

ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕСОВА С БАЗИСОМ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПРАЙСА

Бимендина А.У., Токмагамбетов Н.С.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: bimend@mail.ru

Полные квазиметрические функциональные пространства Бесова являющиеся банаховым сыграло существенную роль в развитии гармонического анализа и нашло широкое применение в теории уравнений в частных производных, в вычислительной математике, в теории приближений, в рядах Фурье, в теории интерполяции линейных операторов.

В настоящей работе рассматриваются условия принадлежности суммируемых функций с p -ой степенью в пространстве Бесова с базисом мультипликативной системы Прайса. Пространства Бесова $B_{p\theta}^r[0,1]$ с базисом мультипликативной системы Прайса рассмотрены в работах [1], [2], [3].

Пусть $\{\varphi_k(x)\}_{k=0}^{+\infty}$, $x \in [0,1]$ - мультипликативная система Прайса [4] и $L_p[0,1]$, $1 < p < +\infty$ пространство Лебега [5]. Рядом Фурье-Прайса функции $f(x)$ по мультипликативной системе Прайса назовем ряд $\sum_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$, где $a_\nu = \int_0^1 f(x) \varphi_\nu(x)$ - коэффициенты Фурье-Прайса.

Пусть $T_n(x) = \sum_{\nu=0}^{n-1} a_\nu \varphi_\nu(x)$ линейный агрегат по мультипликативной системе Прайса. Наилучшее приближение функции $f \in L_p[0,1]$ посредством полиномов Прайса в пространстве $L_p[0,1]$ является

$$E_n(f)_p = \inf \left\{ \|f - T_l\|_p : \{T_l(x)\}, l \leq k \right\}$$

Введем следующие обозначения: $\Delta_{2^k}(f) = T_{2^{k+1}}(x) - T_{2^k}(x) = \sum_{\nu=2^k}^{2^{k+1}-1} a_\nu \varphi_\nu(x)$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

Определение [6]. Будем говорить, что $f \in B_{p\theta}^r[0,1]$, если $f \in L_p[0,1]$ и конечна величина $\|f; B_{p\theta}^r\| = \|f\|_p + \left\{ \sum_{k=0}^{+\infty} 2^{k\theta r} E_{2^k}^\theta(f)_p \right\} < +\infty$ которая является нормой.

Теорема. Пусть $f \in L_p[0,1]$, $1 < p < +\infty$ и $f \approx \sum_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$ - ее ряд Фурье-Прайса.

Если для некоторых p, q, θ, r таких что $1 < p < q < \theta < +\infty$ и $r > \frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ ряд

$\sum_{k=0}^{+\infty} 2^{k(r\theta + \frac{\theta}{p} - \frac{\theta}{q})} \|\Delta_{2^k}(f)\|_p^\theta$ сходится то $f \in B_{p\theta}^r[0,1]$, где $1 < p < +\infty$, $1 < \theta < +\infty$, $r > 0$.

Список использованных источников

1. Бесов О.В. Исследование одного семейства функциональных пространств в связи с теоремами вложения и продолжения // Труды матем. ин-та им. В.А. Стеклова. Сб. ст. - Москва, 1961. - Т. 60. - С. 42-81.
2. Бокаев Н.А., Игенберлина А.Е. Об одном ядре, связанном с системой Уолша и об изоморфизме функций классов Бесова на двоичной группе // Материалы конф. "Теория функции и вычислительные методы", - Астана, 2007. - С. 64-65.
3. Onnewer C.W., Weyi S. Homogenous Besov spaces on locally compact Vilenkin groups // Studia Math. Т.Х С III, - 1989. - Р. 17-39.
4. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша. - М: Наука, 1987. - 344 с.
5. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. -М. 1961. -937 с.
6. Смаилов Е.С., Бимендина А.У. Неулучшаемость предельной теоремы вложения разных метрик для пространств Бесова с базисом Прайса // Вестник Казахстанского национального университета. -Серия математика. -2009. -№2(61). -С. 22-29.