$$t^{-1/2}e^{-t}\cdot\left[\ {}_0D_x^{1+\beta}u(x,t)\ \right]_{x=t}\in L_1(0,\infty),\ e^{-t}\cdot\left[\ {}_0D_x^{1+\beta}\int_0^t\int_0^\infty G(x,\xi,t-\tau)\cdot f(\xi,\tau)d\xi d\tau\right]\Bigg|_{x=t}\in L_1(0,\infty),\quad (3)$$

$G(x,\xi,t)$ - функция Грина первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в четверти плоскости. Решение задачи сводится к исследованию особого интегрального уравнения Вольтерра второго рода с ядром, имеющим сильную особенность.

Для задачи (1)- (2) будет справедлива

Теорема. Краевая задача (1)-(2) при $\frac{1}{2}\le\beta<1,\quad \forall\lambda\in C,\quad \mathrm{Re}\lambda\ge 0$ является нетеровой с индексом 1. Если же $\mathrm{Re}\,\lambda<0$, то задача (1)-(2) имеет единственное решение в (3).

Список использованных источников

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Нагруженные уравнения – как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: ГЫЛЫМ, 2010. 334с.
2. *Ахманова Д.М., Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Об особом интегральном уравнении Вольтерра второго рода со спектральным параметром // Сибирский математический журнал, 2011. Т. 52. № 1. С.3-14.
3. *Нахушев А.М.* Обратные задачи для вырождающихся уравнений и интегральные уравнения Вольтерра третьего рода // Дифференц. уравнения. 1974. Т. 10. № 1. С. 100–111.
4. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 272 с.

ЕКІНШІ РЕТТІ ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІ ШЕШУДІҢ САНДЫҚ ЖҮЗЕГЕ АСЫРЫЛУЫ

Қадырбаева Ж.М., Момынжанова Қ.Р.

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

E-mail: apelman86pm@mail.ru, kymbat_momynzhanova87@mail.ru

$[0,T]$ аралығында екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін төмендегідей шеттік есебі қарастырылады:

$$\frac{d^2z}{dt^2}=a_1(t)\frac{dz}{dt}+a_2(t)z+m_1(t)z(\theta)+m_2(t)\frac{dz(\theta)}{dt}+f(t),\qquad(1)$$

$$b_{11}z(0)+b_{12}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=0}+c_{11}z(T)+c_{12}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=T}=d_1,\qquad(2)$$

$$b_{21}z(0)+b_{22}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=0}+c_{21}z(T)+c_{22}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=T}=d_2,\qquad(3)$$

мұндағы $a_1(t),\ a_2(t),\ m_1(t),\ m_2(t)$ функциялары және $f(t)$ вектор функциясы $[0,T]$аралығындағы үзіліссіз, $b_{11},\ b_{12}, b_{21},\ b_{22}, c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}, d_1, d_2$ – берілген сандар, $0<\theta<T$.

$z^*(t)$ функциясы (1) – (3) шеттік есебінің шешімі деп аталады, егер ол $[0,T]$ аралығында үзіліссіз екінші ретке дейін дифференциалданып, (1) екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеуін және (2), (3) шеттік шарттарын қанағаттандыратын болса.

Екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер химия, биология, экология және т.б. салалардағы әралуан процестерді математикалық модельдеу кезінде пайда болады [1, 2]. Осындай шеттік есептерді шешудің және бірмәнді шешілімділігінің әртүрлі терминдердегі шарттары тағайындалған. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер және олар үшін шеттік есептер көптеген еңбектерде қарастырылған. [3, 4] еңбектерінде жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептерді шешуге параметрлеу әдісі [5] қолданылған. Параметрлеу әдісінің көмегімен жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары бастапқы берілімдер терминінде тағайындалып, оның шешімін табудың қос параметрлі алгоритмдері ұсынылған.

Ұсынылып отырған жұмыста (1) – (3) есебін шешу үшін де параметрлеу әдісі қолданылады. Алдымен жаңа белгілеулер енгізіп (1) – (3) есебінен жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есепке көшеміз. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есепті жүктеу нүктесінде қосымша параметр енгізу арқылы параметрлі пара-пар есепке келтіріледі. Параметрлі пара-пар есеп жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есебінен, шеттік шарттан және үзіліссіздік шартынан тұрады. Параметрлі жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есебінің шешімі дифференциалдық теңдеудің фундаменталдық матрицасының көмегімен тұрғызылады. Тұрғызылған шешімнің сәйкес нүктелерінде мәндерді шеттік шартқа және үзіліссіздік шартына қоя отырып, параметрлерге қарасты сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесі құрылады. Қарастырылып отырған есепті шешудің құрылған жүйені және ішкі аралықтарда Коши есебін 4-ретті Рунге-Кутта әдісін қолданып шешуге негізделген сандық тәсілі ұсынылады.

Әдебиеттер тізімі

1. *Нахушев А.М.* Уравнения математической биологии. -М.: Высшая школа, 1995. - 205 с.
2. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. -М.: Наука, 2012. - 232 с.
3. *Бакирова Э.А.* О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. Сер. физ-матем. - 2005. - №1. -С. 95-102.
4. *Кадирбаева Ж.М.* Об одном алгоритме нахождения решения линейной двухточечной краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений // Математический журнал. - Алматы, 2009. - Т.9, №2(32). –С. 25-34.
5. *Джумабаев Д . С .* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения / / Ж . вычисл. матем. и матем. физ. - 1989. - Т . 2 9 , № 1 . –С. 50-66.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКО-КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРИВЕДЕНИЯ ИХ К БОЛЕЕ ПРОСТЫМ СИСТЕМАМ

Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А.

Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан

Рассмотрим вопрос о периодических решениях линейной системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{d\tau} = P(\tau)x + f(\tau) \tag{1}$$

с непрерывными и -периодическими при $\tau \in (-\infty, +\infty) = R$ $n \times n$-матрицей $P(\tau)$ и n – вектор – функцией $f(\tau)$, путем приведения её к более простой системе того же вида

$$\frac{dy}{d\tau} = K(\tau)y + \varphi(\tau) \tag{2}$$

с непрерывными и -периодическими $n \times n$-матрицей $K = K(\tau)$ и n – вектор – функцией $f(\tau)$.

Пусть Mи N – матрицы монодромии систем (1) и (2), соответственно, причем они связаны между собой соотношением

$$MN = E, \tag{3}$$

где E- единичная матрица.

При условии (3) доказывается основная лемма о существовании непрерывно дифференцируемой неособенной -периодической матрицы $Q(\tau)$ такой, что преобразование вида

$$x = Q(\tau)y \tag{4}$$

приводит систему (1) к системе (2), причем $\varphi(\tau) = Q^{-1}(\tau)f(\tau)$.

Заметим, что, в частности, матрица K может быть либо квазидиагональной, либо постоянной.

Далее, предположив

$$\det(N^{-1} - E) \neq 0 \tag{5}$$

выводится интегральное представление единственного периодического решения $y^*(\tau)$ системы (2) вида

$$y^*(\tau) = Y(\tau)[N^{-1} - E]^{-1} \int_{\tau}^{\tau+\theta} Y^{-1}(s)\varphi(s)ds. \tag{6}$$

В заключении на основе связи (3)-(5) из соотношения (6) получим интегральное представление периодического решения линейной системы (1). В докладе также обсуждаются вопросы о распространении этого подхода на случаи: 1) нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений и 2) многопериодической системы с дифференциальным оператором D_e, состоящим из суммы частных производных по всем независимым переменным [1-3].

Список использованных источников

1. *Кенжебаев К.К. Сартабанов Ж.А.* Периодические по многомерному времени решения матричных уравнений типа Ляпунова с оператором дифференцирования по диагонали. Евразийский математический журнал. – 2008. –№3.–С. 63-67.