3. *Тунгатаров А.Б.* О некоторых интегральных операторах в теории обобщенных аналитических функций // Дифференциальные уравнения. — 1989. — Т. 25. — № 2. — С. 345–348.
4. *Тунгатаров А.Б.* Об одном классе эллиптических систем на плоскости с сингулярной точкой // Дифференциальные уравнения. — 1990. — Т. 26. — № 10. — С. 1805–1816.
5. *Тунгатаров А.* О свойствах одного интегрального оператора в классах суммируемых функций // Известия АН КазССР. Сер. физ.-мат. — 1985. — № 5(126). — С. 58–62.
6. *Бицадзе А.В.* Основы теории аналитических функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1984. — 320 с.

УДК 656.13.07:55

А.М.Омаров

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С УЧЕТОМ ВРЕМЕННЫХ ГРАФИКОВ

Мақалада үлестірімдік типті екі есеп қарастырылады. Бірінші есеп транспорттық құралдардың тиімді қолдануын есепке алумен байланысты болса, екіншісі көлік желілерді үлестіруге арналған. Бұл есептер түрлендірулердің көмегімен транспорттық есепке келтіріліп, белгілі әдістермен іске асады.

Two problems of the distributing type are considered in article. The first problem is connected with account of the return the transport facilities, but the other — with sharing the transport on line. These problems by means of transformations are reduced to transport problem, which are realized by known methods.

В процессе выработки плановых решений приходится формализовать зависимости между отдельными элементами экономической системы, применять математический аппарат, общие кибернетические закономерности и принципы, т.е. использовать экономико-математические методы.

Эффективное применение этих методов требует их серьезного и глубокого изучения, а значит, определенной систематики и классификации.

Любая классификация подчинена целям исследования или анализа того или иного явления.

В соответствии с целью исследования явления выбирается и классификационный признак. Поскольку целью изучения экономико-математических методов являются раскрытие механизма их реализации, определение области наиболее эффективного использования, то и в качестве классификационного признака можно принять, например, характер используемого математического аппарата. По этому признаку можно выделить методы классической и прикладной математики [1].

Решение распределительной задачи, и в еще большей степени общей задачи, линейного программирования требует большого объема данных и вычислений. Даже при нескольких переменных нужно время для заполнения и пересчета таблиц. Если же число переменных измеряется десятками или даже сотнями, то решение задач вручную становится нереальным. В этом случае расчеты ведут на современных персональных компьютерах, которые при быстродействии в сотни тысяч операций в секунду позволяют быстро получить конечный результат.

При планировании перевозок товара возникает необходимость в определении кратчайших расстояний между автотранспортными предприятиями, пунктами производства и потребления. Кроме того, кратчайшие расстояния являются основой при оплате клиентами транспортных услуг. Они необходимы также для определения грузооборота автотранспортного предприятия, учета расхода топлива, расчета заработной платы водителей и т.п.

В практике перевозок встречаются такие распределительные задачи, когда нужно осуществлять поставки грузов в назначенное время. Такие задачи характерны для перевозок строительных и торговых грузов. Например, строительство часто ведется по монтажному графику. В графике для каждого дня указано, какие строительные изделия или детали, в какое время суток должны быть доставлены или смонтированы на строящемся объекте. Если строительство ведется без промежуточного складирования, по методу монтажа «с колес», то автомобиль обязан к заданному времени прибыть на строящийся объект.

Из торговых грузов можно назвать, например, скоропортящиеся продукты питания, для быстрой реализации которых торговые предприятия указывают наиболее удобное для них время завоза.

В задачах подобного рода ищется совокупность допустимых маршрутов, которые минимизируют порожние пробеги. Допустимый маршрут в данном случае, наряду с другими ограничениями, содержит требование соблюдения заданных графиков.

Решать задачи в такой постановке можно методом пошаговой оптимизации, проверяя на каждом шаге допустимость строящегося маршрута.

Помимо названных существуют задачи, в которых построение графиков движения автомобилей осуществляется с целью полного и равномерного использования погрузочно-разгрузочных механизмов.

В этих задачах нужно скоординировать работу автомобильного парка таким образом, чтобы не было скопления его в пунктах погрузки или разгрузки и не было простоя механизмов из-за отсутствия автомобилей. Этого можно добиться внедрением экономико-математических методов в практику сменно-суточного планирования.

Решение подобных задач дает наибольший эффект на массовых перевозках навалочных строительных грузов, таких как щебень, песок, гравий и т.д.

Методику расчета таких задач рассмотрим на примере перевозки щебня на строительные площадки.

Пусть задано пять строительных площадок ($m=5$) C_1, C_2, C_3, C_4 и C_5. Их обслуживают автомобили-самосвалы Зил-130, которые доставляют щебень из карьера K. Время простоя автомобиля под погрузку, согласно нормам, 3 минуты ($t_n=3$), а время простоя под разгрузкой составляет 2 минуты ($t_p=2$). Время оборота «карьер–стройка–карьер» t_{0i} для данных строек C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 и число оборотов n_{0i} указаны в следующей таблице.

Таблица 1

Время и число оборотов

C / K	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Время оборота	39	21	27	45	33
Число оборотов	3	6	5	2	4

Требуется построить такой план перевозок по часовым графикам, чтобы обеспечить равномерное прибытие автомобилей к пункту погрузки.

Метод решения предполагает работу с условной единицей времени, равной времени погрузки t_n. Тогда время оборота можно определить из соотношения

$$\tau_i = \frac{t_{0i}}{t_n}.$$

Значения τ_i и n_{0i} представлены в таблице 2.

Таблица 2

Условная единица времени и оборота

Показатель	Получатель				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
τ_i	13	7	9	15	11
n_{0i}	3	6	5	2	4

Общее количество груженых поездок

$$n_e = \sum_{i=1}^{m} n_{0i} = 3+6+5+2+4 = 20.$$

Предполагаемый алгоритм дает возможность определить количество автомобилей-самосвалов S для выполнения перевозок и, назначив им последовательно отправление с первой груженой ездкой в моменты 1, 2, …, S, представить график остальных $(n_e - S)*S$ выездов из карьера.

Номер столбца матрицы соответствует номеру автомобиля, количество столбцов определяет количество транспортных единиц, а номер строки соответствует номеру отправки.

В каждой строке матрицы отмечается звездочкой (*) только один элемент, так как в один и тот же момент пост погрузки не в состоянии обеспечить более одной отправки и, если это условие не соблюдается, то возникают простои транспортных средств.

Значение отмеченного элемента равно времени оборота при маятниковой поездке, после которой автомобиль вновь становится под погрузку. В матрице не должно быть ни одной строки, в которой нет отмеченного элемента. В противном случае будет иметь место простой механизма.

Данный алгоритм позволяет за один просмотр матрицы распределить все поездки по автомобилям. Покажем действие данного алгоритма по шагам.

Шаг 1. Прежде всего определяем количество автомобилей, необходимых для выполнения перевозок при бесперебойной работе поста погрузки согласно следующей формуле [2]:

$$S = \frac{Nt_0}{t_n \alpha_n}, \qquad (1)$$

где N — число постов погрузки; t_0 — время оборота; t_n — время простоя под погрузкой; α_n — коэффициент неравномерности прибытия автомобилей на пост погрузки.

Для нашей модельной задачи количество постов $N = 1$, коэффициент неравномерности прибытия автомобилей на погрузку $\alpha_n = 1$.

Время оборота вычисляется как средневзвешенная величина

$$t_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_{0i} n_{0i}}{n_e}.$$

Преобразуем формулу (1) и подставим в нее заданные исходные величины:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_{0i} n_{0i}}{n_e t_n} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \tau_i n_{0i}}{n_e} = \frac{13*3+7*6+9*5+15*2+11*4}{20} = 10.$$

Округляя дробное значение S в сторону увеличения до ближайшего целого, получим: количество автомобилей равно 10.

Шаг 2. Подготавливаем матрицу (см. табл. 3) размером

$$(n_e - S)S = (20-10)10 = 10*10.$$

Таблица 3

Создание матрицы перевозок груза

Номер момента	Время ч:мин	Номер автомобиля									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Время, ч:мин									
		8:00	8:03	8:06	8:09	8:12	8:15	8:18	8:21	8:24	8:27
11	8:30	10	9*	8	7	6	5	4	3	2	1
12	8:33	11*	1	9	8	7	6	5	4	3	2
13	8:36	1	2	10	9*	8	7	6	5	4	3
14	8:39	2	3	11*	1	9	8	7	6	5	4
15	8:42	3	4	1	2	10	9*	8	7	6	5
16	8:45	4	5	2	3	11*	1	9	8	7	6
17	8:48	5	6	3	4	1	2	10	9*	8	7
18	8:51	6	7	4	5	2	3	11*	1	9	8
19	8:54	7	8	5	6	3	4	1	2	10	9*
20	8:57	8	9	6	7	4	5	2	3	11	1
Занятость автомобилей		11	9	11	16	11	9	11	9	0	9
τ_i для последних автомобилей		7*	15*	7*	7*	7*	13*	7*	13*	15*	13*

Номер столбца в ней соответствует номеру автомобиля, а номер строки соответствует номеру момента, начиная с $(S+1)$.

Считаем, что в первый момент на погрузку встал первый автомобиль, во второй — второй и так далее, в десятый момент — десятый автомобиль. Начиная с 8 часов утра, когда начинается утренняя смена погрузочного механизма, каждому моменту времени погрузки в таблице 3 поставим в соответствие текущее время.

Шаг 3. После подготовки матрицы заполняем ее первую строку. Она соответствует 11-му моменту. В строке записываем, сколько времени прошло с момента предыдущей погрузки каждого автомобиля. Для первого автомобиля прошло 10 моментов, для второго — 9 и так далее, для десятого — 1 момент.

Шаг 4. Ищем максимальное число в первой строке, но такое, чтобы оно было равно продолжительности оборота (см. табл. 2). Таким является число 9, которое соответствует времени оборота в пункте C_3. Помечаем звездочкой (*). Это значит, что в 11-й момент второй автомобиль после поездки в пункт C_3 вновь становится под погрузку. Отмечаем, что в в пункт C_3 одна поездка выполнена. Для этого значение в таблице 2 уменьшим на 1.

Шаг 5. Заполняем вторую строку (12-й момент). Вновь записываем, сколько времени прошло для каждого автомобиля с момента предыдущей погрузки. Для всех автомобилей, кроме второго, это время увеличится на 1 момент по сравнению с предыдущим значением. Для второго автомобиля оно станет равным 1, так как в предыдущий момент автомобиль находился под погрузкой.

Шаг 6. Опять находим максимальное число, равное времени оборота. Это число равно 11. Помечаем ее звездочкой, что означает постановку под загрузку первого автомобиля после его поездки в пункт C_5. В таблице 2 значение n_{0i} уменьшаем на 1.

В 20-й момент максимальное время оборота равно 11, но все поездки в пункт C_5 уже выполнены. Поэтому помечается звездочкой следующее по величине время, равное 7, означающее, что в 20-й момент на погрузку назначен четвертый автомобиль после поездки его в пункт C_2.

Таким образом, если все поездки в пункт C_i выполнены, в строке матрицы находится следующая по величине продолжительность оборота.

Если в строке помечать звездочкой не максимальное число, то может получиться, что автомобили будут вынуждены простаивать в ожидании загрузки щебня.

После заполнения всех строк матрицы некоторые значения n_{0i} останутся положительными (см. табл. 4).

Таблица 4

Условная единица времени и оборота после обработки

Показатель	Получатели				
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
τ_i	13	7	9	15	11
n_{0i}	3	5	0	2	0

Эти поездки должны будут выполняться в конце маршрутов. Назначать поездки целесообразно таким образом, чтобы все автомобили были заняты на перевозках примерно одинаковое время.

Подсчитаем занятость транспортных средств без учета этих поездок. Для этого просуммируем в каждом столбце числа, помеченные звездочкой, и их суммы запишем в 11-й строке нашей матрицы.

Последние поездки распределим по правилу: меньшей сумме соответствует большая продолжительность. Результат запишем в последней строке.

Имея заполненную матрицу, легко расшифровать маршруты автомобилей.

Например, первая груженая поездка маршрута № 1 будет в пункт C_5 (время оборота к нему помечено звездочкой во второй строке), после C_5 должна выполняться поездка в пункт C_2 (звездочка в последней строке 1-го столбца матрицы).

В маршруте-задании нужно не только дать последовательность поездок, но и указать время прибытия в каждый пункт.

Для определения времени движения между карьером K и i-й стройкой используем формулу

$$t_{0i} = t_n + t_{ki} + t_p + t_{ik},$$

где t_{ki} и t_{ik} — время движения между парой соответствующих пунктов.

Считая время движения в прямом и обратном направлениях одинаковым, получим:

$$t_{ki} = \frac{t_{0i} - t_n - t_p}{2}.$$

Например, для стройки C_1 время поездки в обоих направлениях составит

$$t_{k1} = \frac{t_{01} - t_n - t_p}{2} = \frac{39 - 3 - 2}{2} = 17 \text{ мин.}$$

Для остальных строек

$$t_{k2} = 8; \quad t_{k3} = 11; \quad t_{k4} = 20; \quad t_{k5} = 14.$$

Теперь нетрудно составить часовой график работы автомобиля-самосвала. В качестве образца рассмотрим маршрут-задание первого автомобиля

Таблица 5

Маршрут-задание № 1

№ п/п	Время в карьере, ч.мин		Стройка	Время на стройке, ч.мин	
	Прибытия	Убытия		Прибытия	Убытия
1	8.00	8.03	C_5	8.17	8.19
2	8.33	8.36	C_2	8.44	8.46

Таким образом, применение данного алгоритма позволяет построить рациональное использование и равномерное обеспечение автомобильного транспорта по схеме «карьер- стройка- карьер».

Список литературы

1. *Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б.* Задачи линейного программирования транспортного типа. — М.: Наука, 1969. — 256 с.
2. *Кожин А.П.* Математические методы в планировании и управлении грузовыми перевозками. — М.: Высш. шк., 1991. — 296 с.