

А.М. Мубарак¹, Б.К. Атаев², Р.К. Мусайбеков²

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан;

²Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті, Қазақстан
(E-mail: ataevb@mal.ru)

Геометриялық есептерді шешуде оң сыңар ми қызметінің ерекшеліктерін қолдану

Мақалада адамның ми жарты сыңарларының қызметтерін зерттеген психологтардың жұмыстарына талдау жасалды. Соның нәтижесінде мидың сол және оң жақ сыңарларының қызметтерін тиімді үйлестіре отырып, геометриялық есептерге жаңаша көзқарас ұсынылып отыр. Педагогикалық тәжірибе көрсеткендей, қатаң математикалық әдістерді басшылыққа алатын оқушылар есеп шығару барысында визуалды-когнитивті әдістерді ескерусіз қалдырады. Мақалада қарастырылған есептер математикалық сауаттылық тестік тапсырмаларынан алынған. Есептерді шешуде қарастырылып отырған тәсілдерді әмбебап, күрделі есептерді де шешуге қолдануға болады.

Кілт сөздер: мидың оң және сол жақ сыңарлар, мидың жарты шарлары, визуалды іздеу, визуалданған есептер, есептерді визуалды тәсілмен шығару.

«Ғалымдардың жүргізген зерттеулерінің нәтижелері көрсеткендей, мидың сол жақ жарты шары вербалды ақпараттың өңделуіне, логикалық ойлауды қамтамасыз етеді, мысалы, ол орманды емес, ағаштардың жиынын көрсетеді. Мидың оң жақ жарты шар интуиция, кеңістікте бағдарлай алу, тұтас құбылыстарды қабылдау, жоғары мысалға кері, бұл жағдайда адам ағаштардың жиынын орман деп қабылдайды» [1; 4].

В.А. Далингер, өзінің бір мақаласында: «Қазіргі мектеп тәжірибесі мидың сол жақ жарты шар жұмысына басым бағытталғандығын көрсетеді», — деп айтады [2]. Әрине, бұл жағдайда оқушы миының тек сол жақ жарты шары немесе тек оң жақ жарты шары жұмыс істейді деген қате ой қалыптаспауы қажет. Мидың қалай болғанда да екі жақ бөлігі де белгілі дәрежеде ойлау үрдісінде жүктеліп тұрады, бірақ бір жағы екінші жағынан әлдеқайда басымдырақ қызмет атқарады. Ғалымдардың зерттеулері де геометриялық есептерді шешу барысында оқушылар визуалды жолдан гөрі, аналитикалық жолды таңдайтындығын көрсетеді [3]. Ол кісінің сөзінде шындық бар, оның бір көрінісі математикалық сауаттылықта кездесетін кейбір есептер оқушыларға ғана емес, мұғалімдерге де қиындық туғызады. Бұл тест тапсырмаларының форматы жаңа емес, ол халықаралық SET, SAT тапсырмаларына негізделген. Сондықтан бұл тапсырмаларды орындау белгілі дәрежеде шығармашылықты талап етеді.

Ми — адам денесінің ерекше «бұлшық еті». Кез келген бұлшық ет жаттығу барысында өзінің қабілеттерін, күшін арттыратынын білеміз. Одан бөлек қарапайым бұлшық еттің де жады болатыны дәлелденген, оны кейбір спортшылар бір қимылды, қас-қағым сәтте автоматты түрде орындалуынан байқауға болады. Ал, математикада миды жаттықтыру құралына түрлі есептерді шешу әдістері жатады. Кейбір есептерді шығару әдістерімен таныстыра отырып, оқушыларды аналогиялық ұқсастықтарды жасауға қажетті құралдармен қамтамасыз етеміз, кезінде Дж. Пойаның өзі «ғылыми жаңалықтардың ашылуында аналогияның зор үлесі бар» деген болатын [4; 39].

«Геометрия» пәні оқушылардың көбінде қиындық туғызады, оның бір себебі оқушылардың көбінде кеңістікте ойлау қабілеті дамымайды, жоғарыда айтып кеткеніміздей, ол мидың оң жақ жарты шар қызметіне жатады. Соңғы жылдары мектеп түлектеріне енгізілген математикалық сауаттылық тест тапсырмаларында да, мидың оң жақ жарты шар қызметімен басқарылатын, кеңістікте ойлауды, шығармашылық ойлауды тексеруге бағытталған геометриялық есептер кездеседі. Сол есептердің кейбірулеріне тоқталайық.

Әдетте кейбір математикалық есептерді шешудің бірнеше жолы болатыны анық, біз осы есептерді шешудің өз нұсқамызды ұсынып отырмыз.

Есеп 1. Тұңғыш гүлі күніне ауданын екі есе ұлғайтады. Егер гүл көлдің бетін 20 күнде көлдің бетін жапқан болса, 18-ші күні көл бетінің қандай бөлігі гүлмен жабылмаған еді?

Бірінші тәсіл, қатаң логика заңдарына сүйеніп, кейбір оқушылар бұл есепті келесідей шешуі мүмкін.

Тұңғық гүлінің ауданы күннен күнге ұлғая отырып, еселігі $q = 2$ болатын, геометриялық прогрессия мүшелерін құрайтынын байқайды. b_1 – бірінші күні тұңғық гүлінің алып жатқан ауданы деп белгілейік. 18- және 20-күндері тұңғық гүлінің алып жатқан аудандары сәйкесінше:

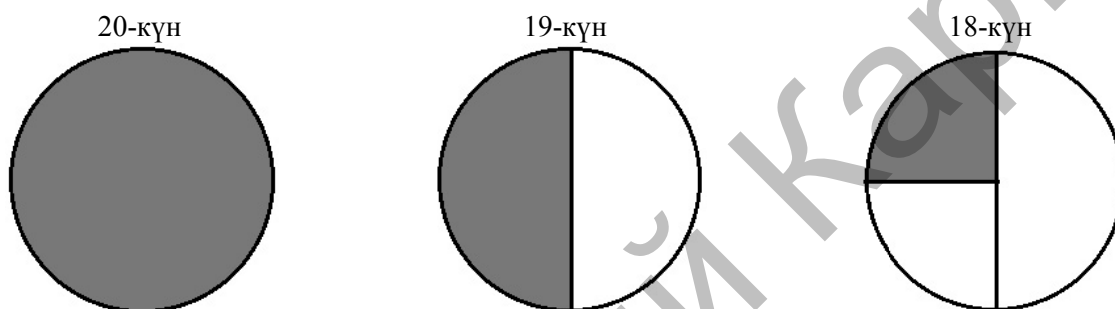
$$b_{18} = b_1 q^{17} \text{ және } b_{20} = b_1 q^{19}.$$

x – 18-күні көлдің жабылған бөлігі болсын, онда

$$\begin{matrix} b_{20} - 1 \\ b_{18} - x \end{matrix} \text{ немесе } \begin{matrix} b_1 q^{19} - 1; \\ b_1 q^{17} - x \end{matrix}$$

сәйкестігінен $x = \frac{1}{4}$ екендігі шығады, олай болса, көл бетінің жабылмаған бөлігі $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Екінші тәсіл кеше бүгінгі ауданның жартысы болды деген ойды ұстана отырып, когнитивті визуалды амалдар арқылы, көл бетінің 20-, 19-, 18-күндердегі графикалық моделін елестетсе жеткілікті (1-сур.).



1-сурет. Көл беті моделінің бейнесі

Сонда 18-күні көлдің $\frac{3}{4}$ бөлігі ашық болғандығын анықтаймыз.

Есеп 2. Жеті рет кір жуғаннан кейін, сабын биіктігінен, енінен және ұзындығынан екі есе қысқарды. Қалған сабын бөлігі неше рет кір жууға жетеді?

Бірінші тәсіл қатаң математикалық заңдар мен логикалық тұжырымдарға сүйенсек, бұл есептің шешімі көлем есептеуге келіп сияды. Белгілеулер енгізейік; a – сабынның ұзындығы; b – ені және c – биіктігі болсын. Осы белгілеулерге сәйкес, бастапқы сабын көлемі

$$V_1 = abc$$

болады. Есептің шартына сәйкес, қалған сабын бөлігінің көлемі

$$V_2 = \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{c}{2} = \frac{1}{8} abc.$$

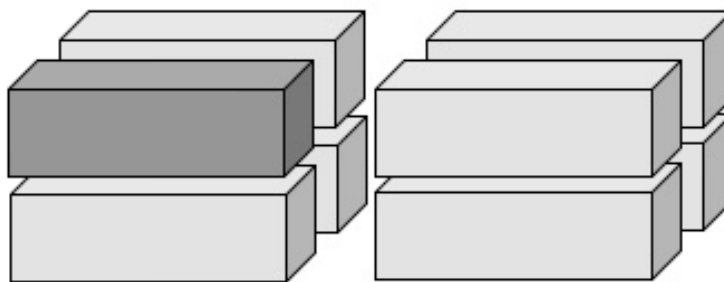
$$\text{Жұмсалған сабын көлемі } V_3 = V_1 - V_2 = \frac{7}{8} abc.$$

$$V_3 - 7 \text{ рет жуу;}$$

$$V_1 - ? \text{ рет жуу}$$

сәйкестігінен, қалған сабын бөлігінің енді бір рет жууға жететінін анықтаймыз.

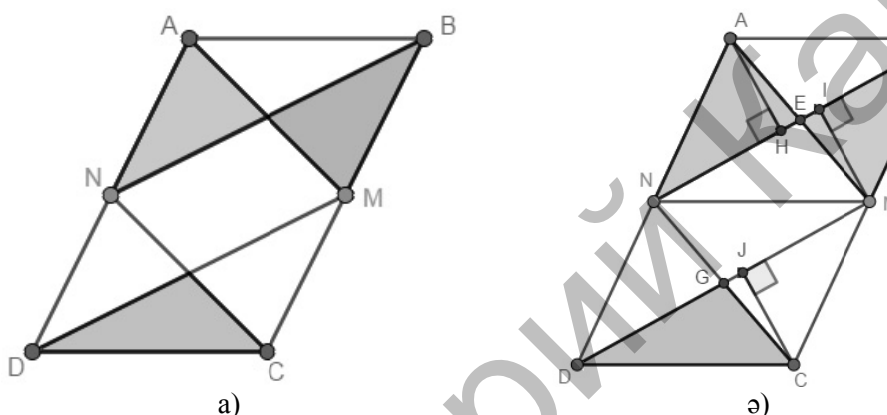
Екінші тәсіл. Бұл есепті шешу үшін қиялдай алудың өзі жеткілікті. Егер сабынның ұзындығы, ені және биіктігі есеп шартына сәйкес екі есе кішірейетіндей жазықтықтармен бөлсек, сегіз бөлік пайда болатынын түсінуге болады (2-сур.).



2-сурет. Сабын моделінің бейнесі

Сонда жеті бөлігі жеті рет кір жууға жеткілікті болса, бір бөлігі бір рет жууға жетеді.

Есеп 3. М және N нүктелері – ABCD параллелограмының BC және AD қабырғаларының орталары. Егер ABCD параллелограмының ауданы 56-ға тең болса, онда параллелограмның штрихталған бөліктері аудандарының қосындысын табыңыз.



3-сурет. ABCD параллелограмы

Пуанкаре айтқандай, интуиция да адамның шығармашылық ойлауына пайдалы [5]. Бұл есеп негізі жақсы, геометриялық дайындығы бар балаға еш қиындық туғызбайтыны анық. Бірақ математикалық сауаттылық сынағын гуманитарлық бағытты оқушылар да тапсыратынын ескерсек, интуиция оларға көмектесе алады. Осы есептің суретін көргенде, интуицияның арқасында берілген параллелограмды құраушы үшбұрыштардың аудандары тең бе деген ой келеді. Барлығы 8 үшбұрыш болса, оның үшеуі боялған. Боялған ауданды табу үшін барлық ауданның $\frac{3}{8}$ бөлігін табамыз. Яғни, ізделінді аудан

$$56 \cdot \frac{3}{8} = 21.$$

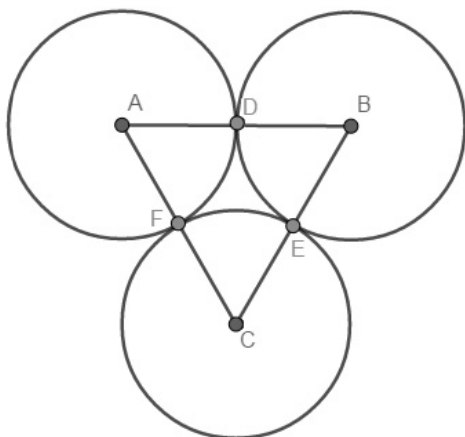
Визуалды іздеуді қолданып, математикалық тұрғыда негіздейік. «Визуалды іздеу – бұл ізделінді объектінің мәнін немесе қасиеттерін көрсететін және нақты визуалды-логикалық мағынасы бар жаңа бейнелерді тудыру үрдісі» [6; 264]. $AN \perp NB$, $MI \perp NB$, $CJ \perp DM$ болатындай AN , MI , CJ кесінділерін және NM кесіндісін жүргізейік. $AN = MI = CJ$ болатындығын дәлелдеу қиын емес. Параллелограмның диагональдарының қасиеттерінен:

$$\triangle AEB = \triangle AEN = \triangle NEM = \triangle BEM = \triangle NGD = \triangle NGM = \triangle MGC = \triangle DGC$$

болады. Жоғарыдағы интуициямыздың дұрыс екендігіне көз жеткіздік.

Есеп 4. Бір монета бар. Монетаны дәл сондай монеталармен айналдыра жанай және олар өзара жанасатындай қоршау үшін қосымша неше монета қажет?

Бұл есеп — визуалданған есеп, сондықтан аналитикалық ойлау қабілеті басым оқушыларға қиындық туғызады, себебі амал орындауға ешбір сандық шама берілмеген. Визуалданған есептің негізі, алғашқы бастауы – бейне. Когнитивті-визуалды амалдар арқылы, 4-суреттегі бейнені жасай алады, ал бірақ орталығы A нүктесі болатын шеңбердің айналасына неше шеңбер орналастыруға болатындығын, қиялдай отырып, анықтау мүмкін емес.

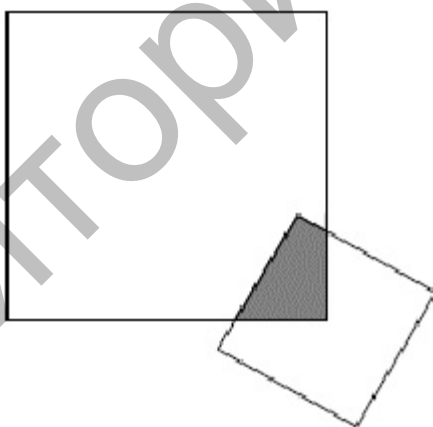


4-сурет. Монета моделінің бейнесі

Сондықтан осы тұста аналитикалық ойлауды, басқа сөзбен айтқанда, мидың сол жақ шарты шарын жүктейміз. Шеңбердің центрлерін қосатын кесінділер екі радиус ұзындығын құрайтынын түсінеміз, олай болса, пайда болған ABC үшбұрышы тең қабырғалы. Яғни, $\angle BAC = 60^\circ$. A нүктесінің айналасынан, көршілестерінің бір қабырғасы ортақ болатын, осындай алты үшбұрыш сала аламыз. Нәтижесінде, A нүктесінен өзге, шебер центрлері дұрыс алтыбұрыш құрайды. Сондықтан берілген монетаның айналасында, онымен және өзара жанасатын, дәл сондай, алты монета болады.

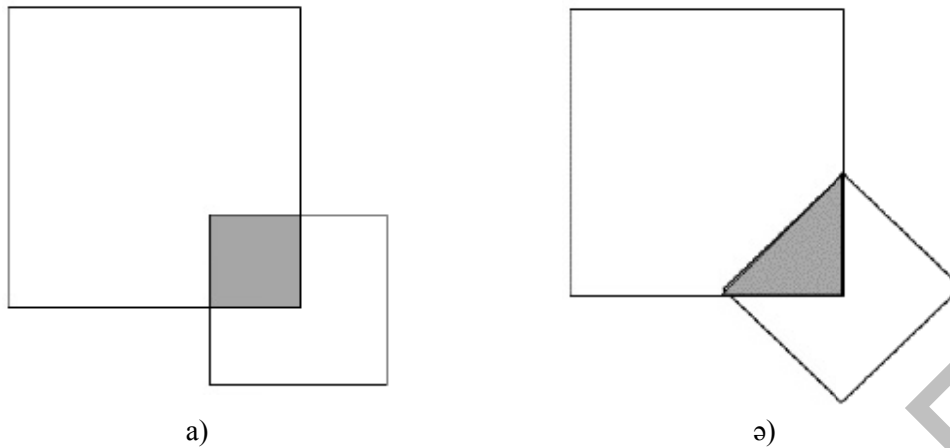
Үшінші және төртінші есептерде тек бейнелі ойлау ғана емес, сонымен бірге аналитикалық ойлау қолданылды, яғни, мидың қос сыңарының үйлескен жұмысы болды.

Есеп 5. Өлшемі 5×5 шаршысының ортасы (диагональдарының қиылысу нүктесі) өлшемі 10×10 болатын шаршының дәл бұрышында жатыр (5-сур.). Боялған бөліктің ауданын табыңыз.



5-сурет. Кіші шаршының ортасы үлкен шаршының бұрышында орналасқан

Бұл есеп халықаралық SET тапсырмалар жинағынан. Осы есепте баланың шығармашылығын тексеруге арналған. Әрине, жоғарыдағы есептерге ұқсас бұл есепті де қатаң математикалық ережелерге сүйеніп, шешуге болады. Олай шешкен болсақ, уақыттан ұтылатынымыз анық, сондықтан когнитивті-визуалды амалдарды қолданып шешіп көрейік. Алдымен, боялған бөлік екі шаршыға ортақ аумақ екенін байқау қажет, одан соң берілген суретті, 6- (а және ә) суретіндегідей, түрлендірулер жасайық, яғни кіші шаршының ортасын үлкен шаршының бұрышында сақтай отырып, бұрайық.

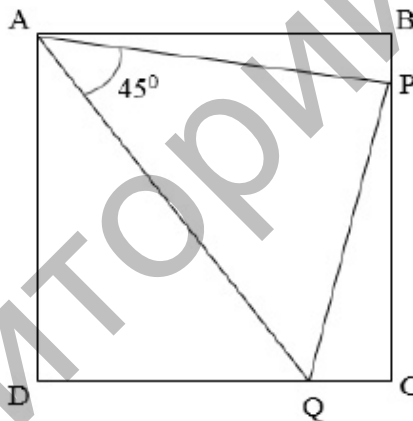


6-сурет. Екі шаршының ортақ бөлігі

6-суреттен екі шаршының ортақ бөлігі кіші шаршының төрттен бір бөлігі екенін оңай байқауға болады. Олай болса, ізделінді аудан

$$S = \frac{S_{5 \times 5}}{4} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ (ш.б.}^2\text{)}.$$

Есеп 6. ABCD шаршының қабырғасы 1-ге тең. BC және DC қабырғаларнан P және Q нүктелері алынған. Егер $\angle PAQ = 45^\circ$ болса, PQC үшбұрышының периметрін анықтаңыз (6-сур.).



7-сурет

Бұл есеп те SET тапсырмалар жинағынан алынған. Жоғарыдағы есепке ұқсас, осы есепті шығармашылық танытып, қалай шешуге болатындығын көрсетейік. Ол үшін PAQ бұрышының мәнін сақтай отырып, P нүктесін B нүктесімен беттесетіндей жылжытайық, онда Q нүктесі C нүктесіне ығысады. Олай болуының себебіне, қатаң, бірақ қиын емес математикалық ой қортулар арқылы көз жеткізу қиын емес. PQC үшбұрышында келесідей өзгерістер болады, $PQ = PC = 1$, $QC = 0$. Сондықтан ізделінді периметр $P = 1 + 1 + 0 = 2$ (ш.б.) (7-сур.).

Соңғы жылдары кеңінен елімізде тараған менталды математика орталықтарының нәтижелері, мидың оң жақ шары қызметін тиімді пайдалануға болатындығының бір мысалы болып табылады. Негізі олардың әдістемесі келесідей: бастапқыда оқушылар абакуста есептеулер жүргізуді үйренеді. Кейін есептеулерді абакустың қағаздағы статикалық суретінде тастарды ойша қозғай отырып орындайды. Соңғы кезеңде оқушылар когнитивті-визуалды амалдар арқылы абакусты елестете отырып, есептеулер жүргізеді.

Біз жоғарыдағы есептер арқылы мидың оң жақ сыңарын жүктей отырып, математикалық есептерді шығармашылықпен шешуге болатындығын көрсеткіміз келді. Мидың оң және сол жақ бөліктерінің қызметтерін үйлестіре қолдану арқылы геометриялық есептерді, тек математикалық сауаттылық есептерін емес, сондай-ақ күрделі олимпиадалық есептерді де шығаруға болады [7].

Оқушыларда осындай қабілетті қалыптастыру үшін олардың миларына қорек болатындай, жоғарыдағы есептерге ұқсас, визуалданған есептерді ұсынып тұру қажет.

Әдебиеттер тізімі

- 1 Зденек М. Развитие правого полушария: Углубленная программа высвобождения силы вашего воображения / М. Зденек. — М.: Попурри, 2004. — 352 с.
- 2 Далингер В.А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике / В.А. Далингер // Вестн. ОГПУ. — 2006. — № 3.
- 3 Lemańska M. Geometrical versus analytical approach in problem solving—an exploratory study / M. Lemańska, I. Semanišínová, C. Soneira Calvo, M. Souto Salorio, A. Tarrío Tobar // The Teaching of Mathematics. — 2014. — Vol. XVII. — 2. Srbije, Beograd.
- 4 Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения / Дж. Пойа; пер. с англ. — 2-е изд., испр. — М.: Глав. ред. физ-мат. лит., 1975. — 464 с.
- 5 Пуанкаре А. О науке / А. Пуанкаре. — М.: Наука, 1983. — 736 с.
- 6 Резник Н.А. Визуальное мышление в обучении. Методические основы обучения математике с использованием средств развития визуального мышления / Н.А. Резник. — Saarbrücken: Lambert Academic Publ., 2012. — 652 с.
- 7 Мубараков А.М., Атаев Б.К., Мусайбеков Р.К. Есептерді шешуде когнитивті-визуалды тәсілді қолдану / Уалихановские чтения – 21: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. (21 апреля 2017 г.). — Кокшетау, 2017. — С. 119–123.

А.М. Мубараков, Б.К. Атаев, Р.К. Мусайбеков

Использование особенностей деятельности правого полушария мозга при решении геометрических задач

В статье проанализированы научные работы психологов касательно функциональных особенностей левого и правого полушарий мозга человека, и на основании этого показано, как можно творчески подойти к решению геометрических задач, эффективно согласовывая деятельность полушарий мозга. Как показывает педагогическая практика, учащиеся не используют визуально-когнитивные методы для решения геометрических задач. Рассматриваемые задачи были взяты из тестовых заданий по математической грамотности. Приведенные способы решения задач являются универсальными, их можно использовать и для решения более сложных задач.

Ключевые слова: левое и правое полушария мозга, визуальный поиск, визуализированные задачи, визуальный способ решения задач.

A.M. Mubarakov, B.K. Ataev, R.K. Musaibekov

Using the right brain hemisphere features functions in solving geometric problems

The article is considered methods of solving geometrical problems by using features of hemispheres of the brain. It was analyzed the scientific works of psychologists concerning the functional features of the left and right hemispheres of the human brain, and basing on this it is shown how geometric problems can be solved creatively by effectively coordinating the functions of the brain hemispheres. As teaching experience shows, students don't use visual-cognitive methods to solve geometric problems. The problems considered were taken from the test tasks on mathematical literacy. The way of solving problems, which was shown in the article is universal, so that it can be also used for solving more difficult problems.

Keywords: left and right hemispheres of the brain, visual search, visualized tasks, visual way of solving problems.

References

- 1 Zdenek, M. (2004). *Razvitie pravogo polushariia: Uhlublennaia prohramma vysvobozhdeniia sily vasheho voobrazheniia [Development of the right hemisphere: In-depth program of releasing the power of your imagination]*. Moscow: Popurri [in Russian].
- 2 Dalinger, V.A. (2006). Kognitivno-vizualnyi podkhod i ego osobennosti v obuchenii matematike [Cognitive-visual approach and its features in teaching mathematics]. *Vestnik OGPU – Bulletin of the OGPU*, 3 [in Russian].
- 3 Lemańska, M., Semanišínová, I., Soneira Calvo, C., Souto Salorio, M., & Tarrío Tobar, A. (2014). Geometrical versus analytical approach in problem solving—an exploratory study. *The Teaching of Mathematics*, Vol. XVII, 2, Srbije, Beograd.

- 4 Poia, Dzh. (1975). *Matematika i pravdopodobnye rassuzhdeniia [Mathematics and plausible reasoning]*. (2d ed). Moscow: Hlavnaiia redaktsiia fiziko-matematicheskoi literatury [in Russian].
- 5 Puankare, A. (1983). *O nauke [About science]*. Moscow: Nauka [in Russian].
- 6 Reznik N.A. (2012). *Vizualnoe myshlenie v obuchenii. Metodicheskie osnovy obuchenii matematike s ispolzovaniem sredstv razvitiia vizualnogo myshleniia [Visual thinking in learning. Methodical foundations of teaching mathematics using the means of developing visual thinking]*. Saarbrucken: Lambert Academic Publishing [in Russian].
- 7 Mubarakov, A.M., Ataev, B.K., & Musaibekov, R.K. (2017). Eseptерdi sheshude kognitivni-vizualdy tasildi koldanu [Visual thinking in learning. Methodical foundations of teaching mathematics using the means of developing visual thinking]. Proceedings from «Valikhanov's creations – 21»: *mezhdunarodnaia nauchno-prakticheskaiia konferentsiia (21 apreliia 2017 hoda) – International scientific and practical conference*. (pp. 119–123). Kokshetau [in Kazakh].

Репозиторий Қарғу