

$\langle u(\cdot, t) \rangle \in W(t)$ при всех $0 < t \leq T$, где $\langle \cdot \rangle$ – соответствующая норма, $\langle u(x, t) \rangle$ – соответствующее решение задачи (1) – (3).

Определение 4. Мнозначное отображение $W: [-h, T] \rightarrow 2^R$, где $R = (-\infty, \infty)$, называется слабо инвариантным на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (6) – (8), если для любого $\langle u_0(\cdot, t) \rangle \in W(t)$, $-h \leq t \leq 0$ существует допустимое управление $\mu(\cdot)$ такое, что выполняется включение $\langle u(\cdot, t) \rangle \in W(t)$ при всех $0 < t \leq T$.

Далее, исследуются сильная и слабая инвариантность отображения вида $W(t) = [0, b]$, $t \in [-h, T]$, где b – некоторое положительное число. Наша цель – найти соотношения между параметрами T, b, ρ, λ_i таким образом, чтобы обеспечить сильную инвариантность множества $W(t)$ на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (1) – (3).

Обозначим $N(t) = \max\{i \in N \cup \{0\} : t_i \leq t \leq T\}$. Пусть $\langle u(\cdot, t) \rangle = \|u(\cdot, t)\| = \|u(\cdot, t)\|_{L_2(\Omega)}$, $0 \leq t \leq T$, μ_k – коэффициенты Фурье функции $\mu(\cdot)$ по системе $\{\varphi_k\}$.

Теорема 1. 1^o. Допустим $t_0 > T$ и $\lambda_1 > 1$, то при любом $\rho \geq 0$ многозначное отображение $W(t) = [0, b]$, $t \in [-h, T]$ сильно инвариантно на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (6) – (8); 2^o. Допустим $t_0 \leq T$. Если $\rho \leq b \cdot (\lambda_1 - 1)(e^{\lambda_1 t_0} - 1) / \left(\lambda_1 \sum_{i=0}^{N(T)} e^{\lambda_i t_i} \right)$, то многозначное отображение $W(t) = [0, b]$, $t \in [-h, T]$ сильно инвариантно на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (1) – (3).

Примечание. Можно показать, что многозначное отображение $W(t)$ всегда слабо инвариантно на отрезке времени $[-h, T]$ относительно задачи (1) – (3).

Список использованной литературы

1. Tukhtasinov M., Ibragimov G.I., Mamadaliev N.O. On an Invariant Set in the Heat Conductivity Problem with Time Lag // Abstract and Applied Analysis Volume – 2013. ArticleID 108482. – 7 pages.

ОДНА КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С НЕХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Муминов З.М., Номонова С.О.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: zaylobiddinmuminov@mail.ru, sarvinoz.abdulaxatova@gmail.com

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial y} \right) Lu = 0 \quad (1)$$

в смешанной области D , ограниченной отрезками $A(0;0)B(1;0)$, $B(1;0)B_0(1;1)$, $B_0(1;1)A_0(0;1)$ прямых $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$ и характеристиками $AC: x + y = 0$, $A_0C: y - x = 1$ уравнения

$u_{xx} - u_{yy} = 0$, пересекающимися в точке $C \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$, т.е.

$$D = D_1 \cup AA_0 \cup D_2, \quad AA_0 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\},$$

$$D_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\},$$

$$D_2 = \left\{ (x, y) : -\frac{1}{2} < x < 0, -x < y < 1+x \right\};$$

здесь a и b - заданные вещественные числа $(a^2 + b^2) \neq 0$ и $1 \leq \frac{b}{a} < \infty$,

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } D_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } D_2. \end{cases}$$

Задача D. Требуется определить функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области \bar{D} ;
- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области D при $x \neq 0$;
- 3) удовлетворяет следующим краевым условиям:
 $u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad u(x, 0) = f_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u_y(x, 0) = f_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$

$$u_{yy}(x, 0) = f_3(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u|_{A_0C} = \psi_1(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{A_0C} = \psi_2(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \Big|_{A_0C} = \psi_3(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

- 4) функция $u(x, y)$ и её производные до второго порядка удовлетворяют на отрезке AA_0 непрерывным условиям склеивания.

Здесь n – внутренняя нормаль к A_0C , $\varphi(y)$, $f_i(x)$, $\psi_i(y)$ ($i = \overline{1,3}$) - заданные достаточно гладкие функции.

Доказательство существования и единственности поставленной задачи D проводится путём построения решения.

Список использованной литературы

1. Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажанов М. Краевые задачи для уравнения парабола-гиперболического типа. Т.: Фан, 1986, 220 с.

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Муминов З.М., Самижонova С.А.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: zaylobidinmuminov@mail.com, sohibasamazonova@gmail.com

Пусть

$$\Omega_1 = \{(x, y) : 0 < x < +\infty, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega_2 = \{(x, y) : -\infty < x < 0, \quad 0 < y < +\infty\},$$

$$J = \{(x, y) : x = 0, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup J \cup \Omega_2.$$

Рассмотрим в области Ω уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} + C \right) Lu = 0, \tag{1}$$

где $C \in \mathbb{R}$, $Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } \Omega_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } \Omega_2. \end{cases}$

Рассмотрим следующую задачу:

Задача K. Найти функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области

$$\bar{\Omega} = \Omega \cup \{(x, y) : y = 0, \quad -\infty < x < +\infty\}$$

вместе с производными до третьего порядка включительно;

- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области $\Omega \setminus J$;