

Л.Ф.Ильина, Н.Б.Морозова, А.Р.Тенчурина
Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

К ВОПРОСУ РАССМОТРЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ РАССЕЯНИЯ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

Мақалада Штерннің тәжірибелерінде анықталған шынайы газ молекулаларының кинетикалық энергиялар бойынша максвелдік таралудан күштердің консервативтік өрісінде потенциалдық энергиялар бойынша молекулалардың больцмандық таралуына ауысу жүзеге асырылады. Атмосфераға қатысты больцмандық таралудың негізінде Жердің тартылыс өрісінде белгілі бір жағдайлар кезінде тарқалу уақыты үшін формула шығарылады. Атомдық және молекулалық сутегі үшін таралудың («қаиудың») уақытын есептеу нәтижелері келтіріледі.

In the given work transition from Maxwell distributions of molecules of ideal gas on kinetic energy, Stern confirmed experimentally in experiences, to Bailsman to distribution of molecules on potential energy in a conservative floor of forces is carried out. On the basis of bailsman distributions with reference to an atmosphere in a floor of gravitation of the Earth the formula for time of dispersion under certain conditions is deduced. Results of calculation of time of dispersion under certain conditions are resulted. Results of calculation of time of dispersion for atomic hydrogen are resulted. Results of calculation of time of dispersion for molecular hydrogen are resulted.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории (МКТ) любой объект — это совокупность огромного количества молекул, которые находятся в состоянии непрерывного хаотического движения. Таким образом, идеальный газ — это простейшая статистическая система, в основе которой лежит теория вероятностей. Не удивительно, что в школьном курсе физики элементы статистической теории идеальных газов рассматриваются на уровне опытов Штерна, которые являются экспериментальным подтверждением максвелловского распределения молекул по скоростям.

Наш опыт [1] показывает, что, по крайней мере, в физико-математических классах можно и нужно давать основы статистической физики (на уровне основных распределений) с минимальным использованием математического аппарата. Однако подавляющее большинство школьников не имеют даже такой подготовки. Поэтому изучение основ статистической физики в университете приходится начинать практически с нуля.

Наш опыт в указанном направлении формировался в ходе выполнения ряда дипломных работ и магистерской диссертации Н.Б.Морозовой [2].

Многие эксперименты, сыгравшие значительную роль в развитии физики и поэтому важные для формирования у учащихся адекватных представлений о Мире, невозможно поставить в учебной физической лаборатории. Причины могут быть различны. Это и длительность эксперимента, и параметры установки (высокие давления, низкие температуры), габариты и стоимость оборудования. Некоторые эксперименты требуют дефицитных материалов, большого количества рутинных действий.

В обычной учебной лаборатории практически невозможно организовать фронтальное проведение работ.

Лабораторные компьютерные тренажеры, создающие виртуальную физическую среду, в которой студент может выполнять лабораторные работы, не используют реального оборудования, но позволяют решить многие проблемы.

Молекулярная физика — это тот раздел физики, который традиционно беден лабораторными работами, во многом из-за того, что они требуют слишком дорогостоящего и сложного оборудования. При этом часто применяется имитация реальных процессов при помощи различных механических моделей, многие работы не наглядны.

Компьютерные работы-тренажеры не могут, конечно, в полном объеме заменить реального лабораторного практикума, но они, как и обычные, имеют целью углублённое знакомство с теорией, применяются для ознакомления с экспериментальными методиками, для привития студентам навыков экспериментальной работы.

В [1] и [2] описывается виртуальная лабораторная работа [3], в которой моделируется классический опыт Штерна по изучению равновесного распределения Максвелла. Компьютерный эксперимент может полностью заменить механическую модельную работу.

Целью работы явилось изучение распределения Максвелла по скоростям при различных температурах.

Рассматривается схематическое представление первого варианта опыта Штерна («цилиндр в цилиндре»).

Следует отметить, что речь идет о двумерном распределении Максвелла. Известно, что функция распределения молекул по проекциям скорости по Гауссу имеет вид:

$$f(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}}, \quad (1)$$

где m_0 — масса молекулы; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

Для получения функции распределения по скоростям в двумерном фазовом пространстве нужно умножить эту функцию на такую же, только для проекции скорости на ось Y . Кроме того, вместо фазового объема в форме шарового слоя надо ввести фазовый объем в виде площади кольца, равной $2\pi v dv$. Таким образом, двумерная функция распределения молекул по скоростям имеет вид:

$$f(v) = 2\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right) v \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} = \left(\frac{m_0}{kT}\right) v \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}. \quad (2)$$

Наиболее вероятная скорость в этом случае, соответствующая максимуму функции распределения, получается исследованием функции $f(v)$ на экстремум, т.е.

$$v_e = \sqrt{\frac{kT}{m_0}}. \quad (3)$$

Число молекул ΔN в интервале скоростей от v_1 до v_2 определяется так:

$$\Delta N = N \int_{v_1}^{v_2} v \cdot f(v) dv, \quad (4)$$

где N — полное число молекул газа в заданном объеме.

Итак,

$$\Delta N = N \left\{ e^{-\frac{v_1^2}{2v_e^2}} - e^{-\frac{v_2^2}{2v_e^2}} \right\}. \quad (5)$$

Результаты выполнения указанной виртуальной лабораторной работы представлены в [1].

Эту работу выполняли в рамках СРСРП и студенты группы ФОР-101 при температурах 1500, 3000 К. Далее были получены экспериментальные гистограммы еще и при температурах 2000, 2300, 2800 К.

На основе гистограмм с использованием формулы (5) (число молекул в интервале скоростей) построены графики (теоретические и экспериментальные изотермы).

Для повторения материала по теме была представлена презентация «Элементы статистической теории идеальных газов», где были освещены основные моменты.

После просмотра презентации в качестве проверки уровня усвоения теоретического материала было проведено тестирование. Тестирование включало в себя 10 вопросов с пятью вариантами ответов каждый, один из которых являлся верным.

Самостоятельная работа включала в себя два варианта, по три задачи в каждом, на характерные газовые скорости, барометрическую формулу Больцмана, опыты Штерна, опыты Перрена [2].

Считаем, что продуктивнее и нагляднее работать с распределением Больцмана, т.е. с распределением молекул по потенциальным энергиям в консервативном поле сил, которое является логическим продолжением (экстраполяцией) распределения Максвелла по кинетическим энергиям [4–6].

Справедливость больцмановского распределения на броуновских частицах, которые можно увидеть либо невооруженным глазом, либо с помощью не очень сильного микроскопа, была подтверждена в опытах Перрена.

Поэтому в процессе проведения педагогического эксперимента на I курсе физического факультета КарГУ им. Е.А.Букетова и в презентацию, и в тесты, и в контрольную работу включались тесты по больцмановскому распределению, и по опытам Перрена в частности [2]. Содержание педагогического эксперимента было одинаковым и в группе ФОР-101, в которой молекулярная физика изучается в течение целого семестра, и в группе РТР-113, изучающей этот материал в рамках курса «Физика-1»; причем сделано было это преднамеренно, так как группа РТР-113 — более сильная, чем группа ФОР-101, что и подтвердили результаты педагогического эксперимента.

С нашей точки зрения, в рамках СРСП (хотя бы на уровне рефератов) полезно решать прикладные вопросы, связанные, например, с проблемой рассеяния атмосферы Земли в мировое пространство [5].

Будем полагать, что все молекулы газовой атмосферы, окружающей планету, одинаковы и что масса атмосферы мала по сравнению с массой планеты. В этом случае доля молекул со скоростями, превышающими вторую космическую, ничтожна. Поэтому распределение частиц в атмосфере является квазистационарным, т.е. подчиняется закону Больцмана.

Введем время рассеяния атмосферы τ . Так называют время, по истечению которого число частиц в атмосфере убывает в e раз. Будем считать атмосферу настолько разреженной, что ее молекулы между собой не соударяются, а соударяются с Землей, вследствие чего устанавливается максвелловское распределение молекул по скоростям. Процесс считается изотермическим ($T = \text{const}$).

Введем скорость убывания числа молекул атмосферы:

$$-\frac{dN}{dt} = v s \int_{v_{y6}}^{\infty} f(v) dv, \quad (6)$$

где v — молекулярный поток, т.е. число молекул, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности Земли; s — площадь поверхности Земли; $f(v)$ — максвелловская функция распределения молекул по скоростям.

$$v = \frac{1}{4} n_0 \langle v \rangle, \quad (7)$$

где n_0 — концентрация молекул у поверхности Земли; $\langle v \rangle$ — средняя скорость «убегающих молекул», т.е. тех молекул, скорости которых $v \geq v_{2,k}$ ($v_{2,k}$ — вторая космическая скорость):

$$dN(v) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot N \cdot 4\pi v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot dv, \quad (8)$$

где N — полное число молекул атмосферы.

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{1}{4} n_0 s \cdot \frac{\int_{v_{y6}}^{\infty} \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} N \cdot 4\pi v^3 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot dv}{\int_{v_{y6}}^{\infty} \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} N \cdot 4\pi v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot dv} \int_{v_{y6}}^{\infty} \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot 4\pi v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \cdot dv,$$

или

$$-\frac{dN}{dt} = n \cdot s \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \pi \int_{v_{y6}}^{\infty} v^3 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv. \quad (9)$$

Берем в (9) интеграл по частям, получаем:

$$\int_{v_{y6}}^{\infty} v^3 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv = \frac{kT}{m_0} v_{y6}^2 e^{-\frac{m_0 v_{y6}^2}{2kT}} + 2\left(\frac{kT}{m_0}\right) e^{-\frac{m_0 v_{y6}^2}{2kT}} = \text{const}. \quad (10)$$

Поэтому выражение (9), с учетом (10), можно представить так:

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{N}{\tau}. \quad (11)$$

Отметим, что максимальную скорость молекул, равную скорости света в вакууме, в молекулярной физике принято считать бесконечно большой.

Находим N , используя больцмановское распределение молекул по потенциальным энергиям в поле тяготения Земли, при этом, в целях упрощения, поверхность Земли считаем плоской.

Вводим число молекул в интервале высот от h до $h + dh$:

$$dN_h = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \cdot s \cdot dh. \quad (12)$$

Интегрируя выражение (12), находим N :

$$N = -n_0 s \frac{kT}{m_0 g} e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \Big|_0^{\infty} = n_0 s \frac{kT}{m_0 g}. \quad (13)$$

Подставляем (13) в (11) и после соответствующих преобразований получаем:

$$\tau \equiv \frac{e^{\frac{m_0 v_{y\sigma}^2}{2kT}} \left(\frac{2\pi kT}{m_0}\right)^{3/2}}{\pi g(v_{y\sigma}^2 + 2\frac{kT}{m_0})} . \quad (14)$$

Произведем замену:

$$x_{y\sigma}^2 = \frac{v_{y\sigma}^2}{\frac{2kT}{m_0}} . \quad (15)$$

И тогда:

$$\tau = \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_0}} \cdot \frac{e^{x_{y\sigma}^2}}{g(x_{y\sigma}^2 + 1)} . \quad (16)$$

Отметим, что

$$-\frac{dN}{dt} = \alpha , \quad (17)$$

откуда $-dN = \alpha dt$, т.е.

$$N = -\int_N^0 dN = \alpha \int_0^\tau dt = \alpha \tau . \quad (18)$$

Проведем расчет, например, для атомарного водорода, имея в виду, что $v_{y\sigma} \cong 11,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ (вторая космическая скорость), $M = 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$:

$$x_{y\sigma}^2 = \frac{v_{y\sigma}^2}{\frac{2kT}{m_0}} \cdot m_0 = \frac{M v_{y\sigma}^2}{2RT} \cong 24 .$$

Отсюда:

$$\tau \approx 27 \text{ лет} . \quad (19)$$

Проведя аналогичный расчет для молекулярного водорода, получаем:

$$\tau \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ лет} . \quad (20)$$

Конечно, проведенные рассуждения носят «прикидочный» характер (использовано много упрощений), но полученные результаты достаточно убедительны.

Выводы

1. В данной статье завершается анализ методики преподавания основ статистической теории идеальных газов как в условиях средней школы, так и в вузе.
2. Теоретические аспекты, соответствующий математический аппарат, подбор задач рассматривались ранее.
3. Упомянется виртуальная лабораторная работа, в которой моделируется классический опыт Штерна по изучению равновесного распределения Максвелла (в двумерном фазовом пространстве).
4. Проводился педагогический эксперимент по проверке уровня усвоения материала по теме студентами I курса физического факультета КарГУ им. Е.А.Букетова.
5. Рассмотрена возможность применения законов Максвелла и Больцмана для исследования рассеяния атмосферы Земли в предположении, что распределение частиц в ней можно считать квазистационарным.

Список литературы

1. Сакипова С.Е., Ильина Л.Ф., Маркова М.П., Морозова Н.Б. Использование вузовской технологии в преподавании молекулярной физики в средней школе // Вестн. Карагандинского ун-та. Сер. Физика. — 2008. — № 2(50). С. 76–82.
2. Морозова Н.Б. Внедрение инновационных образовательных технологий в преподавании вузовского курса молекулярной физики: Магистерская дис. — 2009.
3. Толстик А.М. Виртуальная лаборатория. — Томск, 2004.

4. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Наука, 1996. — С. 81–83.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. — Т. II. — М.: Наука, 1985. — С. 284–290.
6. Савельев И.В. Курс общей физики. — Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: АСТ, 2001. — 201 с.

УДК 378.147:372.853

Л.Ф.Ильина, Д.К.Тажибаева

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Мектептегі физика курсында типтік бағдарлама бойынша сұйықтар мен газдардың механикасы қарастырылмайды. Бұл бөлім авторлық бағдарлама бойынша физика-математикалық сыныптарда ғана оқылады. Тақырып бойынша эксперимент жасау көп қиындықтар келтіреді, өйткені мектептерде керек құрал-жабдықтар жоқ. Компьютерлік лабораториялық тренажерлер физикалық виртуалды ортаны жасайды, онда оқушылар нақты құралдар қолданбай лабораториялық жұмыстар істей алады.

The mechanics of liquids and gases in a school course of physics under typical programs is not considered. It is studied in physical and mathematical classes, basically, under author's programs. Section not traditional, difficult enough, therefore its development without application of modern interactive technologies inconveniently. Special problems arise at carrying out of experiments on a theme, as schools are not arranging the corresponding equipment. The laboratory computer training apparatus creating the virtual physical environment in which schoolchildren could to perform laboratory works, without using the real equipment, but, acquiring the same knowledge and skills, allows solve many problems.

Введение

Знание законов сохранения дает возможность познакомиться с основными закономерностями движения жидкостей и газов, которое весьма распространено в природе и технике. Двигается воздух в земной атмосфере; вода — в океанах, морях, озерах, реках; вода, нефть и газ — в трубопроводах; кровь — в сосудах; соки — в растениях и т.д. [1].

Изучению движения жидкостей и газов посвящен специальный раздел механики — механика жидкостей и газов.

1. Идеальная жидкость. Ламинарное и турбулентное течение.

Трубка тока. Линия тока

Идеальная жидкость — несжимаемая жидкость, в которой отсутствует внутреннее трение.

*Ламинарное течение (от лат. *lamina* — слой) — такое, при котором жидкость (газ) течет как бы разделенной на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Обычно это бывает при небольших скоростях жидкости. Если в ламинарный поток воды опустить несколько кристалликов перманганата калия (марганцовки), то образовавшиеся от их растворения струйки подкрашенной воды, не размываясь, сохраняются на протяжении всего потока. Это свидетельствует о стационарности (постоянстве во времени) ламинарного течения.*

При увеличении скорости характер течения жидкости изменяется.

*Турбулентное течение (от лат. *turbulentus* — вихревой) — такое, при котором слои жидкости начинают беспорядочно перемешиваться, возникают завихрения [2].*

В дальнейшем мы будем рассматривать ламинарное течение идеальной жидкости.

Для описания движения жидкости можно поступить двумя способами: можно проследить за движением каждой частицы жидкости, т.е. указать положение и скорость ее в любой момент времени, тем самым будут определены и траектории всех частиц. А можно иначе. Можно проследить, что происходит с течением времени в каждой точке пространства. Точнее, можно указать величины и направления скоростей различных частиц жидкости, которые в различные моменты времени прохо-