

**Некоторые модели интенсификации газовыделения из угольных пластов**

**Some models of an intensification of gas evolution from coal layers**

Таткеева Г.Г.<sup>1</sup>, Юров В.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахдинский государственный технический университет (E-mail: tatkeeva@mail.ru);

<sup>2</sup>Казахдинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: exciton@list.ru)

Көмір қабатының гидроажырауының математикалық моделі ұсынылды. Модель екі амалдан тұрады, олар: фазаларды бөлудің жылжымалы шекаралары бар жылуөткізгіштігінің теңдеуі және жарықшақтың пайда болуымен ақаулардың қосылуын статистикалық қарастыру. Сұйықтықты басып тығыздалуы арқылы жарықшақтың ұзындығын есептеуге арналған формула және көмірдің параметрлері алынған. Есептік және тәжірибелік өлшемдердің жақсы үйлесімі байқалды. Грин функциясы әдісі негізінде ұңғымаларды жылумен өңдеудің математикалық моделі ұсынылды. Жылу көздерінің параметрлері арқылы жарық ұзындығын есептейтін формула және көмірдің физикалық қасиеттері алынған. Қышқылдардың су ерітінділерімен ұңғымаларды өңдеудің математикалық моделі ұсынылған. Зертханалық жағдайларда барлық параметрлерді эксперименттік түрде анықтау үшін формула алынған және осы арқылы көмір қабатына химиялық әсердің радиусын бағалауға болады.

The mathematical model of hydrobreak of a coal layer is offered. The model includes two approaches: the equation of heat conductivity with mobile border of the unit of phases and statistical consideration of merge of defects with formation of a crack. The formula for calculation of length of a crack through pressure of a forced liquid and parameters of coal is received. The good consent of settlement and skilled sizes is received. The mathematical model of thermal processing of chinks is offered on the basis of a method of functions of Green. The formula for calculation of length of a crack through parameters of thermal sources and physical properties of coal is received. The mathematical model of processing of chinks is offered by water solutions of acids. The formula where all parameters can be defined experimentally in laboratory conditions is received and, thus, to estimate radius of chemical influence on a coal layer.

*Введение*

Проблема извлечения шахтного метана с целью его промышленного использования существует сравнительно недавно в связи с нарастающим интересом к возобновляемым и нетрадиционным источникам энергии. В то же время работы по дегазации угольных пластов с целью обеспечения безопасности горных работ имеют уже солидную историю. Сложность решения указанной проблемы связана с большим разнообразием строения, геологических и петрофизических характеристик, физико-механических и коллекторских свойств угольных пластов.

Как известно, высокогазоносные угольные (метанугольные) месторождения отличаются от традиционных месторождений природного газа тесной сорбционной связью метана с угольным веществом и низкой газопроницаемостью угольных пластов, существенно затрудняющих решение вопросов дегазации угольных шахт и организации промышленного освоения ресурсов угольного метана, этого эффективного, экологически чистого топлива. В этой связи основное внимание многих ученых в последние годы было сосредоточено на исследованиях и разработках, посвященных вопросам стимулирования газоотдачи угольных пластов [1–7].

*Классификация методов интенсификации угольных пластов*

В практике дегазации угольных пластов сформировались две основные группы способов — пассивные, основанные на вакуумировании массива через скважины, изменяющие только его газовое состояние, и активные. К последним относятся способы, изменяющие как газовое состояние, так и газогидродинамические свойства пласта и способствующие интенсификации дегазации. Они могут быть разделены по времени воздействия относительно начала ведения горных работ и по виду воздействия на пласт (табл.).

Т а б л и ц а

**Классификация активных способов дегазации [1–7]**

Время воздействия на пласт относительно ведения горных работ	Вид воздействия на газодинамические свойства пласта				
	Механический	Гидравлический	Физико-химический	Тепловой	Комбинированный
Предварительно (не более чем за 2 года)	Подработка, надработка, торпедирование	Гидроразрыв водой	Физико-химическая обработка	Тепловая обработка	Расчленение или растворами ХАВ, или ПАВ с последующим бурением скважин. Электрогидравлическая обработка
Заблаговременно (более чем за 2 года)	Пневморасчленение пласта. Взрыв большой мощности в угленосной толще		Гидрорасчленение химически- и поверхностно-активными веществами	Гидрорасчленение с введением теплоносителей	Многостадийное воздействие. Термо-физико-химическая обработка. Расчленение с закачкой сжиженного сорбционного газа. Внутрипластовый взрыв

*Математическая модель гидроразрыва угольного пласта (ГРП)*

Рассмотрим угольный пласт на большой глубине как изотропную монолитную среду. Как и в реальных твердых телах, в такой среде всегда есть дефекты структуры, радиус которых начинает изменяться при наложении внешнего давления. При достижении некоторого критического размера начинается перекрытие радиусов соседних дефектов и возникает трещина.

Такую простую модель угольного пласта, содержащего ради простоты сферические дефекты, мы и положим в основу нашего теоретического рассмотрения ГРП.

Итак, пусть в угольном пласте растет сферический дефект. Распределение давления вокруг дефекта приближенно можно описать стационарным уравнением, подобным уравнению теплопроводности. Мы рассмотрим задачу роста дефекта в терминах уравнения теплопроводности и затем температуру заменим на давление в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Затем мы рассмотрим слияние дефектов с точки зрения статистической физики.

Итак, температурное поле вокруг сферического дефекта приближенно можно описать стационарным уравнением теплопроводности:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0, \quad (1)$$

где  $r$  — переменный радиус в сферической системе координат.

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$T(r) = A + \frac{B}{r}, \quad (2)$$

где  $A$  и  $B$  — произвольные постоянные.

На поверхности дефекта одновременно имеет место уравнение, описывающее кинетику процесса роста дефекта:

$$\frac{d\rho}{dt} = K [T_k - T(\rho)], \quad (3)$$

где  $\rho$  — радиус сферического дефекта;  $K$  — константа скорости роста дефекта и тепловой баланс:

$$Q_0 \gamma \frac{d\rho}{dt} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=\rho}, \quad (4)$$

где  $Q_0$  — скрытая теплота;  $\gamma$  — удельный вес;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности.

Подставив (2) в (3) и (4), получим:

$$\frac{d\rho}{dt} = K \left( T_k - A - \frac{B}{\rho} \right); \quad Q_0 \gamma \frac{d\rho}{dt} = \lambda \frac{B}{\rho^2}. \quad (5)$$

Если учесть, что при  $r \rightarrow \infty \lim T(r) = T_0$  и ввести обозначение  $T(\rho) = \varphi(t)$ , то получим:

$$T(r) = T_0 + [\varphi(t) - T_0] \cdot \frac{\rho}{r}. \quad (6)$$

При этом уравнения (5) переписутся так:

$$\frac{d\rho}{dt} = K [T_k - \varphi(t)]; \quad Q_0 \gamma \frac{d\rho}{dt} = \lambda [\varphi(t) - T_0] \cdot \frac{\rho(t)}{r}. \quad (7)$$

Из системы уравнений (7) следует определить функции  $\varphi(t)$  и  $\rho(t)$ . Исключим функцию  $\varphi(t)$  и получим

$$\frac{Q_0 \gamma}{2\lambda} \frac{d}{dt} \rho^2 + \frac{1}{K} \frac{d\rho}{dt} - (T_k - T_0) = 0 \quad (8a)$$

или

$$\frac{d}{dt} \left[ \rho^2 + 2 \frac{a}{QK} \rho - (T_k - T_0) \cdot t \right] = 0 \quad (8b)$$

( $a$  — температуропроводность). Учтя, что в нашем упрощенном рассмотрении  $\rho(0) = 0$ , найдем:

$$\rho^2 + 2 \frac{a}{QK} \rho - 2 \frac{a}{Q} (T_k - T_0) \cdot t = 0. \quad (9)$$

Отсюда:

$$\rho(t) = -\frac{a}{QK} \pm \sqrt{\left( \frac{a}{QK} \right)^2 + 2 \frac{a}{Q} (T_k - T_0) \cdot t}. \quad (10)$$

Так как  $\rho(t) > 0$ , то перед корнем следует взять знак плюс. Таким образом:

$$\rho(t) = -\frac{a}{QK} + \left[ \sqrt{1 + 2 \frac{QK^2}{a} (T_k - T_0) \cdot t} - 1 \right]. \quad (11)$$

При малых  $t$

$$\sqrt{1 + 2 \frac{QK^2}{a} (T_k - T_0) \cdot t} \approx 1 + \frac{QK^2}{a} (T_k - T_0) \cdot t, \quad (12)$$

$$\rho(t) \approx K (T_k - T_0) \cdot t. \quad (13)$$

Перейдя теперь к перепаду давления  $\Delta P$  в методе ГРП, получим:

$$\rho(t) = K_0 \cdot \Delta P \cdot t. \quad (14)$$

Итак, при малых временах воздействия радиус дефекта растет линейно перепаду давления. Если  $t$  велико, то

$$\sqrt{1 + 2 \frac{QK^2}{a} \Delta P \cdot t} \approx \sqrt{2 \frac{QK^2}{a} \Delta P \cdot t}$$

или

$$\rho(t) \approx \sqrt{2a \frac{\Delta P}{Q} t}. \quad (15)$$

Таким образом, при малых  $t$  скорость процесса определяется кинетикой роста дефекта. При увеличении  $t$  роль диссипации механической энергии возрастает и, наконец, делается решающей.

Перейдем теперь к следующему этапу нашей задачи. Пусть плотность дефектов в угольном пласте равна  $n$ , тогда вероятность  $W(\rho)$  того, что ближайший дефект окажется на расстоянии  $\rho$  (т.е. про-

изойдет слияние дефектов) от выбранного дефекта, нетрудно получить из классической статистической физики, и она равна

$$W(\rho) = 4\pi n \rho^2 \exp[-4\pi n^2 \rho^3 / 3]. \quad (16)$$

Вероятность нахождения  $N$  частиц в дефекте радиусом  $\rho$  равна, очевидно,

$$W_N(\rho) = \prod_{i=1}^N W_i(\rho). \quad (17)$$

Вероятность (16) мы определим, с другой стороны, как отношение энергии одной частицы ( $kT$ ) к полной энергии системы (для идеального газа —  $3/2nkT_0$ ).

Таким образом, мы имеем:

$$\frac{NkT}{3/2nkT_0} = (4\pi n)^N \rho^N \exp[-4\pi n^2 \rho^3 / 3]. \quad (18)$$

Логарифмируя обе части (18), проводя несложные преобразования и отбрасывая малые члены, получим:

$$\frac{N}{n} \cdot \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{4}{3} \pi N \cdot n^2 \cdot \rho^3$$

или

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{4}{3} \pi n^3 \rho^3. \quad (19)$$

Для единичного объема  $V_0 = \frac{4}{3} \pi L_0^3$  и с учетом, что  $n = \frac{N}{V_0}$ , а  $N \cdot \rho = L$  — длина трещины, получим:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{L^3}{L_0^3}$$

или длина трещины

$$L = L_0 \sqrt[3]{\frac{\Delta P}{P_0}}, \quad (20)$$

где  $L_0$  — начальная длина трещины.

Начальная длина трещины определяется формулой (14). Константа  $K$  имеет порядок единицы, а время  $t \sim 10^{-7}$  с и определяется скоростью звука в угольном пласте. При максимальном давлении  $\Delta P = 600$  МПа при ГРП имеем ( $P_0 = 1$  МПа):

$$\frac{\Delta P}{P_0} = 10 \sqrt[3]{0,6} \approx 7, \quad L_0 \approx 200 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} = 10,$$

тогда  $L \approx 70$  м, что практически совпадает с экспериментальными данными по ГРП [1–3]. Таким образом, мы получили приемлемую модель для расчета параметров ГРП.

#### *Математическая модель тепловой обработки скважин*

При тепловой обработке скважин важны два параметра: мощность тепловых источников и радиус их воздействия на угольный пласт. В математической постановке нам необходимо найти распределение температур в цилиндрической области (скважина) при наличии источников тепла.

Задача упрощается, если мы будем рассматривать мгновенные источники тепла  $Q = c\rho$ , где  $c$  — теплоемкость,  $\rho$  — плотность. Методы решения подобных задач весьма многообразны (см., напр., [8]). Мы будем использовать метод функций Грина, который особенно успешно был применён в квантовой механике (см., напр., [9]). Этот метод, как и многие другие, применим к линейным уравнениям теплопроводности с линейными краевыми условиями, но существенно отличается от метода разделения переменных и метода интегральных преобразований. Метод функций Грина весьма универсальный: его можно применять для решения краевых задач при достаточно общей постановке в одно-, двух- и трехмерном случае, в ограниченных, полуограниченных и неограниченных областях.

Идея метода функций Грина достаточно проста: метод состоит в том, что вначале находится специальное решение краевой задачи теплопроводности того же типа (как называемая функция Грина

$G(M, P, t - \tau)$ ), но более просто и через него дается интегральное представление решения исходной задачи. В работе [10] показано, что фундаментальное решение

$$G(x, y, z, x', y', z', t) = \frac{1}{(2\sqrt{a\pi t})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right] \quad (21)$$

уравнения теплопроводности  $T'_t = a\Delta T(x, y, z, t)$  ( $|x|, |y|, |z| < +\infty, t > 0$ ) дает распределение температуры в точке  $(x, y, z)$  неограниченной области в момент времени  $t$ , вызванное мгновенным точечным источником тепла мощностью  $Q = c\rho$ , действующим в точке  $(x', y', z')$  в моменты времени  $t = 0$ .

Функция (21) является  $\delta$ -образной функцией с параметром  $t$  по отношению к множеству функций, непрерывных и ограниченных в пространстве  $(x, y, z, t)$ . Математически мгновенный источник теплоты, действующий в момент времени  $t = 0$ , записывается с помощью импульсной дельта-функции Дирака. При этом можно указать две эквивалентные математические модели для определения функции  $G(M, P, t)$ . В первой модели наличие мгновенного источника мощностью  $Q$  фиксируется в дифференциальном уравнении, во второй — в начальном условии задачи при однородном дифференциальном уравнении.

Итак, мы имеем (при  $-\infty < x, y, z < +\infty, t > 0, Q = c\rho$ ):

$$\frac{\partial G}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \right) + \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')\delta(t); \quad (22)$$

$$G(M, P, t)|_{t=0} = 0; \quad G(M, P, t) < +\infty; \quad (|x|, |y|, |z|) < +\infty;$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \right);$$

$$G(M, P, t)|_{t=0} = \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')\delta(t); \quad (23)$$

$$|G(M, P, t)| < +\infty; \quad (|x|, |y|, |z|) < +\infty.$$

Для решения каждой из задач (22) и (23) можно воспользоваться формулой из [8]:

$$T(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_0(\xi, \eta, \varphi) G(x, y, z, \xi, \eta, \varphi, t) d\xi d\eta d\varphi + \\ + \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi, \eta, \varphi) \cdot G(x, y, z, \xi, \eta, \varphi, t - \tau) d\tau d\xi d\eta d\varphi,$$

где

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \varphi, t - \tau) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi a(t - \tau)})^3} \exp\left[-\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \varphi)^2}{4a(t - \tau)}\right].$$

Подставив в первом случае  $\Phi_0(M) = 0, f(M, t) = \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')\delta(t)$ , во втором случае  $\Phi_0(M) = \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z'), f(M, t) = 0$ , используя свойство  $\delta$ -функции, приходим в первом и во втором случаях к (1).

Если выделенное количество тепла в точке  $(x', y', z')$   $Q \neq c\rho$ , то согласно [8] распределение температуры в неограниченной области дается выражением

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \varphi, t) = \frac{1}{c\rho(2\sqrt{\pi at})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right], \quad (24)$$

которое может быть использовано для рассмотрения частных случаев, в том числе представляющих интерес для решения нашей задачи.

Рассмотрим распределение мгновенных точечных источников мощностью  $Qdz'$  вдоль линии  $(x = x', y = y')$ , параллельной оси  $z$ . Температуру, вызванную действием всех этих источников, определим, интегрируя (24) по переменной  $z'$ :

$$G(x, y, x', y', t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, y, z, x', y', z', t) dz' = \frac{Q}{c\rho(2\sqrt{\pi at})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4at}\right]. \quad (25)$$

Здесь  $Q$  — количество теплоты, выделяемое на единиц  $t$  длины этой прямой. В частности, если  $Q = c\rho$ , то приходим к фундаментальному решению для двумерного уравнения теплопроводности в неограниченной области  $|x| < +\infty, |y| < +\infty, t > 0$ .

Таким образом, мы приходим к нашей задаче, поскольку (25) дает возможность рассмотреть случай мгновенного цилиндрического источника мощностью  $Q$  радиуса  $r'$ , действующего в момент времени  $t = 0$ ; ось совпадает с осью  $z$ .

Пусть  $(r, \varphi)$  и  $(r', \varphi')$  — полярные координаты точек  $(x, y)$  и  $(x', y')$ . Распределим линейные источники мощностью  $Qr'd\varphi'$  по окружности радиуса  $r'$  и проинтегрируем (25), где  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $x' = r' \cos \varphi'$ ,  $y' = r' \sin \varphi'$ . Суммируя действие всех источников, найдем температуру в пространстве  $r \geq 0, t > 0$ :

$$G(r, r', t) = \frac{Qr'}{c\rho 4\pi at} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{r^2 + r'^2 + 2rr' \cos(\varphi - \varphi')}{4at}\right] d\varphi = \frac{Q2\pi r'}{c\rho 4\pi at} \exp\left[-\frac{(r - r')^2}{4at}\right] \cdot I_0\left(\frac{rr'}{2at}\right). \quad (26)$$

Здесь мы использовали интегральное представление функции Бесселя  $f_0(z)$  [11]. В частности, если на единицу длины цилиндра выделяется количество теплоты  $Q = c\rho / 2\pi r'$ , то мы придем к фундаментальному решению для уравнения теплопроводности  $T_t' = a\Delta T(r, t)$  в пространстве  $r \geq 0$ .

Проанализируем полученное решение. В нашем случае радиус действия теплового воздействия  $r \gg r'$  — радиуса скважины, а  $\varphi \approx \varphi'$ . Тогда из (26) получаем:

$$G(r, r', t) = \frac{Q2\pi r'}{c\rho at} \exp\left[-\frac{r^2}{4at}\right]. \quad (27)$$

Обозначим через  $A = 2\pi Qr' / c\rho a$  и рассмотрим стационарный случай, когда  $G(r, r') \approx \Delta T|_{r=R}$ , где  $R$  — радиус теплового воздействия. Тогда, логарифмируя обе части (27) при  $r = R$ , будем иметь:

$$l_n \Delta T = l_n A - \frac{R^2}{4a}$$

Отсюда для радиуса теплового воздействия получим:

$$R = 2\sqrt{a l_n (A - \Delta T)}. \quad (28)$$

#### *Математическая модель обработки скважин водными растворами кислот*

В математическом плане речь идет о растворении частиц минеральной части угля, т.е. о фазовых переходах I рода. Задача имеет аналогию с предыдущей задачей, но там мы рассматриваем рост дефектов угольного пласта, а здесь — частицы минеральной части.

Итак, будем рассматривать сферическую частицу, на поверхности которой протекают химические реакции, приводящие к ее растворению, задачу будем решать при следующих упрощениях:

- процесс проходит в неограниченной среде;
- форма частицы остается сферической в течение всего процесса растворения;
- кинетическое уравнение, описывающее собственно процесс фазового превращения, имеет вид

$$\frac{d\rho}{dt} = X \{C_p - C[\rho(t), t]\}, \quad (29)$$

где  $\rho(t)$  — радиус частицы;  $X$  — кинетический коэффициент;  $C_p$  — равновесная концентрация у поверхности частицы;

- не учитывается поверхностное натяжение.

Теоретический анализ при такой постановке задачи сводится к решению уравнения диффузии с движущейся границей раздела фаз при определенных граничных условиях, в качестве которых выберем кинетическое уравнение (29) и уравнение массового баланса. Математическая постановка задачи в безразмерных переменных следующая:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \frac{2}{z} \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial \tau}, \quad (30)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} c(z, \tau) = C_0, \quad (31)$$

$$c[z_0(\tau), \tau] = C_\infty + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau}, \quad (32)$$

$$c(z, 0) = \begin{cases} c_1, r < \rho, \\ C_0, r > \rho; \end{cases} \quad (33)$$

$$\{c_1 - c[z_0(\tau), \tau]\} \frac{dz_0}{d\tau} = \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=z_0}. \quad (34)$$

Здесь  $\tau = Dt / R_0^2$ ,  $Z = r / R_0$ ,  $Z_0(c) = \rho(t) / R_0$  ( $R_0$  — начальный радиус частицы),  $K = \frac{R_0}{D} X$ ,  $C_\infty = C_p$ ,  $D$  — коэффициент диффузии.

При решении задачи будем использовать методику, описанную выше. Распределение концентраций ищем в виде

$$c(z, \tau) = \begin{cases} \psi_0(z, \tau), & z_0 \leq z \leq 1; \\ \psi_1(z, \tau), & 1 \leq z \leq \infty. \end{cases} \quad (35)$$

Таким образом, в области  $z_0 \leq z \leq 1$

$$\frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} + \frac{2}{z} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} = \frac{\partial \psi_0}{\partial \tau}. \quad (36)$$

Введем функцию  $U_0(z, \tau) = z \psi_0(z, \tau)$ . Тогда

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} = \frac{\partial U_0}{\partial \tau}, \quad (37)$$

$$U_0[z_0(\tau), \tau] = C_\infty, \quad z_0 + \frac{1}{K} z \frac{dz_0}{d\tau},$$

$$\left(\frac{\partial U_0}{\partial z}\right)_{z=z_0} = z_0 \left[ (C_\infty - C_1) \frac{dz_0}{d\tau} + \frac{1}{K} \left(\frac{dz_0}{d\tau}\right)^2 \right] + C_\infty + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau}. \quad (38)$$

Решение уравнения (37) при условии (38) может быть получено на основании формулы, включающей значение функции  $U_0$  и ее производной при  $z = z_0$  [12]. После несложных, но громоздких преобразований получим:

$$\psi_0(z, \tau) = c_\infty + \frac{1}{z} \left\{ \frac{1}{K} \cdot z_0 \frac{dz_0}{d\tau} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^n}{\partial \tau^n} \left[ \frac{(z - z_0)^{2n+1}}{(2n+1)!} \frac{dz_0}{d\tau} \left( \frac{1}{K} + z_0 (c_1 - c_\infty) - \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^{n-1}}{\partial \tau^{n-1}} \frac{(z - z_0)^{2n}}{(2n)!} \frac{d}{d\tau} \left( z_0 \frac{dz_0}{d\tau} \right) \right\}. \quad (39)$$

Выражение для  $\psi_1(z, \tau)$  можно записать в виде

$$\psi(z, \tau) = c_0 + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^z \mu(\eta) \operatorname{erfc} \frac{z-1}{2\sqrt{\tau-\eta}} d\eta. \quad (40)$$

Функция  $c(z, \tau)$  на основании физических соображений должна быть непрерывна при  $z = 1$ , то же относится и к ее производной.

Удовлетворяя этим условиям непрерывности, получим систему уравнений, позволяющих отыскать функции  $z_0(\tau)$  и  $\mu(\tau)$ :

$$c_\infty + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ \left( c_1 - c_\infty - \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) z_0 \frac{dz_0}{d\tau} (1 - z_0)^{2k+1} \right\} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ \left( c_\infty + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) (1 - z_0)^{2k+1} \right\} + \\ + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+2)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ (1 - z_0)^{2k+2} \frac{d}{d\tau} \left[ \left( c_\infty + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) \right] \right\} = c_0 + \mu(\tau),$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ \left( c_1 - c_{\infty} - \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) z_0 \frac{dz_0}{d\tau} (1-z_0)^{2k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ \left( c_{\infty} + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) (1-z_0)^{2k} \right\} + \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left\{ (1-z_0)^{2k+1} \frac{d}{d\tau} \left[ z_0 \left( c_{\infty} + \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} \right) \right] \right\} \right\} = c_0 - c_{\infty} - \frac{1}{K} \frac{dz_0}{d\tau} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \frac{\mu(\eta)}{\sqrt{\tau-\eta}} d\eta. \quad (41)$$

Применяя к системе уравнений (41) преобразование Лапласа-Карсона и исключая  $\bar{\mu}(p)$  из системы преобразованных уравнений, получим следующее интегральное уравнение для отыскания неизвестной функции  $z_0(\tau)$ :

$$\left( p + \frac{2p^{3/2}}{K} \right) \int_0^{\infty} \exp[-p\tau + (1-\sqrt{y})\sqrt{p}] \frac{dy}{d\tau} d\tau + \frac{2p^2}{K_0} \times \\ \times \int_0^{\infty} \exp[-p\tau + (1-\sqrt{y})\sqrt{p}] \sqrt{y} d\tau = 2\lambda(1+\sqrt{p}) + \frac{2p}{K_0}, \quad (42)$$

где  $K_0 = K(c_1 - c_{\infty})$ ,  $\lambda = \frac{c_0 - c_{\infty}}{c_1 - c_{\infty}} < 0$ ,  $y(\tau) = z_0^2(\tau)$ .

Решение уравнения (42) будем искать в двух предельных случаях:  $K_0 \ll 1$  и  $K_0 \gg 1$ . Если растворение лимитируется химической реакцией на границе раздела фаз, то  $K_0 \ll 1$  и  $y(\tau)$  можно представить в виде ряда по степеням параметра  $K_0$ :

$$y(\tau) = 1 + K_0 \varphi_0(\lambda, \tau) + K_0^2 \varphi_1(\lambda, \tau) + \dots \quad (43)$$

Подставляя ряд (43) в уравнение (42), разлагая подынтегральное выражение в ряд по степеням  $K_0$ , найдем, приравнявая коэффициенты в ряд по степеням  $K_0$ , функции  $\varphi_0(\lambda, \tau)$ ,  $\varphi_1(\lambda, \tau)$ , ...,  $\varphi_{n-1}(\lambda, \tau)$  ...

Приведем в качестве примера выражение для  $\varphi_0(\lambda, \tau)$  и  $\varphi_1(\lambda, \tau)$ :

$$\varphi_0(\lambda, \tau) = 2\lambda\tau, \\ \varphi_1(\lambda, \tau) = 2\lambda(\lambda-1) \left[ \tau - e^{\tau} \operatorname{erfc} \sqrt{\tau} 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} + 1 \right] + \lambda^2 \tau^2. \quad (44)$$

В области больших значений  $\tau$  асимптотическое выражение для  $\varphi_2(\lambda, \tau)$  имеет вид

$$\varphi_2(\lambda, \tau) \approx 2\lambda^3 \tau^2 + 2\lambda\tau.$$

При малых  $K_0$  ряд (43) хорошо сходится.

При условии, согласно которому  $K_0 \gg 1$ , главную роль в процессе растворения играет диффузия растворенного вещества в матрице и параметром, определяющим течение процесса, является  $\lambda$ . Поэтому при  $K_0 \gg 1$  решение уравнения (42) ищем в виде ряда по степеням параметра  $\lambda$ :

$$y(\tau) = 1 + \lambda \psi_0(K_0, \tau) + \lambda^2 \psi_1(K_0, \tau) + \dots \quad (45)$$

Подставляя (45) в (42) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $\lambda$ , найдем:

$$\psi_0(K_0, \tau), \psi_1(K_0, \tau), \psi_2(K_0, \tau), \dots, \psi_n(K_0, \tau), \dots$$

Функции  $\psi_0(K_0, \tau)$  и  $\psi_1(K_0, \tau)$  имеют, например, следующий вид:

$$\psi_0(K_0, \tau) = \frac{2K_0}{1+K_0} \left\{ \tau + \frac{K_0}{(1+K_0)^2} \left[ \exp\left[(1+K_0)^2 \tau \operatorname{erfc}(1+K_0)\sqrt{\tau}\right] + 2(1+K_0)\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} - 1 \right] \right\}; \\ \psi_1(K_0, \tau) = \frac{1}{4(1+K_0)} \psi_0^2(K_0, \tau) + \frac{1}{4} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \psi_0^2(K_0, \eta) \frac{d\eta}{\sqrt{\pi(\tau-\eta)}} - \\ - \frac{1}{4(1+K_0)} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \psi_0^2(K_0, \eta) \exp\left[(1+K_0)^2 \operatorname{erfc}\left[(1+K_0)\sqrt{\tau-\eta}\right]\right] d\eta. \quad (46)$$

Рассмотрим полученные решения. Из (44) и (46) видно, что на начальном этапе растворения  $y(\tau) \approx 1 + 2\lambda K_0 \tau$ , т.е.  $dz_0 / d\tau \approx \lambda K_0$ . Следовательно, учет роли химических реакций на поверхности частицы привел к конечному значению скорости процесса при малых  $\tau$ , в то время как в случае лимитирующей роли нормальной диффузии при  $\tau \rightarrow \infty$  значение  $dz_0 / d\tau \rightarrow 1/\sqrt{\tau}$ . Таким образом, при любых конечных значениях  $K_0$  течение начального этапа растворения частицы определяется кинетикой реакции. Длительность этого этапа зависит в первую очередь от величины  $K_0$ .

На рисунке показана зависимость  $\ln \tau_0$  от  $\lg K$  при двух значениях  $|\lambda|$ , как видно, при  $K < 10^{-5}$  частицу можно считать практически не растворимой.

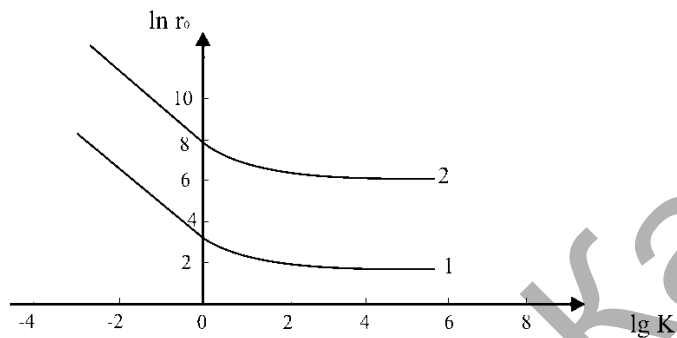


Рис. Зависимость  $\ln \tau_0$  от  $\lg K$  для  $|\lambda| = 0,012$  (1) и  $|\lambda| = 0,0008$

Если мы теперь вспомним определение  $K = \frac{R_0}{D} \chi$  ( $R_0$  — начальный радиус частицы), то можем записать критерий растворимости частицы:

$$R_0 \gg 10^{-5} \frac{D}{\chi} \quad (47)$$

Выражение (47) показывает, что результат химического воздействия сильно зависит от дисперсности частиц минеральной части угля и подвижности растворителя через коэффициент диффузии  $D$ . Выше мы получили для радиуса растущей частицы выражение

$$\rho(t) = K \Delta p \cdot t \quad (48)$$

Считая процессы роста и растворения обратимыми, получим:

$$\rho(t) = R_0 \frac{\chi}{D} \Delta p \cdot t \quad (49)$$

Из (49) следует, что процесс растворения частицы прямо пропорционален времени химического воздействия и давления. Следовательно, процесс химического воздействия на угольный пласт целесообразно проводить при повышенном давлении рабочей жидкости.

Рассматривая, как и выше, процесс статистического слияния частиц растворенного минерала, для длины трещины получим:

$$L = L_0 \sqrt[3]{\Delta p / P_0} \quad (50)$$

Скорость растворения частицы

$$v_p = \frac{d\rho}{dt} = R_0 \frac{\chi}{D} \Delta p \quad (51)$$

Учитывая, что  $L_0 = R_0$  и  $P_0 \approx 1$ , имеем:

$$L = \frac{v_p D}{K(\Delta P)^{2/3}} \quad (52)$$

Все параметры в (52) можно определять экспериментально в лабораторных условиях и тем самым оценивать радиус химического воздействия на угольный пласт.

### Заключение

Фундаментальные исследования, проведенные ИПКОН РАН и выяснившие основные формы существования метана в угольных пластах, хотя и не сняли всех существующих проблем, однако открыли перспективу целенаправленного их решения.

Одним из главных направлений на сегодняшний день является интенсификация процесса эмиссии метана из угольных пластов. Это связано прежде всего с их низкой газопроницаемостью. Несмотря на обилие и разнообразие появившихся в последние годы технологий интенсификации метаноотдачи, многие из них не реализованы на практике либо из-за малой эффективности, либо из-за высокой стоимости их осуществления. Это связано, прежде всего, с отсутствием их должного теоретического обоснования. В настоящей работе мы сделали попытку частично снять эту проблему.

### References

1. *Malyshev J.N., Ajruni A.T., Zverev I.V.* High-efficiency of technology of extraction and decontamination газоносных coal layers // *The Mountain bulletin*. — М., 1996. — № 3. — P. 11–18.
2. *Malyshev J.N., Ajruni A.T., Zverev I.V.* New highly effective technologies of preliminary decontamination of developed layers // *Modern problems of mine methane*. — М.: MMSU, 1999. — P. 86–99.
3. *Malyshev J.N., Ajruni A.T.* Complex decontamination of collieries. — М.: Publishing house of Academy of mountain sciences of Russia, 1999. — 321 p.
4. *Prezent G.M., Bajmuhametov S.K., Shvez I.A.* Technologies of management by gas-dynamical geomechanical processes in collieries. — Karaganda, 1994. — 117 p.
5. *Ajruni A.T., Smiths F.H., Sleptsov E.M.* Ways and means of decontamination of coal layers in practice of the most advanced countries of the world. — М.: VINITI. — 1985. — Vol. 36. — P. 219–249.
6. *Bajmuhametov S.K., Shvez I.A.* Experience of extraction and recyclings of methane on mines of the Karaganda coal department of joint-stock company «ISPAT-KarMet» and potential opportunities of decrease in issue of methane in an atmosphere // *Reports of II International conference «Reduction of issue of methane»*. — Novosibirsk, 2000. — P. 472–476.
7. *Prezent G.M., Bajmuhametov S.K., Shvez I.A. et al.* Preliminary decontamination of mine fields and extraction of coal methane through chinks from a surface // *Coal*. — 1997. — № 10. — P. 41–44.
8. *Kartashov E.M.* Analitical methods in the theory of heat conductivity of firm ph. — М.: The higher school, 1985. — 480 p.
9. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Quantum mechanics. — М.: Science, 1974. — 752 p.
10. *Kartashov E.M.* Termokinetics of processes of fragile destruction of polymers in mechanical and temperature fields. — L.: IVS Academy of sciences the USSR, 1982. — 54 p.
11. *Korn G., Korn T.* The directory on mathematics for science officers and engineers. — М.: Science, 1977. — 832 p.
12. *Ljubov B.J.* The theory of crystallization in great volumes. — М.: Science, 1975. — 256 p.