $\varphi(x) > 0$  — монотонная и ограниченная функция на интервале  $x \in [0, \omega]$ . В

области

$$\Omega = \{(x, t) \mid x \in [0, \omega], t \in [0, \varphi(x)]\}$$

рассмотрим следующую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A(x, t)u + \Phi(x, t), \quad t \in [0, \varphi(x)], \quad x \in [0, \omega], \quad u \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u(x, \varphi(x)), \quad x \in [0, \omega], \quad (2)$$

где заданные  $n \times n$  матрица  $A(x, t) = [a_{ij}(x, t)]_{i,j=1}^n$  и вектор-функция  $\Phi(x, t)$  непрерывны на  $\Omega$  и выполнено условие:

$$|a_{ii}(x, t)| \geq \sum_{j \neq i}^n |a_{ij}(x, t)| + \theta(x, t), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где  $\theta(x, t) \geq \theta_0 > 0$ , – непрерывная функция на  $\Omega$ ,  $\theta_0 = \text{const}$ .

Полупериодические краевые задачи для уравнения (1) в различных цилиндрических областях изучались многими авторами [1]. В данной работе методом параметризации [2] установлены условия разрешимости задачи (1)-(2), а также получена оценка решения в нецилиндрической области. Справедлива

**Теорема.**

Пусть матрица  $A(x, t)$  удовлетворяет условию (3). Тогда задача (1), (2) имеет единственное решение  $u(x, t)$  и выполняется следующая оценка:

$$\|u(x, \cdot)\| \leq \left\| \frac{\Phi(x, \cdot)}{\theta(x, \cdot)} \right\|, \quad x \in [0, \omega]$$

где  $\|u(x, \cdot)\| = \max_{t \in [0, \varphi(\omega)]} \|u(x, t)\|$ .

## Список литературы

- [1] Самойленко А.М. Численно-аналитический метод исследований периодических систем обыкновенных дифференциальных уравнений. // Украинский математический журнал. - 1966. - Т. 18. - № 2. - С. 9-18.
- [2] Д. С. Джумабаев, Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1989, том 29, номер 1, 50–66.

## ТӨРТІНШІ РЕТТІ АЙНЫМАЛЫ КОЭФФИЦИЕНТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ КОРРЕКТІЛІК ШАРТТАРЫ

Е.Ө. Молдағали<sup>1</sup>, Қ.Н. Оспанов<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

<sup>1</sup>E-mail: yerka2998@gmail.com

<sup>2</sup>E-mail: kordan.ospanov@gmail.com