

Есептің нәтижелерін табу үшін Mathcad бағдарламасына салып, шешуші теңдеулер жүйесінен түйіндер жылжуларын анықтаймыз: $z_3=39.60396039603966$, $z_5=51.1039603960396$, $z_6=-149.44695898161244696$, $z_7=-12.75$, $z_8=-75.692008486562942008$.

Осы жылжулар арқылы берілген ферманың деформациялық күйі анықталып, күштер арқылы ферманың кернеулік күйі табылады.

Енді алынған нәтижелердің дұрыстығын тексеру үшін, берілген түйіндерді қию әдісімен есептеп көрелік.

Құрылған бағдарлама бойынша жоғарыдағы ферманың элементтеріндегі бойлық күштердің нәтижелерін кесте түрінде көрсетеміз:

Бойлық күштер	Ақырлы элементтер әдісі	Түйіндерді қию әдісі
	Алынған нәтижелер (кН)	
N_1	158.416	158.4
N_2	46	46
N_3	-39.604	-39.6
N_4	-51	-51
N_5	93.352	93.4

Түйіндерді қию әдісімен және ақырлы элементтер әдісімен алынған нәтижелермен салыстырып, олардың бірдей екеніне көзімізді жеткізуге болады. Сондықтан АЭӘ есептің нақ шешімін береді. Бұл әдістің басқа әдістерге қарағандағы айырмашылығы: деформациялық және кернеулік күйлер нақ анықталады; өте күрделі өзектік жүйені есептеуге болады; анықталған немесе анықталмаған өзектік жүйе бір жолмен есептеледі; қатаң байланысқа қоса серпімділік байланысты ескеруге болады; температуралық факторға оңай есептеу жүргізуге болады.

1. Турсунов К.А. Метод конечных элементов в строительной механике стержневых систем: Учебное пособие. – Караганда: КарПТИ, 1984. – 60 с.
2. Тұрсынов К.А. Құрылыс механикасы. Статикалық анықталмаған өзектер жүйелері: оқу құралы. – Карағанды, ҚарПТИ, 1994. – 98 б.
3. Тұрсынов К.А. Құрылыс механикасындағы ақырлы элементтер әдісі: оқу құралы. – Карағанды, ҚарМУ, 2004. – 53 б.
4. В.Бертяев. Теоретическая механика на базе Mathcad практикум. Санкт-Петербург «БХВ-Петербург» 2005г.

Тимошина К.Д., Карагандинский университет имени академика Е.А.Букетова, факультет математики и информационных технологий, гр. М2-Мат-23-2р, магистрант
(Научный руководитель – PhD, ассоциированный профессор, профессор кафедры МАДУ, Космакова М.Т.)

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Математический аппарат интегродифференцирования дробного порядка позволяет описывать процессы в системах, для которых существенен учёт нелокальных свойств по времени и пространству. Интерпретация производных дробного порядка как способ учёта эффектов памяти (нелокальность по времени) и пространственных корреляций (нелокальность по координатам) привела к их широкому применению в естествознании.

Уравнения в дробных производных описывают эволюцию некоторой физической системы с потерями, причём дробный показатель производной указывает на долю состояний системы, сохраняющихся за всё время эволюции. Эти системы с “остаточной” памятью занимают промежуточное положение между системами, обладающими полной памятью, с одной стороны, и марковскими системами, с другой.

Дробное исчисление- область математического анализа, в которой исследуются и применяются дробные производные и интегралы любого вещественного порядка. Одним из приложений этой теории является теория дифференциальных уравнений с дробными производными.

При математическом моделировании сплошных сред с памятью возникают уравнения, описывающие новый тип волнового движения, занимающего промежуточное положение между обычной диффузией и классическими волнами [1, 2].

Операция дифференцирования дробного порядка—сочетание операций дифференцирования и интегрирования. В данной статье была решена краевая задача для волнового уравнения дробного порядка, и рассмотрены два предельных случая. Статья построена следующим образом. Вначале приводится постановка задачи для волнового уравнения с дробной производной Римана-Лиувилля в верхней полуплоскости (x, t) . Начальные условия также даны в виде дробной производной. В ходе решения было последовательно применено преобразование Фурье по пространственной переменной, затем - преобразование Лапласа по временной переменной, обратное преобразование Лапласа и обратное преобразование Фурье. Далее рассмотрены предельные случаи порядка дробной производной.

Постановка задачи

В области $\Omega = \{(x, t) | -\infty < x < +\infty; t > 0\}$
найти решение задачи:

$$\mathcal{D}_{ot}^\alpha u(x, t) - u_{xx}(x, t) = f(x, t) \quad (1)$$

$$\mathcal{D}_{ot}^{\alpha-1} u|_{t=0} = \varphi(x); \quad \mathcal{D}_{ot}^{\alpha-2} u|_{t=0} = \Psi(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} u(x, t) = 0, \quad (2)$$

где $\mathcal{D}_{ot}^\alpha f(t)$ -производная в смысле Римана-Лиувилля порядка $\alpha \in (1; 2)$.

Теорема. Функция

$$u(x, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^{\alpha-1} G_1(x - \xi, \tau) f(\xi, t - \tau) d\xi d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} t^{\alpha+2} G_1(x - \xi, \tau) \varphi(\xi) d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} t^{\alpha-2} G_2(x - \xi, \tau) \Psi(\xi) d\xi$$

где

$$G_1(x, t) = \frac{1}{2} t^{\frac{\alpha}{2}-1} \Phi\left(-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}; -xt^{-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

и

$$G_2(x, t) = \frac{1}{2} t^{-\frac{\alpha}{2}-1} \Phi\left(-\frac{\alpha}{2}, -\frac{\alpha}{2}; -xt^{-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$\Phi(a, b; z)$ – функция Райта, является решением задачи (1) – (2) при $\alpha \in [1; 2]$.

Доказательство:

К уравнению (1)-(2) применим преобразование Фурье по переменной x :

$$\mathcal{D}_{ot}^\alpha \mathcal{V}(p, t) + p^2 \mathcal{V}(p, t) = \mathcal{F}(p, t), \quad (3)$$

$$\mathcal{D}_{ot}^{\alpha-1} \mathcal{V}|_{t=0} = \bar{\varphi}(p); \quad \mathcal{D}_{ot}^{\alpha-2} \mathcal{V}|_{t=0} = \bar{\Psi}(p), \quad (4)$$

где $\mathcal{F}(p, t)$; $\bar{\varphi}(p)$; $\bar{\Psi}(p)$ -образы входных данных в задаче (1)-(2)

К уравнению (3) применим преобразование Лапласа по переменной t , учитывая условия (4). Получим:

$$s^\alpha \bar{u}(p, s) - \bar{\varphi}(p) - s \bar{\Psi}(p) + p^2 \bar{u}(p, s) = \bar{f}(p, s), \quad (5)$$

где $\bar{f}(p, s)$ -образ функции $\mathcal{F}(p, t)$

К (5) применим обратное преобразование Лапласа по переменной s

$$\mathcal{V}(p, t) = \left((t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(-p^2 t^\alpha)) * \mathcal{F}(p, t) \right) (t) + t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha-1}(-p^2 t^\alpha) \bar{\varphi}(p) + t^{\alpha-2} E_{\alpha, \alpha-1}(-p^2 t^\alpha) \bar{\Psi}(p), \quad (6)$$

где $E_{a,b}(z)$ - функция Миттаг-Леффлера

К (6) применим обратное преобразование Фурье по переменной p :

[см. [3] 141-142]

$$u(x, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^{\alpha-1} G_1(x - \xi, \tau) f(\xi, t - \tau) d\xi d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} t^{\alpha+2} G_1(x - \xi, \tau) \varphi(\xi) d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} t^{\alpha-2} G_2(x - \xi, \tau) \Psi(\xi) d\xi \quad (7)$$

Применив обратное преобразование Лапласа по переменной s , учитывая формулу

$$L[t^{\beta-1} \Phi(\rho, \beta, -\lambda t^\rho)] = s^{-\beta} \exp(-\lambda s^{-\rho}) \quad (11)$$

$$-1 < \rho < 0, \lambda > 0$$

при $\lambda = x$; $\beta = \frac{\alpha}{2}$; $\rho = -\frac{\alpha}{2}$, т. к. $\alpha \in (1; 2)$

$$G_1(x, t) = \frac{1}{2} t^{\frac{\alpha}{2}-1} \Phi\left(-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}; -xt^{-\frac{\alpha}{2}}\right) \quad (12)$$

Применив обратное преобразование Лапласа учитывая и формулу (11) при

$$\lambda = x; \beta = -\frac{\alpha}{2}; \rho = -\frac{\alpha}{2}, \text{ получим}$$

$$G_2(x, t) = \frac{1}{2} t^{-\frac{\alpha}{2}-1} \Phi\left(-\frac{\alpha}{2}, -\frac{\alpha}{2}; -xt^{-\frac{\alpha}{2}}\right) \quad (13)$$

Подставив (12) и (13) в (7), получим решение исходной задачи (1)-(2).

Предельные случаи порядка дробной производной

Рассмотрим предельные случаи порядка дробной производной при $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$

$$\alpha = 1$$

Тогда задача (1)-(2) примет вид:

$$u_t - u_{xx} = f(x, t) \quad (14)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x); \quad (15)$$

$$\int_0^t u(x, \tau) d\tau|_{t=0} = \psi(x) \quad (16)$$

Решение задачи (14) – (15) в области Ω имеет вид

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi) G(x, \xi, t) d\xi + \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi, \tau) G(x, \xi, t - \tau) d\xi d\tau \quad (17)$$

где функция Грина $G(x, \xi, t)$ определяется формулой 3.471 (2) [4]

$$G(x, \xi, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4t}\right). \quad (18)$$

Показано, что при $\alpha = 1$ решение (7) совпадает с (17), учитывая соотношения (12) и (13).

$$\alpha = 2$$

Тогда задача (1)-(2) примет вид:

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= f(x, t) \\ u_t|_{t=0} &= \varphi(x); \quad u|_t = \psi(x) \end{aligned}$$

Решение имеет вид [5]

$$u(x, t) = \frac{1}{2} [\psi(x-t) + \psi(x+t)] + \frac{1}{2} \int_{x-t}^{x+t} \varphi(\xi) d\xi + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad (19)$$

Получим окончательно

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} f(\eta, \tau) d\eta d\tau + \frac{1}{2} \int_{x-t}^{x+t} \varphi(\eta) d\eta + \frac{1}{2} [\psi(x+t) + \psi(x-t)]$$

Показано, что при $\alpha = 2$ решение (7) совпадает с (19), учитывая соотношения (12) и (13). Теорема доказана.

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. – М.:Физматлит. 2003
2. Олемской А.И., Флат А.Я. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды// Усп. Физ. Наук.- 1993.- 163. -№12.-С. 1-50
3. I. Podlybny Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some ... in Science and Engineering, Volume 198
4. Градштейн И.С. Таблицы интегралов сумм рядов и произведений. - М. Физматгиз 1963 г 1 100 стр
5. Полянин А. Д. Уравнения и задачи математической физики в 2 ч. Часть 1 : справочник для вузов

Тохтарбай Г.А., Усенова М.С., Габдолла А.Н., Кайыржанова Н.К.

Карагандинский университет имени академика Букегова, химический факультет, магистранты и студент гр. ТФП-312-21

(Научный руководитель – проф. Салькеева Л.К., Нурмаганбетова М.Т.)

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ХИМИЧЕСКОЙ МОДИФИКАЦИИ АЗОТ И СЕРОСОДЕРЖАЩИХ ПЯТИЧЛЕННЫХ ГЕТЕРОЦИКЛОВ, ОБЛАДАЮЩИХ РАЗЛИЧНЫМИ ВИДАМИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ

Химические соединения, содержащие азот и серу в пятичленном гетероциклическом кольце, представляют большой интерес в медицине, фармакологии и других областях биологии. Многие из этих соединений обладают широким спектром биологической активности, что делает их перспективными объектами для дальнейших исследований.

Азот и сера являются важными элементами в органических соединениях, так как они могут образовывать стабильные и реакционно активные связи с другими атомами. Пятичленные гетероциклы, содержащие азот и/или серу в кольцевой структуре, представляют большой интерес для научных исследований в связи с их биологической активностью.

В литературе [1] имеется несколько сообщений, описывающих производные 1,3,4-тиадиазола с точки зрения их различной биологической активности, и наиболее актуальные и недавние исследования показали, что они обладают широким спектром фармакологической активности, которые классифицируются по следующим категориям: антибактериальная и противогрибковая, противоопухолевая [2], противосудорожная [3], противовоспалительная [4], противотуберкулезная [5], противовирусная [6], антилейшманиозная, трихомонадоцидная активности [7], а также ингибирующая активность карбоангидразы [8].

Синтез пятичленных гетероциклов является важной областью химии, которая позволяет получать новые соединения с уникальными свойствами и биологической активностью. Модификация гетероциклических соединений позволяет улучшить их фармакологические свойства, такие как более высокую активность и уменьшение токсичности.

Основной целью работы является получение новых соединений с биологической активностью, которые могут иметь потенциальное применение в медицине, фармакологии и других областях биологии.

Тиадиазол - пятичленное гетероциклическое соединение, которое является важным каркасом нескольких природных и лекарственных препаратов [11]. Благодаря своей "водородсвязывающей доменной" и "двухэлектронной донорной" системе, тиадиазольный фрагмент обладает высокой биологической активностью, а атом серы придает липорастворимость, что обеспечивает создание аналогов с более высокой липофильностью.