

Қ.Жетпісов, Н.С.Тоқмағамбетов, Н.Зайтхан

*Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: nari\_07@mail.ru)*

## Индукция әдісі бойынша дидактикалық бірліктер жүйесінің математикалық моделін құру

Мақалада дидактикалық бірліктер жүйесін квазиреттелген жиын ретінде құрудың әдістемесі қарастырылған. Индукция әдісі бойынша алгебраның «Группалар» бөлімі үшін дидактикалық бірліктер жүйесінің математикалық моделі құрылған және оқып зерттелген. Алгебраның «Группалар» бөлімінің дидактикалық бірліктер жүйесінің бағдарланған графы және оның сыбайластық, инцидентінің матрицалары құрылған. Осы арқылы дидактикалық бірліктердің арасындағы логикалық байланыстардың құрылымы мен тәуелділіктерінің толық сипаттамасы берілген.

*Кілтті сөздер:* алгебра, дидактикалық бірліктер, граф, матрица, группа, композиция, гомоморфизм, изоморфизм, қатынас, процесс.

Математикалық пәндерде дидактикалық бірліктер ретінде ұғымдар мен анықтамаларды қарастыру қабылданған. Оларға жататындар:

- қатынастар және олардың түрлері;
- ұғымдар мен қатынастардың қасиеттері;
- қарапайым әдістер мен алгоритмдер;
- теоремалар және олардың дәлелдеулері;
- есептер және есептердің шешімдері.

Оқытуға қойылатын талапқа байланысты дидактикалық бірліктер бөлінуі немесе жинақталуы мүмкін.

Берілген пәннің нақты бөлігінің негізі бола отырып, дидактикалық бірліктер жиыны осы бөлімнің (немесе пәннің барлығын толығымен) мазмұнын анықтайды. Осыған байланысты оларды енгізу тәртібі осы пәнді оқып-үйренуде маңызды рөл атқарады. Аз көлемді дидактикалық бірліктер жиынында эмпирикалық негізде (осы бірліктердің арасындағы ерекшеліктерді талдау арқылы) аса көп қиындықсыз оларды оқып-үйренудің ретін оңай анықтауға болады. Егер пәннің көп көлемдегі бөлімінің дидактикалық бірліктер жүйесінің реттеп енгізілуін анықтау мақсаты қойылса, онда тек қана эмпирикалық пайымдауға сүйеніп, бұл есептің тиімді шешімін табу оңайға соқпайды. Математикалық логика тұрғысынан алғанда дидактикалық бірліктер қарапайым немесе күрделі тұжырымдарды құрайды.

Айталық,  $M = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  — кейбір дидактикалық бірліктер жиыны болсын. «Логикалық салдар» қатынасы, яғни  $M$  жиынында

$$(\forall x, y \in M)((xPy \Leftrightarrow x \rightarrow y))$$

ережесімен анықталған  $P$  қатынасы (осы жиындағы), квазиреттік қатынас болады.

$P$  қатынасы рефлексивті және транзитивті, бірақ жалпы жағдайда антисимметриялы болмайды. Бұл бір объектілер класының әр түрлі анықтамалар арқылы берілуіне; көптеген теоремалардың (есептердің) әр түрлі әдістермен дәлелденуіне (шешуіне); тең күшті теоремалардың бар болуына; көптеген объектілердің математиканың даму процесінде, әр түрлі аттарға (заттық сандар және нақты сандар, полиномдар және көпмүшеліктер, бейнелеулер және функциялар және т.б.) ие болуына байланысты.

Белгілі технологияны пайдаланып, квазиреттелген  $\langle M; P \rangle$  жиынынан бөліктік реттелген  $\langle M^*; P^* \rangle$  жиынына көшуге болады [1]. Мұндағы  $M/\sim_P$  фактор-жиыны  $M$  жиынында « $\sim_P$ » эквиваленттік қатынасы бойынша

$$(\forall x, y \in M)((x \sim_P y) \Leftrightarrow ((xPy) \& (yPx)))$$

ережесімен беріледі, ал  $M^*$  жиынындағы  $P^*$  бөліктік рет келесі түрде анықталады:

$$(\forall [x]_{\sim_p} \in M^*) (\forall [y]_{\sim_p} \in M^*) ([x]_{\sim_p} P^* [y]_{\sim_p} \Leftrightarrow (xPy)).$$

Осы анықтамаларды пайдаланып, бөліктік реттелген  $\langle M; P \rangle$  жиынын берілген  $M$  дидактикалық бірліктер жиынының моделі деп санауға болады.  $\langle M; P \rangle$  моделінен логикалық байланыстар жүйесіне табиғи көшуді көрнекі кескіндеу үшін  $P$  қатынасы  $M$  жиынындағы дидактикалық бірліктер мен оның бағдарланған  $G(P)$  графының арасында байланыс орнатады [2].  $G(P)$  графы бойынша осы графтың сыбайлас төбелерінің  $M(G) = \|a_{ij}\|$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ ) квадраттық матрицасы құрылады.  $\langle M; P \rangle; G(P); M(G)$  дидактикалық бірліктер жиынының көріністері бір-бірінің изоморфты көшірмелері болады және алгебралық тұрғыдан бір-біріне тең. Осыған қарамастан, есептің қойылымы мен шешуінің дидактикалық бірліктер жиынына байланысты ерекшеліктері бір жағдайда біреуіне басымдылық берсе, екінші жағдайда басқасы басымдылыққа ие.

Жеке жағдайда  $M(P)$  моделіне қатысты алатынымыз:

а)  $\langle M; P \rangle$  моделінің минималды (максималды) элементтер жиынтығы дидактикалық бірліктер жиынының бірінші (соңғы) кезекте оқып-үйренуге қажетті жиынтығын анықтайды;

ә)  $\langle M; P \rangle$  бөліктік реттелген жиын болғандықтан, онда ұзындығы  $l \geq 2$  болатын тұйықталған тізбек жоқ (басқаша сөзбен айтқанда, бұл модель қарама-қайшы тұжырымдарды туындататын алғы шарттардың болмайтындығына кепілдік береді).

Теориялық тұрғыдан  $\langle M; P \rangle$  моделі  $M$  жиынының дидактикалық бірліктерінің арасындағы логикалық байланыстардың құрылымы мен тәуелділіктерін біршама толық бейнелейді, бірақ осыған қарамастан, практикалық қолдануда белгілі бір нақтылауды қажет етеді.

Практикада  $M$  жиынындағы дидактикалық бірліктердің арасындағы байланыстар мен тәуелділіктерді анықтау үшін әдетте

$$(\forall x, y \in M) (xP'y \Leftrightarrow y) \quad (1)$$

дидактикалық бірлігін оқып-үйрену  $x$  дидактикалық бірлігіне сүйеніп жүргізіледі) ережесімен анықталған  $P'$  қатынасы қолданылады.  $P'$  қатынасы рефлексивті емес, себебі « $x$  дидактикалық бірлігін оқып-үйренуді  $x$  дидактикалық бірлігінің өзіне сүйеніп жүргіземіз» деген сөздің мағынасы жоқ.

$P'$  қатынасы басқа да себептермен  $P$  қатынасымен толығымен теңбе-тең емес. Бұл  $P'$  қатынасы бойынша салыстыруға болмайтын көлемдері бос болмайтын ортақ бөліктері бар ұғымдардың бар болуына байланысты. Осыған байланысты, практикада  $M$  жиынындағы дидактикалық бірліктердің арасындағы байланыстар мен тәуелділіктердің  $P'$  қатынасына сәйкес келуші  $G(P')$  графында ұзындығы  $l \geq 2$  контурлы тұйықталған тізбектер пайда болуы мүмкін. Бұл жағдайда логикалық сабақтастықты қатаң сақтау мақсатында мұндай контурларды анықтау және тұйық емес тізбекке түрлендіру қажет болады (кейбір қабырғаларды алып тастау арқылы немесе дидактикалық бірліктерді бөлу арқылы) және тек осыдан кейін ғана оларды оқып-үйренудің ретін анықтауға көшеміз.

Бұл есептің шешуін матрицалар теориясының көмегімен алуға болады [3]. Қысқарту үшін  $M(G)$  матрицасын  $A$  арқылы белгілейік. Бұл матрицаның келесі қасиеттерін атап өтейік: кез келген  $x_i, x_j \in M$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) үшін

$$1) \quad a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{егер } (x_i P' x_j); \\ 0, & \text{егер } \neg(x_i P' x_j). \end{cases} \quad (2)$$

2) Егер  $A^m = \|b_{ij}\|$  болса, онда  $b_{ij} \in N$  және ол  $x_i$ -ден  $x_j$ -ке баратын ұзындығы  $m$  болатын жолдардың санына тең (ескеретініміз,  $x_i$ -ден  $x_j$ -ке баратын ұзындығы  $m$  болатын жолдардың құрамында жарты жол ретінде контур да болуы мүмкін).

3) Айталық,  $A^m = \|b_{ij}\|$ ;  $A^{m+1} = \|c_{ij}\|$  болсын. Егер  $b_{ij} \neq 0, c_{ij} = 0$  болса, онда  $x_i$  төбесінен  $x_j$  төбесіне апаратын жолдың максималды ұзындығы  $m$ -ге тең (бұдан шығатын қорытынды:  $x_i$  және  $x_j$  төбелерін қосатын барлық жолдар жай болады) ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ).

4) Егер  $A$  матрицасының нөлдік бағанасы болмаса, онда  $G(P')$  графының құрамында ұзындығы  $l \geq 2$  болатын контур болады.

Осы қасиеттерді негізге алып,  $G(P')$  графында контурдың болмауының келесі белгілерін аламыз:

$G(P')$  графында контур болмайды, сонда тек қана сонда, егер  $A^n$  — нөлдік матрица болса (мұндағы  $n - M$  жиынындағы дидактикалық бірліктердің саны). Шындығында, егер  $M$  жиынында  $n$  дидактикалық бірлік болса, онда графтағы жай жолдардың максималды мүмкін ұзындығы  $(n - 1)$ -ден аспайды.  $A$  матрицасын  $n$ -ші дәрежеге шығару (тіптен,  $n$  мүмкін үлкен мәнінде) компьютерде қолданған жағдайда күрделі есеп болмайды. Контурларды анықтау мен құтылу процедурасын бірнеше қайтара қолданудан соң, біз  $G(P')$  графы мен оның  $A = M(G)$  матрицасына көшеміз. Оларды талдау  $M$  жиынындағы дидактикалық бірліктерді оқып-үйрену тізбегін (ретін) анықтауға мүмкіндік береді. Тізбекті (ретті) анықтау процесі  $A$  матрицасының келесі қасиеттеріне негізделеді: егер  $A$  матрицасының  $j$ -ші бағанасы нөлдік болса, онда  $x_j$  элементі  $\langle M; P' \rangle$  моделінде минималды элемент болады (яғни  $x_j$  дидактикалық бірлігін бірінші кезеңде оқып-үйрену керек). Себебі  $j$ -ші бағанада нөлдердің болуы  $x_j$  дидактикалық бірлігінің  $M$  жиынының басқа дидактикалық бірліктерін оқып-үйренуде қолданылмайтындығы туралы айтады ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).

Сонымен, дидактикалық бірліктерді оқып-үйрену кезегі қадам бойынша анықталатын болады:

1-қадам. Айталық,  $A_1 = A$  матрицасының нөлдік бағаналарының номерлері  $j_1^{(1)}, j_2^{(1)}, \dots, j_{k_1}^{(1)}$  болсын. Онда  $x_{j_1^{(1)}}, x_{j_2^{(1)}}, \dots, x_{j_{k_1}^{(1)}}$  дидактикалық бірліктері бірінші кезекте оқып-зерттелетін болады. Әрі қарай  $A_1$  матрицасының  $j_1^{(1)}, j_2^{(1)}, \dots, j_{k_1}^{(1)}$  номерлі жолдары мен бағаналарын сызып тастаймыз да шыққан матрицаны  $A_2$  арқылы белгілейміз және келесі қадамға көшеміз.

2-қадам. Айталық,  $A_2$  матрицасының нөлдік бағаналары  $j_1^{(2)}, j_2^{(2)}, \dots, j_{k_2}^{(2)}$  болсын. Онда  $x_{j_1^{(2)}}, x_{j_2^{(2)}}, \dots, x_{j_{k_2}^{(2)}}$  дидактикалық бірліктері екінші кезекте (кез келген ретте) оқып-зерттелуі керек. Енді  $A_2$  матрицасының  $j_1^{(2)}, j_2^{(2)}, \dots, j_{k_2}^{(2)}$  номерлі жолдары мен бағаналарын сызып тастап, шыққан матрицаны  $A_3$  арқылы белгілейміз және келесі қадамға көшеміз және т.т.

Бұл қадамдық процесс  $A$  матрицасының соңғы жолы мен соңғы бағанасы сызылып біткенше жүргізілетін болады. Нәтижесінде дидактикалық бірліктер жиыны  $M$  топтарға бөлінеді:

$$\begin{aligned} & x_{j_1^{(1)}}, x_{j_2^{(1)}}, \dots, x_{j_{k_1}^{(1)}}; \\ & x_{j_1^{(2)}}, x_{j_2^{(2)}}, \dots, x_{j_{k_2}^{(2)}}; \\ & \dots; \\ & x_{j_1^{(s)}}, x_{j_2^{(s)}}, \dots, x_{j_{k_s}^{(s)}}. \end{aligned}$$

Дидактикалық бірліктер топтары алынған рет бойынша оқып-зерттеледі, ал әрбір жеке топтар шеңберінде дидактикалық бірліктер бір-бірінен тәуелсіз, сондықтан оларды кез келген ретте оқып-зерттеуге болады.

Жоғарыда баяндалған технологияның қолданылуын «Группалар» бөлімін оқып-зерттеу мысалында көрсетейік. Бұл бөлім көптеген (логико-алгебралық) теоретико-алгебралық бағыттағы пәндердің дәстүрлі құраушысы болып табылады [4].

Бұл тараудың материалдарын талдау оның мазмұнының негізінде жатқан келесі дидактикалық бірліктер жүйесін бөліп алуға әкеледі: 1) жиын; 2) элементтің жиынға тиісі болу қатынасы; 3) жиында анықталған амалдар; 4) бос жиын; 5) реттелген парлар; 6) декарттық көбейтінді; 7) жиындардың арасындағы сәйкестіктер; 8) сәйкестіктердің анықталу облысы және мәндер жиыны; 9) сәйкестіктердің композициясы; 10) екіорынды және бірорынды амалдар; 11) амалдың қасиеттері (ассоциативтілігі, коммутативтілігі, иденпотенттігі); 12) кері элемент; 13) бірлік элемент; 14) ішкі жиын; 15) ішкі группа; 16) элементтің реті; 17) группаның түрлері; 18) нормаль бөлгіш; 19) фактор-жиын; 20) іргелес кластар; 21) фактор-группа; 22) группалардың гомоморфизмі; 23) гомоморфизмнің ядросы; 24) гомоморфизмнің мәндер жиыны; 25) группалардың изоморфизмі; 26) гоморфизм және изоморфизм туралы теоремалар.

Жоғарыда келтірілген нөмерлеуге сәйкес  $x_i$  элементтерін енгіземіз. Бұл элементтер осы дидактикалық бірліктерге сәйкес келеді ( $i = 1, 2, \dots, 26$ ). Шын мәнісінде,

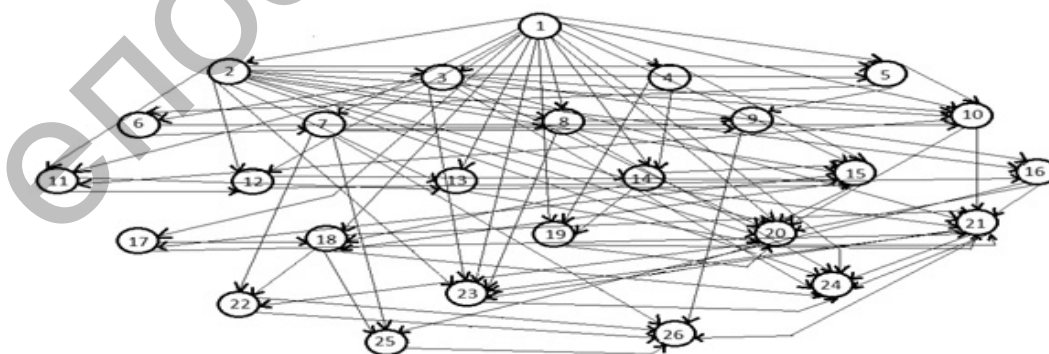
$$M = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, 26\}$$

жиынының дидактикалық бірліктерінің арасындағы байланыс пен тәуелділікті анықтаймыз. Ол үшін (1) ережесімен анықталған  $P = P'$  қатынасын пайдаланамыз.  $M$  жиынының элементтерінің арасындағы  $P$  байланысы мен тәуелділікті тікелей анықтау арқылы бағытталған  $G(P)$  графын аламыз. Бұл графтың төбелер жиыны  $M$  жиынының элементтері болады. Төбелердің реттелген  $\langle x_i, x_j \rangle$  парлары графтың бағытталған қабырғасы болады, сонда, тек қана сонда, егер  $x_i P x_j$  ( $i, j \in \{1, 2, \dots, 26\}$ ) болса.  $G(P)$  графы бойынша (2) ережені пайдаланып, 26-ші ретті  $A(P) = \|a_{ij}\|$  матрицасын құрамыз ( $i, j \in \{1, 2, \dots, 26\}$ ).

$A(P)$  матрицасының жолдары мен бағаналарының нөмірлеуін әріректе бастапқы нөмірлеу деп атайтын боламыз. Дидактикалық бірліктерді оқып-зерттеу кезектілігі жоғарыда көрсетілген қадамдық процесс бойынша іске асырылады. Осы арқылы  $M$  жиынының дидактикалық бірліктері кластарға бөлінеді (сур. және кестені қара).

$G(P)$  графы

$A(P)$  матрицасының графы



Сурет.  $A_1 = A = A(P)$  матрицасы

$A_2$  матрицасы

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
2	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1-қадам.  $A_1 = A$  матрицасында тек бір ғана нөлдік бағана  $j_1^{(1)} = 1$  бар. Онда  $x_1 = x_{j_1^{(1)}}$  дидактикалық бірлігі бірінші кезекте оқытылады.  $A$  матрицасының бірінші жолы мен бірінші бағанасын сызып тастап қалған матрицаны  $A_2$  арқылы белгілейміз және келесі қадамға көшеміз.

2-қадам.  $A_2$  матрицасында нөлдік бағаналар  $j_1^{(2)} = 2, j_2^{(2)} = 4$  бар. Онда  $x_2 = x_{j_1^{(2)}}, x_4 = x_{j_2^{(2)}}$  дидактикалық бірліктері екінші кезекте оқытылады.

$A_2$  матрицасының бірінші және үшінші бағаналары мен бірінші және үшінші жолдарын сызып тастап қалған матрицаны  $A_3$  арқылы белгілейміз және келесі қадамға көшеміз. Осы процесті одан әрі жалғастырамыз.

Бұл қадамдық процесс  $A$  матрицасының соңғы жолы мен соңғы бағанасы сызылып біткенше жүргізілетін болады.

Нәтижесінде дидактикалық бірліктер жиыны  $M$  топтарға бөлінеді:

1-қадам.	$x_1 = x_{j_1^{(1)}};$	$j_1^{(1)} = 1;$
2-қадам.	$x_2 = x_{j_1^{(2)}}, x_4 = x_{j_2^{(2)}};$	$j_1^{(2)} = 2, j_2^{(2)} = 4;$
3-қадам.	$x_3 = x_{j_1^{(3)}}, x_{14} = x_{j_2^{(3)}};$	$j_1^{(3)} = 3, j_2^{(3)} = 14;$
4-қадам.	$x_5 = x_{j_1^{(4)}}, x_{19} = x_{j_2^{(4)}};$	$j_1^{(4)} = 5, j_2^{(4)} = 19;$
5-қадам.	$x_6 = x_{j_1^{(5)}};$	$j_1^{(5)} = 6;$
6-қадам.	$x_7 = x_{j_1^{(6)}}, x_{10} = x_{j_2^{(6)}};$	$j_1^{(6)} = 7, j_2^{(6)} = 10;$
7-қадам.	$x_8 = x_{j_1^{(7)}}, x_{11} = x_{j_2^{(7)}};$	$j_1^{(7)} = 8, j_2^{(7)} = 11;$
8-қадам.	$x_9 = x_{j_1^{(8)}}, x_{12} = x_{j_2^{(8)}}, x_{13} = x_{j_3^{(8)}};$	$j_1^{(8)} = 9, j_2^{(8)} = 12, j_3^{(8)} = 13;$
9-қадам.	$x_{15} = x_{j_1^{(9)}}, x_{16} = x_{j_2^{(9)}};$	$j_1^{(9)} = 15, j_2^{(9)} = 16;$
10-қадам.	$x_{17} = x_{j_1^{(10)}}, x_{20} = x_{j_2^{(10)}};$	$j_1^{(10)} = 17, j_2^{(10)} = 20;$
11-қадам.	$x_{18} = x_{j_1^{(11)}};$	$j_1^{(11)} = 18;$
12-қадам.	$x_{21} = x_{j_1^{(12)}}, x_{22} = x_{j_2^{(12)}}, x_{25} = x_{j_3^{(12)}};$	$j_1^{(12)} = 21, j_2^{(12)} = 22, j_3^{(12)} = 25;$
13-қадам.	$x_{23} = x_{j_1^{(13)}}, x_{26} = x_{j_2^{(13)}};$	$j_1^{(13)} = 23, j_2^{(13)} = 26;$
14-қадам.	$x_{24} = x_{j_1^{(14)}};$	$j_1^{(14)} = 24.$

Сонымен, дидактикалық бірліктер жиыны  $M$  келесі кластарға бөлінеді:

$$\{x_1\}; \{x_2, x_4\}; \{x_3, x_{14}\}; \{x_5, x_{19}\}; \{x_6\}; \{x_7, x_{10}\}; \{x_8, x_{11}\}; \{x_9, x_{12}, x_{13}\}; \{x_{15}, x_{16}\}; \{x_{17}, x_{20}\}; \{x_{18}\}; \\ \{x_{21}, x_{22}, x_{25}\}; \{x_{23}, x_{26}\}; \{x_{24}\}.$$

Жоғарыда атап өткендей, алынған дидактикалық бірліктер кластары анықталған рет бойынша оқып-зерттеледі, ал әрбір кластағы дидактикалық бірліктері кез келген ретте оқып-үйренуге болады.

#### Әдебиеттер тізімі

- 1 Скорняков Л.А. Элементы теории структур. — М.: Наука, 1970. — 148 с.
- 2 Оре О. Теория графов. — М.: Наука, 1968. — 352 с.
- 3 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — М.: Наука, 1975. — 431 с.
- 4 Гончаров С.С., Дроботун Б.Н., Никитин А.А. Жоғары оқу орындарында алгебралық жүйелерді оқып-үйренудің әдістемелік аспектілері / Орыс. ауд. Қ.Жетпісов, Ж.А.Түсіпов: Моногр. — Қарағанды: ЦНТИ баспасы, 2012. — 202 б.

К.Жетписов, Н.С.Токмагамбетов, Н.Зайтхан

## Построение математической модели системы дидактических единиц методом индукции

В статье рассмотрена методика построения системы дидактических единиц как квазиупорядоченное множество. Методом индукции построена и изучена математическая модель системы дидактических единиц для раздела алгебры «Группы». Построены ориентированный граф и матрицы смежности, системы инцидентности дидактических единиц для раздела алгебры «Группы». Таким образом, дано полное описание состава логических связей и зависимости связей между дидактическими единицами.

K.Zhetpisov, N.S.Tokmagambetov, N.Zaytkhan

## Construction of the mathematical model of the system of didactic units by induction

In this paper, the technique of construction of the system of didactic units as quasi-ordered set is considered. By induction the mathematical model of the didactic units for the section of algebra «Group» is constructed and is studied. We have constructed the directed graph and the adjacency matrix, systems of incidence of didactic units for the section of algebra, «the Group». Thus a full description of the composition of logical connections and the description of the dependence of the connections between the didactic units are given.

### References

- 1 Skorniyakov L.A. *The elements of structure's Theory*, Moscow: Nauka, 1970, p. 148.
- 2 Ore O. *Theory of graphs*, Moscow: Nauka, 1968, p. 352.
- 3 Kurosh A.G. *The course of higher algebrы*, Moscow: Nauka, 1975, p. 431.
- 4 Goncharov S.S., Drobotun B.N., Nikitin A.A. *Methodical aspects of studing of algebraic systems on the higher educational institution* / Was transl. by Zhetpisov K., Tusipov Zh.: A Monogr, Karagandy: Publ. house CNTI, 2012, p. 202.

УДК 517.927.25

Н.С.Иманбаев, А.С.Муратов, З.Абдулсаматкызы

*Международный казахско-турецкий университет им. Х.А.Ясави, Туркестан (E-mail: Imanbaevnur@mail.ru)*

## О базисности систем, связанных с нагруженными дифференциальными уравнениями второго порядка

В статье исследованы базисные свойства нагруженного дифференциального уравнения второго порядка. Установлены устойчивость и неустойчивость базисных свойств корневых функций. Получены сведения об устойчивости и неустойчивости базисных свойств системы корневых функций при образовании базиса Рисса. Доказано биортогональное разложение в ряд Фурье по системе собственных и присоединённых функций невозмущённой спектральной задачи Самарского-Ионкина.

*Ключевые слова:* нагруженное уравнение, корневые функции, всюду плотное, собственные значения, кратность, сопряжённость.

Вопрос о базисности корневых функций оператора с общими интегральными краевыми условиями положительно решен в [1], где доказана базисность Рисса со скобками при условии регулярности по Биркгофу [2] краевых условий невозмущённой задачи, а при дополнительном предположении усиленной регулярности — базисность Рисса. Задача Самарского-Ионкина для оператора кратного дифференцирования является регулярным краевым условием, но не усиленно регулярным краевым