СЕКЦИЯ «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ»

Абдрахманова Г.М., Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, математика және ақпараттық технологиялар факультеті, Ммат-13 тобынын магистранты
(Ғылыми жетекшісі – м.-ф.ғ.д., профессор ***Акишев Ғ.А.****)*

БЕЙСИММЕТРИЯЛЫҚ САЛМАҚТЫ ЛЕБЕГКЕҢІСТІГІНДЕ С.М. НИКОЛЬСКИЙ ТЕҢСІЗДІГІ

А.А. Марков 1889 жылы белгілі химик Д.И. Менделеевтің сұрауы бойынша $P_n(x)$ алгебралық көпмүшенің туындысының модулін алгебралық көпмүшенің модулі арқылы бағалау жайлы теңсіздікті дәлелдеді. Кейінол теңсіздікті тригонометриялық көпмүше үшін 1951 жылы L_p және L_q кеңістіктері $1 \le p \le q < \infty$ (*p* және *q*) әр түрлі болғанда С.М.Никольский дәлелдеді.

Т е о р е м а 1 (тригонометриялық көпмүшелер үшін әр түрлі метрикадағы теңсіздіктер), [2, б. 133].Егер $1 \le p < q < +\infty$ болса, онда кез келген тригонометриялық көпмүше үшін келесі теңсіздік

$$\|T_n\|_{L_q} \le C(q,p) n^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} \|T_n\|_{L_p}$$

орындалады.С.М.Никольскийдің теңсіздігіне ұқсас теңсіздікті А.И.Козко бейсимметриялық Лебег кеңістігінде дәлелдеді. Мақаламыздын ең басты мақсаты С.М.Никольскийдің теңсіздігіне ұқсас теңсіздікті бейсимметриялық салмақты Лебег кеңістігінде дәлелдеу.

Анықтама 1 Айталық $1 \le p < +\infty$, $-\frac{1}{p} < \alpha < 1 - \frac{1}{p}$, 2π - периодты өлшемді f функциясы үшін келесі интеграл

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^p \cdot |x|^{\alpha p} dx < +\infty,$$

онда $f \in L_{p,\alpha}[-\pi,\pi]$ кеңістігінде жатады және $L_{p,\alpha}[-\pi,\pi]$- салмақты Лебег кеңістігі деп аталады. Осы кеңістікте норма

$$\|f\|_{p,\alpha} = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^p |x|^{\alpha p} dx \right)^{1/p}$$

түрінде анықталады.

Анықтама 2Айталық $p,q \in [1,+\infty)$ сандары берілсін және $-\frac{1}{p} < \alpha < 1 - \frac{1}{p}$, $-\frac{1}{q} < \alpha < 1 - \frac{1}{q}$.Келесі шама

$$\|f\|_{p,q,\alpha} = \|f^+\|_{p,\alpha} + \|f^-\|_{q,\alpha} < +\infty \qquad (1)$$

барлық f функцияларының жиынынбейсимметриялық салмақты Лебег кеңістігі деп атаймыз. Белгіленуі $L_{p,q,\alpha}$.Мақаламызда келесі леммаларды қарастырамыз.

Лемма 1Айталық $p,q \in [1,+\infty)$ сандары берілсін және $-\frac{1}{p} < \alpha < 1 - \frac{1}{p}$, $-\frac{1}{q} < \alpha < 1 - \frac{1}{q}$. $L_{p,q,\alpha}$ кеңістігі келесі шарттарды қанағаттандырады

1. $\|f\|_{p,q,\alpha} = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ барлық жерде дерлік $[-\pi,\pi]$ кесіндісінде;
2. $\|f+g\|_{p,q,\alpha} \le \|f\|_{p,q,\alpha} + \|g\|_{p,q,\alpha}$, $f,g \in L_{p,q,\alpha}[-\pi,\pi]$;
3. $\|\lambda f\|_{p,q,\alpha} = \lambda \|f\|_{p,q,\alpha}$, $f \in L_{p,q,\alpha}[-\pi,\pi]$, $\lambda \in R_+$.

Сонымен *n*-натурал сан, $T_n - n$ дәрежелі барлық тригонометриялық көпмүшеліктердің жиыны, яғни $t_n \in T_n$, онда

$$t_n(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{n}\{a_k\cos kx+b_k\sin kx\}.$$

Мұндағы a_k, b_k сандары тригонометриялық көпмүшеліктің коэффициенттері деп аталады.

Егер $M^+=\|t_n^+\|_\infty, M^-=\|t_n^-\|_\infty, M=\|t_n\|_\infty$ болса , келесі лемма орындалады.

Лемма 2, [4, б 689]. Егер $M^-=-t_n(x_0)\neq 0$ шартын қанағаттандыратындай $n\in N, t_n\in T_n, x_0\in[0,2\pi]$ болады, орнына қойсақ келесі теңсіздік орындалады

$$\varphi(x)=-\frac{M^+ + M^-}{2}\cos nx+\frac{M^+ - M^-}{2},$$

яғни $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{2n},\frac{\pi}{2n}\right]$ үшін $t_n(x+x_0)\leq\varphi(x)$ тенсіздігі орындалады.

Бізгекелесі теңсіздіктер қажет

$$\arccos(1-x)\geq\sqrt{x}\ \text{, егер } 0\leq x\leq 2;$$

$$a^\alpha b^\beta\leq(a+b),\quad a,b,\alpha,\beta\geq 0,\quad \alpha+\beta=1. \tag{2}$$

Лемма 3, [4, б.689].Егер $n\in N, t_n\in T_n, p\in[1,\infty]$ болса, келесі теңсіздіктер орындалады:

a) Егер $M^-=M$ болса, онда

$$M^-\leq\left(\frac{p+1}{\pi}\right)^{1/p} n^{1/p}\|t_n^-\|_p \tag{3}$$

b) Егер $M^-<M^+=M$ болса, онда

$$M^-\leq\left(\frac{p+1}{\pi}\right)^{2/(2p+1)} n^{2/(2p+1)}\|t_n^-\|^{2p/(2p+1)}{}_p(M^+)^{1/(2p+1)}. \tag{4}$$

Лемма 4Айталық $n\in N, t_n\in T_n, p\in[1,\infty]$ және $-\frac{1}{p}<\alpha<1-\frac{1}{p}$ болса, келесі теңсіздіктер орындалады:

a) Егер $M^-=M$ болса, онда

$$M^-\leq C_{p,\alpha}\cdot n^{\frac{\alpha p+1}{p}}\|t_n^-\|_{p,\alpha} \tag{5}$$

b) Егер $M^-<M^+=M$ болса, онда

$$M^-\leq C_{p,\alpha} n^{\frac{2(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\|t_n^-\|^{\frac{2p}{p(\alpha+2)+1}}{}_p(M^+)^{\frac{\alpha p+1}{p(\alpha+2)+1}}. \tag{6}$$

ДәлелдеуіМаксимум $x_0=0$ нүктесінде болсын. $M^-=M\geq M^+$, кез келген $x\in\left[-\frac{\pi}{2n},\frac{\pi}{2n}\right]$ үшін $\varphi(x)\leq 0$ болады. $M^+-M^-\leq 0$, онда

$$\varphi(x)=-\frac{M^+ + M^-}{2}\cos nx+\frac{M^+ - M^-}{2}=-\left[\frac{M^+ + M^-}{2}\cos nx-\frac{M^+ - M^-}{2}\right]\leq 0.$$

Лемма 2 бойынша

$$t_n(x)\leq\varphi(x)\leq M^-\left(\frac{2n}{\pi}|x|-1\right)\leq 0,\ |x|\leq\frac{\pi}{2n}.$$

Сондықтан

$$\|t_n^-\|_{p,\alpha}^p=\int_{-\pi}^{\pi}|t_n^-(x)|^p\cdot|x|^{\alpha p}dx\geq\int_{-\frac{\pi}{2n}}^{\frac{\pi}{2n}}|t_n^-(x)|^p\cdot|x|^{\alpha p}dx\geq 2\int_0^{\frac{\pi}{2n}}(M^-)^p\left(1-\frac{2n}{\pi}x\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\geq 2(M^-)^p\int_0^{\frac{\pi}{2n}}\left(1-\frac{2n}{\pi}x\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx$$

Осыны теңсіздік түріне келтіру жеткілікті. Ол үшін интегралдың қасиетін пайдаланамыз

$$\|t_n^-\|_{p,\alpha}^p\geq 2(M^-)^p\left[\int_0^{\frac{\pi}{4n}}\left(1-\frac{2n}{\pi}x\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx+\int_{\frac{\pi}{4n}}^{\frac{\pi}{2n}}\left(1-\frac{2n}{\pi}x\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\right].$$

Егер $\alpha = 0$ болса, онда (3) теңсіздік орындалады.Егер $\alpha < 0$ болса, онда $x^{\alpha p} \geq \left(\frac{\pi}{4n}\right)^{\alpha p}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx \geq \left(\frac{\pi}{4n}\right)^{\alpha p} \int_0^{\frac{\pi}{4n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p dx,$$

$$\int_{\frac{\pi}{4n}}^{\frac{\pi}{2n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx \geq \left(\frac{\pi}{2n}\right)^{\alpha p} \int_{\frac{\pi}{4n}}^{\frac{\pi}{2n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p dx.$$

Осы теңсіздіктерден келесі формула шығады

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p \geq C_{\alpha,p} \cdot \frac{1}{n^{1+\alpha p}} \cdot \left(M^-\right)^p .$$

Егер $\alpha > 0$ болса, онда $\left(1 + \frac{2n}{\pi}x\right) \geq \left(\frac{1}{2}\right)^p$. Яғни

$$\int_0^{\frac{\pi}{4n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx \geq \left(\frac{1}{2}\right)^p \int_0^{\frac{\pi}{4n}} \cdot x^{\alpha p} dx.$$

Егер $\alpha > 0$ болса, онда

$$\int_{\frac{\pi}{4n}}^{\frac{\pi}{2n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx \geq \left(\frac{\pi}{4n}\right)^{\alpha p} \int_{\frac{\pi}{4n}}^{\frac{\pi}{2n}} \left(1 - \frac{2n}{\pi}x\right)^p dx \cdot$$

Осы теңсіздіктерден келесі формула шығады

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p \geq C_{\alpha,p} \cdot \frac{1}{n^{1+\alpha p}} \cdot \left(M^-\right)^p, \ \forall \alpha \in \left(-\frac{1}{p}, 1 - \frac{1}{p}\right) \cdot$$

Осыдан

$$M^- \leq C_{p,\alpha} \cdot n^{\frac{\alpha p+1}{p}} \left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}.$$

Айталық $M^- < M^+ = M$ болсын, онда $\varphi(x)$ 0-і бар болады, яғни $\varphi(0) \neq 0$. Егер y_1 - $\varphi(x)$ функциясының ең кіші оң нөлі болса. Келесі теңдік шығады

$$y_1 = \frac{\arccos\left(1 - 2M^- / (M^+ + M^-)\right)}{n}, \qquad y_1 \in \left[0, \frac{\pi}{2n}\right].$$

Лемма 1 келесі теңсіздігі орындалатынын көрсетеді

$$t_n(x) \leq \varphi(x) \leq M^-\left(\frac{|x|}{y_1} - 1\right) \leq 0, \ \ |x| \leq y_1.$$

Сондықтан

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p = \int_{-\pi}^{\pi} \left|t_n^-(x)\right|^p \cdot |x|^{\alpha p} dx \geq \int_{-y_1}^{y_1} \left|t_n^-(x)\right|^p \cdot |x|^{\alpha p} dx \geq 2\left(M^-\right)^p \int_0^{y_1} \left(1 - \frac{x}{y_1}\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx.$$

Осыны теңсіздік түріне келтіру жеткілікті. Ол үшін интегралдың қасиетін пайдаланамыз

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p \geq 2\left(M^-\right)^p \left[\int_0^{\frac{y_1}{2}} \left(1 - \frac{x}{y_1}\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx + \int_{\frac{y_1}{2}}^{y_1} \left(1 - \frac{x}{y_1}\right)^p \cdot x^{\alpha p} dx\right] \cdot$$

Егер $\alpha = 0$ болса, онда (4) теңсіздік орындалады. Егер $\alpha < 0$ болса, онда $x^{\alpha p} \geq \left(\frac{y_1}{2}\right)^{\alpha p}$.

$$\int_0^{\frac{y_1}{2}}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\ge\left(\frac{y_1}{2}\right)^{\alpha p}\int_0^{\frac{y_1}{2}}\left(1-\frac{x}{y_1}x\right)^p dx=C_{\alpha,p}\cdot y_1^{\alpha p+1},$$

$$\int_{\frac{y_1}{2}}^{y_1}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\ge(y_1)^{\alpha p}\int_{\frac{y_1}{2}}^{y_1}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p dx=C_{\alpha,p}\cdot y_1^{\alpha p+1}\cdot$$

Сонымен осы теңсіздіктерді орныны қойсақ

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p\ge C_{\alpha,p}\cdot y_1^{\alpha p+1}\cdot\left(M^-\right)^p\ .$$

Егер $\alpha>0$ болса, онда $\left(1+\frac{x}{y_1}\right)\ge\left(\frac{1}{2}\right)^p$. Яғни

$$\int_0^{\frac{y_1}{2}}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\ge\left(\frac{1}{2}\right)^p\int_0^{\frac{y_1}{2}}x^{\alpha p}dx\ge C_{\alpha,p}\cdot y_1^{\alpha p+1}.$$

Егер $\alpha>0$ болса, онда

$$\int_{\frac{y_1}{2}}^{y_1}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p\cdot x^{\alpha p}dx\ge\left(\frac{y_1}{2}\right)^{\alpha p}\int_{\frac{y_1}{2}}^{y_1}\left(1-\frac{x}{y_1}\right)^p dx\ge C_{\alpha,p}\cdot y_1^{\alpha p+1}\cdot$$

Сондықтан

$$\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}^p\ge C_{p,\alpha}y_1^{\alpha p+1}\left(M^-\right)^p\ge C_{p,\alpha}\cdot\left(M^-\right)^p\cdot\left[\frac{\arccos\left(1-2M^-/\left(M^++M^-\right)\right)}{n}\right]^{\alpha p+1}\ge C_{p,\alpha}\cdot\left(M^-\right)^p\cdot\frac{1}{n^{\alpha p+1}}\sqrt{\frac{M^-}{M^+}}.$$

Осыдан

$$M^-\le C_{p,\alpha}n^{\frac{2(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\left\|t_n^-\right\|_p^{\frac{2p}{p(\alpha+2)+1}}(M^+)^{\frac{\alpha p+1}{p(\alpha+2)+1}}.$$

Лемма дәлелденді.

Тұжырым 1Айталық $n\in N, t_n\in T_n,\ -\frac{1}{p}<\alpha<1-\frac{1}{p},\quad p\in[1,+\infty)$ үшін

$$\left\|t_n\right\|_{1,+\infty,\alpha}\le C\cdot n^{\frac{3(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\cdot\left\|t_n\right\|_{1,p,\alpha} \tag{7}$$

теңсіздігі орындалады.

Д ә л е л д е у і Дәлелдеу үшін келесі теңсіздікті дәлелдеу жеткілікті

$$M^-\le Cn^{\frac{3(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\cdot\left\|t_n\right\|_{1,p,\alpha}\qquad\forall p\in[1,+\infty) \tag{8}$$

Егер $M^-=M>M^+$ болса, онда

$$M^-\le C\cdot n^{\frac{\alpha p+1}{p}}\left\|t_n^-\right\|_{p,\alpha}\le Cn^{\frac{3(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\cdot\left\|t_n\right\|_{1,p,\alpha}\qquad\forall p\in[1,+\infty)$$

Егер $M^-<M^+=M$, $\left(M^+\le n\left\|t_n^+\right\|_1\right)$болса, онда

$$M^-\le C_{p,\alpha}n^{\frac{2(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\left\|t_n^-\right\|_p^{\frac{2p}{p(\alpha+2)+1}}(M^+)^{\frac{\alpha p+1}{p(\alpha+2)+1}}.\le C_{p,\alpha}n^{\frac{3(\alpha p+1)}{p(\alpha+2)+1}}\cdot\left\|t_n\right\|_{1,p,\alpha}\qquad\forall p\in[1,+\infty)$$

Сонымен (8) теңсіздік дәлелденді. Тұжырым дәлелденді. Келесі теорема біздін жасаған жұмысымыздың нәтижесі.

Теорема 2Айталық $n\in N,\ \ t_n\in T_n,\ 1\le p_1<q_1<+\infty,\ 1\le p_2<q_2<+\infty$ болса, онда

$$\left\|t_n\right\|_{q_1,q_2,\alpha}\le C\cdot n^{\psi(p_1,p_2,q_1,q_2,\alpha)}\left\|t_n\right\|_{p_1,p_2,\alpha}$$

орындалады. Мұндағы

$$\psi(p_1,p_2,q_1,q_2,\alpha)=\begin{cases}\max\left\{(\alpha p_2+1)\cdot\left(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{q_1}\right)_+,\left(\frac{\alpha+2+1/p_1}{\alpha+2+1/p_2}\right)\cdot(\alpha p_2+1)\cdot\left(\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}\right)_+\right\}, p_1,\le p_2\\ \max\left\{(\alpha p_1+1)\cdot\left(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{q_1}\right)_+\cdot\left(\frac{\alpha+2+1/p_2}{\alpha+2+1/p_1}\right),(\alpha p_1+1)\cdot\left(\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}\right)_+\right\}, p_1,\le p_2\end{cases}$$

Дә л е л д е у іа) Егер $M^-=M>M^+$ болса, онда 4 лемма бойынша

$$M^-\le C_{p_2,\alpha}\cdot n^{\alpha+\frac{1}{p_2}}\cdot\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha},\quad p_2\in[1,+\infty) \tag{9}$$

Шарт бойынша $p_2<q_2$. Сондықтан

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha}=\left(\int_{-\pi}^{\pi}\left|t_n^-(x)\right|^{q_2}|x|^{\alpha q_2}dx\right)^{1/q_2}\le\left(M^-\right)^{\frac{q_2-p_2}{q_2}}\left(\int_{-\pi}^{\pi}\left|t_n^-(x)\right|^{p_2}|x|^{\alpha p_2}|x|^{\alpha(q_2-p_2)}dx\right)^{1/q_2} \tag{10}$$

Егер $\alpha\ge 0$ болса, онда $|x|^{\alpha(q_2-p_2)}\le\pi^{\alpha(q_2-p_2)}$. Сондықтан

$$\left(\int_{-\pi}^{\pi}\left|t_n^-(x)\right|^{p_2}|x|^{\alpha p_2}|x|^{\alpha(q_2-p_2)}dx\right)^{1/q_2}\le\pi^{\frac{\alpha(q_2-p_2)}{q_2}}\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha}^{\frac{p_2}{q_2}} \tag{11}$$

(9)-(11) теңсіздіктерінен

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha}\le C_{p_2,q_2,\alpha}\cdot\left(n^{\alpha+\frac{1}{p_2}}\cdot\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha}\right)^{\frac{q_2-p_2}{q_2}}\cdot\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha}^{\frac{p_2}{q_2}}=C_{p_2,q_2,\alpha}\cdot n^{\left(\alpha+\frac{1}{p_2}\right)\cdot\frac{q_2-p_2}{q_2}}\cdot\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha}. \tag{13}$$

Сонымен $p_2<q_2$, $\alpha\ge 0$ шарты болса, онда

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha}\le C_{p_2,q_2,\alpha}\cdot n^{(\alpha p_2+1)\cdot\left(\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}\right)}\cdot\left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha} \tag{14}$$

б) Егер $M^-<M^+=M$ болса, онда 4 лемма (b) бойынша

$$M^-\le C_{p_2,\alpha}n^{\frac{2(\alpha p_2+1)}{p_2(\alpha+2)+1}}\left\|t_n^-\right\|^{\frac{2p_2}{p_2(\alpha+2)+1}}_{p_2,\alpha}\left(M^+\right)^{\frac{\alpha p_2+1}{p_2(\alpha+2)+1}}. \tag{15}$$

Шарт бойынша $p_2<q_2$. Сондықтан $M^+=M$ болғандықтан 4 лемма (a) бойынша

$$M^+=M\le C_{p_1,\alpha}\cdot n^{\alpha+\frac{1}{p_1}}\cdot\left\|t_n^+\right\|_{p_1,\alpha},\quad p_1\in[1,+\infty)$$

Осы теңсіздіктерден

$$M^-\le C_{p_1,p_2,\alpha}\cdot n^{\frac{2(\alpha p_2+1)}{p_2(\alpha+2)+1}}\left\|t_n^-\right\|^{\frac{2p_2}{p_2(\alpha+2)+1}}_{p_2,\alpha}\left(n^{\alpha+\frac{1}{p_1}}\cdot\left\|t_n^+\right\|_{p_1,\alpha}\right)^{\frac{\alpha p_2+1}{p_2(\alpha+2)+1}}.$$

(2) формула бойынша

$$M^-\le C_{p_1,p_2,\alpha}\cdot n^{\frac{(\alpha p_2+1)}{p_2(\alpha+2)+1}\cdot\left(\frac{p_1(\alpha+2)+1}{p_1}\right)}\left\|t_n\right\|_{p_1,p_2,\alpha}. \tag{16}$$

Теореманың шарты бойынша $p_2<q_2$. Сондықтан

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha}=\left(\int_{-\pi}^{\pi}\left|t_n^-(x)\right|^{q_2}|x|^{\alpha q_2}dx\right)^{1/q_2}\le\left(M^-\right)^{\frac{q_2-p_2}{q_2}}\left(\int_{-\pi}^{\pi}\left|t_n^-(x)\right|^{p_2}|x|^{\alpha p_2}|x|^{\alpha(q_2-p_2)}dx\right)^{1/q_2} \tag{17}$$

Егер $\alpha \geq 0$ болса, онда $|x|^{\alpha(q_2-p_2)} \leq \pi^{\alpha(q_2-p_2)}$. Сондықтан

$$\left(\int_{-\pi}^{\pi} \left|t_n^-(x)\right|^{p_2} |x|^{\alpha p_2} |x|^{\alpha(q_2-p_2)} dx\right)^{1/q_2} \leq \pi^{\frac{\alpha(q_2-p_2)}{q_2}} \left\|t_n^-\right\|_{p_2,\alpha}^{\frac{p_2}{q_2}} \qquad (18)$$

(16)-(18)теңсіздіктерінен

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha} \leq C \cdot n^{(\alpha p_2+1)\cdot\left(\frac{\alpha+2+1/p_1}{\alpha+2+1/p_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}\right)} \cdot \left\|t_n\right\|_{p_1,p_2,\alpha} \qquad (19)$$

(13)-(19) теңсіздіктерінен $t_n \in T$ $p_2 < q_2$, $\alpha \geq 0$үшін

$$\left\|t_n^-\right\|_{q_2,\alpha} \leq C \cdot n^{(\alpha p_2+1)\cdot\left(\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}\right)\cdot\max\left[1,\frac{\alpha+2+1/p_1}{\alpha+2+1/p_2}\right]} \cdot \left\|t_n\right\|_{p_1,p_2,\alpha} \qquad p_1, p_2, q_2 \in [1,\infty),$$

теңсіздігі орындалады. Теорема дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер:

1. Бари Н.К. «Обобщение неравенств С.Н.Бернштейна и А.А.Маркова»// Изв. АН СССР. Сер. матем., 1954, том 18, выпуск 2, 159–176
2. Никольский С.М. «Приближение функций многих переменнных и теоремы вложения». М., Наука, 1969. с. 133
3. Стечкин С.Б. «Обобщение некоторых неравенств С.Н.Бернштейна»// Докл. АН СССР. 1948. Т.60. №9 с. 1511-1514.
4. Козко А.И. «Аналоги неравенств Джексона-Никольского для тригонометрических полиномов в пространствах с несимметричной нормой» //Матем. заметки, 1997, том 61, №5, С.687 – 689.

Абеуова В.Д., Карагандинский государственный университет имени академика Е.А. Букетова, факультет математики и информационных технологий, студентка гр. М-104

(Научный руководитель – к.п.н., доцент ***Шаяхметова Б.К.****)*

ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ ВОКРУГ НАС: В ПРИРОДЕ И ТЕХНИКЕ

В различных науках и областях человеческой деятельности возникают количественные соотношения, и математика изучает их в виде свойств чисел. Математика рассматривает абстрактные переменные величины и в отвлеченном виде, изучает различные законы их взаимосвязи, которые на математическом языке называются функциональными зависимостями, или функциями. И где бы конкретно ни появилась эта зависимость, сделанное абстрактное математическое заключение можно применять в конкретной ситуации к любым конкретным объектам.

Систематизируя наиболее устойчивые и поддающиеся осмыслению взаимозависимости, человек научился рассматривать их, как частный случай сравнительно немногих общих соотношений. Человек назвал их законами природы. Знание законов природы дало человеку возможность объяснить и предсказывать её разнообразнейшие явления.

Идея функциональной зависимости восходит к древности, она содержится уже в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами, в первых формулах для нахождения площади и объема тех или иных фигур.

Однако явное и вполне сознательное применение понятия функции и систематическое изучение функциональной зависимости берут своё начало в XVII в. в связи с проникновением в математику идеи переменных. Оно сыграло и поныне большую роль в познании реального мира [1, с. 129].

Значение слова «функция» разнообразно. В толковом словаре Ожегова можно прочитать следующие определения.

Функция, ж. (латин. functio - выполнение работы).

1. Явление, зависящее от другого и изменяющееся по мере изменения этого другого явления (книжн.)