

Как видно из представленной таблицы, время решения задачи построения расписания для отдельного факультета вполне приемлемо.

Поскольку вузы могут располагать несколькими зданиями, то и количество учебных групп может измеряться несколькими сотнями. Доработка системы построения расписания потребует значительных, как финансовых, так и временных, ресурсов, но принципиальная возможность создания такой системы доказана.

Список литературы

1. Романовский И.В. Дискретный анализ: Учеб. пособие для студентов, специализирующихся по прикладной математике и информатике. — СПб.: Невский диалект, 2000. — С. 405–423.
2. Батищев П.С. Опыт использования информационных технологий при составлении расписания учебных занятий // <http://psbatishev.narod.ru/raspis.htm>.
3. Галузин К.С. Математическая модель оптимального учебного расписания с учетом нечетких предпочтений. — Пермь, 2004. — С. 148–155.
4. Маслов М.Г. Разработка моделей и алгоритмов составления расписаний в системах административно-организационного управления. — М., 2004. — С. 217–230.
5. Матусевич О.Л. Составление расписания занятий на компьютере. — М.: Дрофа, 2006. — С. 63–102.

УДК 551.509.3

А.М.Бабалиев

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СОГЛАСОВАНИЯ ПОЛЯ ВЕТРА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ И ГЕОСТРОФИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ

Мақаланың бірінші бөлімінде өлшеу арқылы алынған желдің бағыттарын үзіліссіздік теңдеу көмегімен үйлестіру жолы қарастырылған. Екінші бөлімінде геопотенциал мен желдің геострофикалық қатынастарын қолдану арқылы үйлестіру әдісі көрсетілген. Әр әдістен кейін үйлестіру нәтижесі берілген.

In the first part of article the coordination of the measured fields of winds is considered (examined) on the basis of the equation of indissolubility. In the second part the coordination of fields of geopotential and wind in frameworks of geostrophic approachings is considered (examined). The results of numerical experiments are resulted.

Правила теории ошибок для получения наиболее надежных значений и интерполирования геолого-физических элементов в узлы регулярной сетки являются важнейшей, но не единственной составной частью объективного анализа. Другой частью объективного анализа является «согласование» геолого-геофизических элементов, то есть требуется не только иметь исходные данные значения тех или иных геолого-геофизических элементов с определенной точностью в регулярной сетке, но и учитывать, если это возможно, свойства элементов и математические связи между элементами. В этом заключается основная задача согласования. В математическом смысле задача согласования нескольких измеренных величин заключается в следующем.

Пусть измерено n величин, истинные значения которых обозначим через u_1, u_2, \dots, u_n , а результаты измерений этих величин — через v_1, v_2, \dots, v_n . При этом измеренные величины связаны между собой уравнениями

$$\phi_i(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0, \quad (i = \overline{1, k}). \quad (1)$$

Получив результаты измерений, прежде всего следует проверить насколько они удовлетворяют условным уравнениям (1), то есть, подставляя результаты измерения в уравнение (1), получим:

$$\phi_i(v_1, v_2, \dots, v_n) = \xi_i, \quad (i = \overline{1, k}). \quad (2)$$

Так как измерения содержат ошибки, то в правых частях равенства (2), как правило, будут получены величины, отличающиеся от нуля, т.е. невязки $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$. Задача согласования заключается в том, чтобы устранить по возможности все невязки, для этого необходимо исправить результаты измерений.

Если обозначить исправленные результаты измерений через

$$Z_i = v_i + \varepsilon_i, \quad (i = \overline{1, n}),$$

где ε_i — искомые поправки, получаем:

$$\phi_i(Z_1, \dots, Z_n) = 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (3)$$

Z_1, \dots, Z_n называют согласованными значениями измеренных величин.

При этом следует отметить, что дополнительная информация, привлекаемая при согласовании, позволяет получать согласованные элементы, обладающие существенно большей точностью, чем каждое из исходных элементов до их согласования.

Задачи согласования могут отличаться друг от друга по методу постановки и методу их реализации. Краткий обзор и некоторые постановки задач согласования в прогнозе погоды проведены в работах [1, 2], в геологии — в работах [3, 4] и др. Вообще, идея согласования состоит в том, чтобы по возможности использовать всю полезную информацию, часто даже избыточную.

В данной работе рассматривается метод согласования поля ветра на основе уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

и на основе геострофических соотношений

$$u = -\frac{1}{e} H_y, \quad (5)$$

$$v = \frac{1}{e} H_x, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (7)$$

Здесь u и v — проекции вектора скорости по направлению x и y соответственно, H — геопотенциал, e — параметр кориолиса.

Сначала рассмотрим согласования поля ветра на основе уравнения неразрывности, т.е. чтобы результаты измеренных полей ветров (\bar{u}, \bar{v}) удовлетворяли уравнению (4).

Обозначим через

$$\varepsilon_1 = u - \bar{u}, \quad \varepsilon_2 = v - \bar{v}$$

результаты отклонения.

Теперь $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ соответственно представим в виде

$$\varepsilon_1 = a_1 \phi_1(x, y) + a_2 \phi_2(x, y) + \dots + a_n \phi_n(x, y);$$

$$\varepsilon_2 = b_1 \phi_1(x, y) + b_2 \phi_2(x, y) + \dots + b_n \phi_n(x, y),$$

где $\{\phi_i\}$ — базисные функции, $\{a_i\}, \{b_i\}$ — неизвестные коэффициенты, которые находятся из условия минимума функционала:

$$Q = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \left(\frac{\partial \varepsilon_{1j}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{2j}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_{\varepsilon_{1j}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_{\varepsilon_{1j}}}{\partial y} \right)^2.$$

Здесь M и N — количество привлекаемых точек. Далее дифференцируя Q по параметрам $\{a_i\}, \{b_i\}$ и приравнявая получающиеся выражения нулю, придем к системе из $2n$ уравнений вида

$$A\bar{\psi} = \bar{F}, \quad (8)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} [G_1^2] & [G_1 G_2] & \cdots & [G_1 G_n] & [G_1 D_1] & [G_1 D_2] & \cdots & [G_1 D_n] \\ [G_2 G_1] & [G_2^2] & \cdots & [G_2 G_n] & [G_2 D_1] & [G_2 D_2] & \cdots & [G_2 D_n] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [G_n G_1] & [G_n G_2] & \cdots & [G_n^2] & [G_n D_1] & [G_n D_2] & \cdots & [G_n D_n] \\ [G_1 D_1] & [G_2 D_1] & \cdots & [G_n D_1] & [D_1^2] & [D_1 D_2] & \cdots & [D_1 D_n] \\ [G_1 D_2] & [G_2 D_2] & \cdots & [G_n D_2] & [D_1 D_2] & [D_2^2] & \cdots & [D_n D_2] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [G_1 D_n] & [G_2 D_n] & \cdots & [G_n D_n] & [D_1 D_n] & [D_2 D_n] & \cdots & [D_n^2] \end{pmatrix},$$

$$[D_s G_l] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{\partial \phi_s(x_i, y_j)}{\partial x} \frac{\partial \phi_l(x_i, y_j)}{\partial y}, \quad \bar{\psi} = (a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)^T,$$

$$\bar{F} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M f_{ij} G_1, \dots, \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M f_{ij} G_n, \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M f_{ij} D_1, \dots, \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M f_{ij} D_n \right)^T.$$

Решая систему, находим $a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_n$.

Проведены численные эксперименты в области $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/2$ для функций

$$u = A \sin x \cos y; \quad v = A \sin y \cos x,$$

удовлетворяющих уравнению (7). При проведении эксперимента специально были допущены грубые ошибки, затем, с помощью изложенного выше согласования, они подправлены. В качестве базиса были взяты следующие функции:

$$\phi_1 = xy(x - \pi)(y - \pi),$$

$$\phi_2 = x^2 y(x - \pi) \left(y - \frac{\pi}{2} \right),$$

$$\phi_3 = xy^2(x - \pi) \left(y - \frac{\pi}{2} \right).$$

Результаты эксперимента отражены в таблицах 1, 2.

Т а б л и ц а 1

После первого согласования (количество привлекаемых точек=20)

Точки, в которых допущены ошибки	Точные значения	Ошибочные значения	Согласованные значения
[3,4]	1,836	5,836	2,564
[2,5]	3,362	4,362	3,832
[6,7]	1,837	4,837	2,434
[5,5]	2,500	4,500	3,489

Т а б л и ц а 2

После второго согласования (количество привлекаемых точек=20)

Точки, в которых допущены ошибки	Точные значения	Ошибочные значения	Согласованные значения
[3,4]	1,836	2,564	1,814
[2,5]	3,362	3,832	3,145
[6,7]	1,837	2,434	1,668
[5,5]	2,500	3,489	2,537

Теперь рассмотрим согласование на основе геострофических соотношений. Обозначим через

$$u = u_\varepsilon + \varepsilon,$$

$$v = v_\varepsilon + \alpha,$$

$$H = H_\varepsilon + \beta$$

(9)

результаты отклонения поля вектора и геопотенциала. Тогда, учитывая (9), из (5)–(9) получим:

$$\begin{cases} \varepsilon + \frac{1}{e}(\beta)_y = -u_\varepsilon - \frac{1}{e}(H_\varepsilon)_y, \\ \alpha - \frac{1}{e}(\beta)_x = -v_\varepsilon + \frac{1}{e}(H_\varepsilon)_x, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial y} = -\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial x} - \frac{\partial v_\varepsilon}{\partial y}. \end{cases} \quad (10)$$

Пусть $\{\phi_i(x, y)\}$ — базисные функции, $\varepsilon, \alpha, \beta$ представим в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sum_{i=0}^K a_i \phi_i(x, y); \\ \alpha &= \sum_{i=0}^K b_i \phi_i(x, y); \\ \beta &= \sum_{i=1}^K c_i \phi_i(x, y). \end{aligned} \quad (11)$$

Неизвестные коэффициенты $\{a_i\}, \{b_i\}, \{c_i\}$ находим из условия минимума функционала:

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \left(\varepsilon_{ij} + \frac{1}{e}(\beta_y)_{ij} + (u_\varepsilon)_{ij} + \frac{1}{e} \left(\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial y} \right)_{ij} \right)^2 + \left(\alpha_{ij} - \frac{1}{e}(\beta_x)_{ij} + v_\varepsilon - \frac{1}{e} \left(\frac{\partial H_\varepsilon}{\partial x} \right)_{ij} \right)^2 + \\ &+ \left(\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{ij} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_{ij} + \left(\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial v_\varepsilon}{\partial x} \right)_{ij} \right)^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Решая систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial a_i} &= 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial b_i} &= 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial c_i} &= 0, \quad i = \overline{1, K}, \end{aligned} \quad (13)$$

находим $\{a_i\}, \{b_i\}, \{c_i\}$.

Если $\{\phi_i(x, y)\}$ брать соответственно в виде $1, x, y, x^2, xy, y^2$, то систему (13) можно записать в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} A & B & C \\ B & D & R \\ C & R & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} x_1 &= (a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)^T, \\ x_2 &= (b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)^T, \\ x_3 &= (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)^T, \end{aligned}$$

$$F_1 = - \begin{pmatrix} \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} x_i + \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} y_j \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} - 2 \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} x_i \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} x_i y_j - \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} y_j^2 \end{pmatrix} \quad F_2 = - \begin{pmatrix} \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} x_i \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} y_j + \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} x_i^2 \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} x_i y_j + \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} x_i \\ \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} y_j^2 + 2 \sum_{ij} f_{ij}^{(3)} y_j \end{pmatrix} \quad F_3 = - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{e} \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} \\ -\frac{1}{e^2} \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} \\ -\frac{2}{e^2} \sum_{ij} f_{ij}^{(2)} x_i \\ \frac{1}{e} (\sum_{ij} f_{ij}^{(2)} y_j - \sum_{ij} f_{ij}^{(1)} x_i) \\ -\sum_{ij} f_{ij}^{(1)} 2y_j \end{pmatrix}$$

$$f_{ij}^{(1)} = (u_\varepsilon)_{ij} + \frac{1}{e} \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{2\Delta x},$$

$$f_{ij}^{(1)} = (v_\varepsilon)_{ij} - \frac{1}{e} \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{2\Delta y},$$

$$f_{ij}^{(3)} = \frac{(u_\varepsilon)_{i-1,j} - (u_\varepsilon)_{i+1,j}}{2\Delta x} + \frac{(v_\varepsilon)_{i,j-1} - (v_\varepsilon)_{i,j+1}}{2\Delta y}.$$

$$A = \begin{pmatrix} NM & M \sum_{i=1}^N x_i & N \sum_{j=1}^M y_j & M \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & N \sum_{j=1}^M y_j^2 \\ M \sum_{i=1}^N x_i & NM + M \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & M \sum_{i=1}^N (x_i^3 + 2x_i) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j + N \sum_{j=1}^M y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 \\ N \sum_{j=1}^M y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & N \sum_{j=1}^M y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & N \sum_{j=1}^M y_j^3 \\ M \sum_{i=1}^N x_i^2 & M \sum_{i=1}^N (x_i^3 + 2x_i) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & M \sum_{i=1}^N (x_i^4 + 4x_i^2) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (x_i^3 y_j + 2x_i y_j) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j + N \sum_{j=1}^M y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (x_i^3 y_j + 2x_i y_j) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 + N \sum_{j=1}^M y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^3 \\ N \sum_{j=1}^M y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & N \sum_{j=1}^M y_j^3 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^3 & N \sum_{j=1}^M y_j^4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & NM & 0 & 2M \sum_{i=1}^N x_i & N \sum_{j=1}^M y_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M \sum_{i=1}^N x_i & 0 & 2M \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & 0 \\ 0 & 2N \sum_{j=1}^M y_j & 0 & 4 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & 2N \sum_{j=1}^M y_j^2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
C &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{NM}{e} & \frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i & \frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j & \frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i & \frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^3 & \frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 \\ \frac{2N}{e} \sum_{j=1}^M y_j & \frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \frac{2N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^2 & \frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & \frac{2N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^3 \end{pmatrix}, \\
D &= \begin{pmatrix} NM & M \sum_{i=1}^N x_i & N \sum_{j=1}^M y_j & M \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & N \sum_{j=1}^M y_j^2 \\ N \sum_{j=1}^M y_j & M \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & M \sum_{i=1}^N x_i^3 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 \\ N \sum_{j=1}^M y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & N \sum_{j=1}^M y_j^2 + NM & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 + M \sum_{i=1}^N x_i & N \sum_{j=1}^M y_j^3 + N \sum_{j=1}^M 2y_j \\ M \sum_{i=1}^N x_i^2 & M \sum_{i=1}^N x_i^3 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & M \sum_{i=1}^N x_i^4 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^3 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 + M \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^3 y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 + M \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^3 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M 2x_i y_j \\ N \sum_{j=1}^M y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & N \sum_{j=1}^M y_j^3 + N \sum_{j=1}^M 2y_j & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^3 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M 2x_i y_j & N \sum_{j=1}^M y_j^4 + N \sum_{j=1}^M 4y_j^2 \end{pmatrix}, \\
R &= \begin{pmatrix} -\frac{NM}{e} & -\frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i & -\frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j & -\frac{M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^2 & -\frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & -\frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2M}{e} \sum_{i=1}^N x_i & -\frac{2M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^2 & -\frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & -\frac{2M}{e} \sum_{i=1}^N x_i^3 & -\frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & -\frac{2}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 \\ -\frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j & -\frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & -\frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^2 & -\frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i^2 y_j & -\frac{1}{e} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 & -\frac{N}{e} \sum_{j=1}^M y_j^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
T &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{NM}{e^2} & 0 & \frac{2M}{e^2} \sum_{i=1}^N x_i & \frac{N}{e^2} \sum_{j=1}^M y_j & 0 \\ 0 & 0 & \frac{NM}{e^2} & 0 & \frac{M}{e^2} \sum_{i=1}^N x_i & \frac{2N}{e^2} \sum_{j=1}^M y_j \\ 0 & \frac{2M}{e^2} \sum_{i=1}^N x_i & 0 & \frac{4M}{e^2} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \frac{2}{e^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & 0 \\ 0 & \frac{N}{e^2} \sum_{j=1}^M y_j & \frac{M}{e^2} \sum_{i=1}^N x_i & \frac{2}{e^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \frac{2}{e^2} (2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j + M \sum_{j=1}^M x_j^2) & \frac{2}{e^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j^2 \\ 0 & 0 & \frac{2N}{e^2} \sum_{j=1}^M y_j & 0 & \frac{2}{e^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M x_i y_j & \frac{4N}{e^2} \sum_{j=1}^M y_j^2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Решая систему (14), находим $\{a_i\}, \{b_i\}, \{c_i\}$.

Проведены численные эксперименты для функций

$$u = A \sin x \sin y,$$

$$v = A \cos x \cos y,$$

$$H = l A \sin x \cos y,$$

удовлетворяющих уравнениям (5)–(7). При проведении эксперимента специально были допущены грубые ошибки и затем, с помощью изложенного выше согласования, подправлены. Результаты отражены в таблице 3.

Т а б л и ц а 3

Среднеквадратическая ошибка до и после первого и второго согласования $N = M = 4, A = 10, l = 5$

Среднеквадратические ошибки	u_{ε}	v_{ε}	H_{ε}
Ошибки до согласования	2,31	2,42	2,8
Ошибки после 1-го согласования	0,75	0,63	0,41
Ошибки после 2-го согласования	0,54	0,48	0,34

Отсюда видно, что после первого и второго согласований среднеквадратические ошибки уменьшаются. Но при дальнейших согласованиях среднеквадратические ошибки не улучшаются, это, по-видимому, связано с погрешностью аппроксимаций производных.

Список литературы

1. Костюков В.В. Объективный анализ и согласование метрологических полей. — М., 1982. — 184 с.
2. Бабалиев А.М., Костюков В.В., Фомин В.М. Локальное согласование метеорологических элементов на базе полиномов // Труды ЗапСибНИИ. — 1982. — Вып. 55.
3. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. — М.: Недра, 1977. — 367 с.
4. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. — М., 1976. — 192 с.

УДК 517.518

Л.Н.Беляева, А.С.Шульгина-Таращук

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА ДИРИХЛЕ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

Көптесе есептерді шығару кезінде «кері жору» логикалық әдісі қолданылады. Мақалада осы әдістің бір тәсілі — Дирихле принципі қарастырылған. Бірнеше есептердің мысалында осы принцип қолданылды, сондай-ақ үздіксіз Дирихле принципі және де өлшемді шексіз көпмүшеліктерге де Дирихле принципін пайдалануға болады. Есептердің біреуі Turbo Pascal программаның көмегімен шығарылған. Қарастырылған есептер ерекше шартты «қояндар» және «торлар» тіліне аударуды қажет етеді.

At the decision of many problems the logic method of a reasoning is used is «by contradiction». In the article one of its forms — a principle of Dirihle is considered. On an example of several problems the principle of Dirihle, a continuous principle of Dirihle, and also a principle of Dirihle with reference to infinite sets having a measure is used. One of problems is solved by means of the program in language Turbo Pascal. The considered problems demand ability logically to argue, translate an unusual condition on suitable language of «hares» and «cages».

В математике большое значение имеют так называемые доказательства существования. Самый простой способ доказать существование объекта с заданными свойствами — это указать его и убедиться, что он действительно обладает нужными свойствами. Например, чтобы доказать, что уравнение имеет решение, достаточно привести какое-то его решение. Доказательства существования такого рода называют прямыми или конструктивными.

Но бывают и косвенные доказательства существования, когда обоснование факта, что искомый объект существует, происходит без прямого указания на сам объект. Подобные соображения используются в различных задачах для доказательства существования.