References

1. *Nabokov M.N., Shevchenko V.J.* Structure and properties of thin films on the basis of connections of rare-earth metals // Magazine of the All-Union chemical society of D.I.Mendeleyev. — 1981. — Vol. 36. — № 6. — P. 31–39.
2. *Zhuze V.P.* Optical properties of rare-earth semiconductors // Magazine of the All-Union chemical society of D.I.Mendeleyev. — 1981. — Vol. 36. — № 6. — P. 95—102.
3. *Smirnov I.A.* Rare-earth semiconductors — a prospects of the development and using // Magazine of the All-Union chemical society of D.I.Mendeleyev. — 1981. — Vol. 36. — № 6. — P. 2.
4. *Kasenov B.K., Sergazina S.M., Mustafin E.S. et al.* Radiographic research $GdMe^{II}Fe_2O_{5,5}$.(Me^{II} — Mg, Ca, Sr, Ba) // Chemical magazine of Kazakhstan. — 2006. — № 2. — P. 39—41.
5. *Smolenskiy G.A., Bokov V.A., Isupov V.A.* The crystals possessing simultaneously electric and magnetic streamlining. — Rostov: Publishing house of the Rostov university, 1968. — P. 129—154.
6. *Tomashpolskiy J.J., Venevtsev J.N., Zhdanov G.S.* To question about intercoupling person dielectric and magnetic characteristic in segnetomagnetics // ZHTEV. — 1964. — Vol. 46. — № 5. — P. 1921–1923.
7. *Levanjuk A.P., Sannikov D.G.* Nesobstvennye ferroelectrics // The successes of the physical sciences. — 1974. — Vol. 112. — № 4. — P. 561–589.
8. *Venevtsev J.N., Muromtsev V.I., Solovaev S.P.* Finding to correlations between person warm-up point and system energy level material // DAS USSR. — 1976. — Vol. 230 — № 1. — P. 121–124.
9. *Okadzaki K.* Technology of ceramical dielectrics — M.: Energy, 1976. — 441 p.

УДК 535.373.2

Исследование экситон-фононного взаимодействия методом двухчастичных функций Грина

Investigation of exciton-phonon interaction by two-partial Green functions method

Мырзахмет М.К.

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана (e-mail: myrzakmet@mail.ru)

Экситон-экситондық өзара әрекет етуін ескермей экситондардың аз мөлшердегі концентрация жүйесі қарастырылған. Экситондардың электрондар мен тесіктердің екінші қайталанған кванттануы ферми операторлардан бозе-операторларға өтуі қолданылған. Экситон-фонондық өзара әрекет етуі зерттелген. Экситонды құрайтын импульс бөлшектерінің айырмасы осы импульстермен салыстырғанда аз мөлшерде қабылданған (әлсіз байланысты жақындату). Бастапқы термодинамикалық шамаларын шығаруға қажет аналитикалық теңдік алынған.

The system with small concentration of excitons in neglect exiton-exiton interaction is viewed. Transition from fermi-operators of secondary quantization of electrons and holes to boze-functionals of excitons is used. Exiton-phonon interaction is explored. Analytical expression for a deduction of the basic thermodynamic quantities is gained.

Гамильтониан электрон-фононной системы с кулоновским взаимодействием можно представить в следующем виде:

$$H = H_0 + H_{\text{int}}; \tag{1}$$

$$H_0 = \sum_k E(k) \overset{+}{a}_k a_k + \sum_q \omega(q) \overset{+}{b}_q b_q; \tag{2}$$

$$H_{\text{int}} = \sum_{qk} g(q) \sqrt{\frac{\omega(q)}{2V}} \overset{+}{a}_{k+q} a_k \left(b_q + \overset{+}{b}_{-q} \right) + \frac{1}{2V} \sum_{qk_1k_2,\, q\neq 0} \nu(q) \overset{+}{a}_{k_1+q} \overset{+}{a}_{k_2-q} a_{k_2} a_{k_1}. \tag{3}$$

Здесь $\overset{+}{a}_k$ и a_k — операторы рождения и уничтожения электрона с импульсом k; $\overset{+}{b}_q$ и b_q — операторы рождения и уничтожения фонона с импульсом q.

Перейдем от истинного гамильтониана (1–3) к приближенному модельному гамильтониану Савады-Вентцеля-Боголюбова [1]. При переходе надо, прежде всего, использовать частично-дырочное представление электронных полевых операторов в исходном гамильтониане взаимодействия и затем отобрать в нем слагаемые, выражаемые только через операторные комбинации $\overset{+}{a}_{p+q}\overset{+}{c}_q$ и $c_p a_{p+q}$, где a_{p+q} — частичный оператор; c_q — частичный электронный оператор. Эти операторные комбинации заменим на новые бозе-операторы $\overset{+}{\beta}_q(p)$ и $\beta_q(p)$. Нулевой гамильтониан нужно тоже изменить, рассматривая вместо него другой нулевой гамильтониан идеальной системы бозонов $\overset{+}{\beta}_q(p)$, $\beta_q(p)$ с энергиями $\omega_q(p) = E(p+q) - E(p)$. Таким образом, из (3) получаем, считая, что

$$a_k = a_k \quad \text{при} \quad |k| > k_F, \quad a_k = \overset{+}{c}_k \quad \text{при} \quad |k| < k_F, \tag{4}$$

где k_F — импульс Ферми, следующее выражение для приближенного модельного гамильтониана Савады-Вентцеля-Боголюбова:

$$\Omega = \sum_{pq}\omega_q(p)\overset{+}{\beta}_q(p)\beta_q(p) + \sum_q \omega_q \overset{+}{b}_q b_q +$$
$$+\frac{9}{\sqrt{2V}}\sum_{pq}\sqrt{\omega_q}\left\{\beta_{-q}(p+q)\beta_q + \overset{+}{\beta}_q(p)b_q + \beta_q(p-q)\overset{+}{b}_q + \overset{+}{\beta}_{-q}(p)\overset{+}{b}_q\right\} +$$
$$+\frac{1}{2V}\sum_q \nu(q)\sum_{p_1p_2}\{\overset{+}{\beta}_{-q}(p_1+q)\overset{+}{\beta}_q(p_1-q) + \beta_q(p_1)\beta_{-q}(p_2) + \beta_q(p_1)\overset{+}{\beta}_q(p_2-q) + \overset{+}{\beta}_{-q}(p_1+q)\beta_{-q}(p_2)\}. \tag{5}$$

Здесь $\omega_q(p) = \omega(q)$ и операторы $\overset{+}{\beta}_q(p)$, $\beta_q(p)$ являются обычными бозевскими операторами, порождающими и уничтожающими частично-дырочные пары в рассматриваемой нами электрон-фононной системе с кулоновским взаимодействием.

Рассмотрим систему с малой концентрацией экситонов и пренебрежем экситон-экситонным взаимодействием. В этом случае гамильтониан (5) приобретает вид

$$\Omega = \sum_{pq}\omega_q(p)\overset{+}{\beta}_q(p)\beta_q(p) + \frac{9}{\sqrt{2V}}\sum_{pq}\sqrt{\omega_q}\left\{\beta_{-q}(p+q)\beta_q + \overset{+}{\beta}_q(p)b_q + \beta_q(p-q)\overset{+}{b}_q + \beta_{-q}(p)\overset{+}{b}_q\right\}. \tag{6}$$

Нам необходимо найти вид двух запаздывающих функций Грина: экситонных «$\overset{+}{\beta}_q(t)\overset{+}{\beta}_q(t')$», «$\beta_q(t)\overset{+}{\beta}_q(t')$» и смешанных «$\overset{+}{b}_q(t)\overset{+}{\beta}_q(t')$», «$b_q(t)\overset{+}{\beta}_q(t')$». При составлении уравнений для этих функций используем правила коммутации:

$$\begin{aligned}
&\left[\overset{+}{\beta}_q(p)\beta_s(k)\right] = \delta_{qs}\delta(p-k),\\
&\left[\beta_q(p)\beta_s(k)\right] = 0,\\
&\left[\overset{+}{b}_s b_q\right] = \delta_{sq},\\
&\left[\overset{+}{\beta}_s(l)b_q\right] = \delta_{sq}B(q, l=p) = 0,\\
&\left[\overset{+}{b}_q\beta_s(l)\right] = \delta_{sq}D(q, l=p-q),\\
&\left[\beta_s(l)b_q\right] = \delta_{s,-q}B(q, l=p+q),\\
&\left[\overset{+}{b}_q\beta_s(l)\right] = \delta_{s,-q}D(q, l=p).
\end{aligned}\tag{7}$$

Здесь $B(q, l=p)$ — вероятность фононного возбуждения экситонов (фононное довозбуждение экситонов рассматривать не будем). Полагая только фононное возбуждение экситонов, имеем эту вероятность равной нулю. $B(q, l=p+q)$ — вероятность неупругого экситон-фононного рассеяния. $D(q, l=p-q)$ — вероятность безызлучательного распада экситона. $D(q, l=p-q)$ — вероятность совместного образования экситонов и фононов при фотонном возбуждении.

Вид импульсов в скобках в (7) следует из членов взаимодействия гамильтониана (8.6). Чтобы прояснить физический смысл этих членов, выпишем структуру экситонных операторов в них:

$$b_q \quad \begin{cases} \overset{+}{\beta}_q\left(p\right)=\overset{+}{a}_{p+q}\,\overset{+}{c}_p & (8а) \\ \beta_{-q}\left(p+q\right)=c_{p+q}a_p & (8б) \end{cases}$$

$$\overset{+}{b}_q \quad \begin{cases} \beta_q\left(p-q\right)=c_{p-q}a_p & (9а) \\ \overset{+}{\beta}_{-q}\left(p\right)=\overset{+}{a}_{p-q}\,\overset{+}{c}_p & (9б) \end{cases}$$

Уничтожение фонона с положительным импульсом в (8) связано или с рождением экситона с положительным импульсом в (8*а*), или с уничтожением экситона с отрицательным импульсом (8*б*). Рождение фонона с положительным импульсом в (9) связано или с уничтожением экситона с положительным импульсом (9*а*), или с рождением экситона с отрицательным импульсом (9*б*).

Приступим к выводу уравнений для функции Грина. Используем уравнение Гейзенберга

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\beta_s\left(k,t\right)=\left[\Omega\beta_s\left(k,t\right)\right]. \tag{10}$$

Раскрывая скобку справа с помощью гамильтониана (6) и правил коммутации (7), получим уравнение:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\beta_s\left(k\right)}{\partial t}=\omega_s\left(k\right)\beta_s\left(k\right)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left(\sqrt{\omega_s}b_s+\sqrt{\omega_{-s}}\,\overset{+}{b}_{-s}\right)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p\left[\left(\overset{+}{\beta}_{-s}\left(p\right)+\beta_s\left(p-s\right)\right)\left(\sqrt{\omega_s}D\left(s,k=p-s\right)-\sqrt{\omega_{-s}}B\left(-s,k=p-s\right)\right)\right].$$

Снимая суммирование по $\vec{p}$, получим:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\beta_s\left(k\right)}{\partial t}=\omega_s\left(k\right)\beta_s\left(k\right)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left(\sqrt{\omega_s}b_s+\sqrt{\omega_{-s}}\,\overset{+}{b}_{-s}\right)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left[\left(\overset{+}{\beta}_{-s}\left(k+s\right)+\beta_s\left(k\right)\right)\left(\sqrt{\omega_s}D\left(s\right)-\sqrt{\omega_{-s}}B\left(-s\right)\right)\right]. \tag{11}$$

Отсюда для запаздывающей функции Грина «$\beta_s(k,\ t)\overset{+}{\beta}_r(l,\ t')$» получаем уравнение (учитывая, что $[\beta_s(k)\overset{+}{\beta}_r(l)]=-\delta_{sr}\delta_{kl}$ и $\frac{\hbar}{i}\frac{1}{i\hbar}=-1$):

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\left\langle\left\langle\beta_s\left(k,t\right)\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle=\delta\left(t-t'\right)\delta_{sr}\delta_{kl}+\omega_s\left(k\right)\left\langle\left\langle\beta_s\left(k,t\right)\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left(\sqrt{\omega_s}\left\langle\left\langle b_s\left(t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle+\sqrt{\omega_{-s}}\left\langle\left\langle\overset{+}{b}_{-s}\left(t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle\right)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left(\sqrt{\omega_s}D\left(s\right)-\sqrt{\omega_{-s}}B\left(-s\right)\right)\left(\left\langle\left\langle\overset{+}{\beta}_{-s}\left(k+s,t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle+\left\langle\left\langle\beta_s\left(k,t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle\right). \tag{12}$$

Необходимо составить уравнение еще для трех функций Грина: «$b_s(t)\overset{+}{\beta}_r(l,\ t')$», «$\overset{+}{b}_{-s}(k,\ t)\overset{+}{\beta}_r(l,\ t')$» и «$\overset{+}{\beta}_{-s}(k,\ t)\overset{+}{\beta}_r(l,\ t')$».

Выпишем их без вывода:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\left\langle\left\langle\overset{+}{\beta}_{-s}\left(k+s,t\right)\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle=-\omega_{-s}\left(k+s\right)\left\langle\left\langle\overset{+}{\beta}_{-s}\left(k+s,t\right)\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\left(\sqrt{\omega_s}\left\langle\left\langle b_s\left(t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle-\sqrt{\omega_{-s}}\left\langle\left\langle\overset{+}{b}_{-s}\left(t\right),\overset{+}{\beta}_r\left(l,t'\right)\right\rangle\right\rangle\right)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}D(s)\left(\left\langle\left\langle \beta_s(k,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle+\left\langle\left\langle \overset{+}{\beta}_{-s}(k+s,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle\right)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}D(-s)\left\langle\left\langle \overset{+}{\beta}_s(k+s,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle; \qquad (13)$$

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\left\langle\left\langle b_s(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle=\sum_p(\omega_{-s}(p)B(-s,p)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s})\left\langle\left\langle\overset{+}{\beta}_{-s}(p,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p\sqrt{\omega_s}\left\langle\left\langle\beta_s(p-s,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p(\sqrt{\omega_s}B(s,p+s)\left\langle\left\langle b_s(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle+$$

$$+\sqrt{\omega_s}B(-s,p+s)\left\langle\left\langle\overset{+}{b}_{-s}(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle; \qquad (14)$$

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\left\langle\left\langle\overset{+}{b}_{-s}(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle=-\delta(t-t')D(-s,l)+\sum_p(\omega_{-s}(p)D(-s,p)-$$

$$-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_{-s}})\left\langle\left\langle\overset{+}{\beta}_{-s}(p,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle-\sum_p\omega_s(p)D(-s,p)\left\langle\left\langle\beta_s(p,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle-$$

$$-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p\sqrt{\omega_{-s}}\left\langle\left\langle\beta_s(p-s,t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p\sqrt{\omega_s}\left(D(-s,p+s)+D(-s,p)\right)\left\langle\left\langle b_s(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle-$$

$$-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sum_p\sqrt{\omega_s}\left(D(-s,p+s)+D(-s,p)\right)\left\langle\left\langle\overset{+}{b}_{-s}(t),\overset{+}{\beta}_r(l,t')\right\rangle\right\rangle. \qquad (15)$$

Пусть разность импульсов частиц, составляющих экситоны, мала по сравнению с самими этими импульсами — $|s|\ll|p|$ (приближение слабой связи). Перейдем в Фурье-представление, используя предположение о диагональности функции Грина и соотношения

$$\omega_s=\omega_{-s},\quad p\approx l=K/2$$

$$\left\langle\left\langle\beta,\overset{+}{\beta}\right\rangle\right\rangle_\omega\equiv G_{\beta\overset{+}{\beta}}\quad \text{и т.д.} \qquad (16)$$

В Фурье-представлении уравнения имеют вид:

$$\left(\hbar\omega+\omega_s(K/2)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(s)-B(-s)G_{\beta\overset{+}{\beta}}(K,\omega)\right)\right)=1+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}G_{b\overset{+}{\beta}}(K,\omega)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}G_{\overset{+}{b}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(s)-B(-s)G_{\overset{+}{\beta}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)\right); \qquad (17)$$

$$\left(\hbar\omega+\omega_{-s}\left(\frac{K}{2}+s\right)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(s)+D(-s)\right)G_{\overset{+}{\beta}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)\right)=1+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}G_{b\overset{+}{\beta}}(K,\omega)-$$

$$-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}G_{\overset{+}{b}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}D(s)G_{\beta\overset{+}{\beta}}(K,\omega); \qquad (18)$$

$$\left(\hbar\omega-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}B\left(s,\frac{K}{2}+s\right)\right)G_{b\overset{+}{\beta}}(K,\omega)=-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}G_{\beta\overset{+}{\beta}}(K,\omega)+(\omega_{-s}(K/2)B\left(-s,\frac{K}{2}\right)+$$

$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s})G_{\beta\overset{+}{\beta}}(K,\omega)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)G_{\overset{+}{b}\overset{+}{\beta}}(K,\omega); \qquad (19)$$

$$\left(\hbar\omega+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)+D\left(-s,\frac{K}{2}\right)\right)G_{\overset{+}{b}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)\right)=-D\left(-s,\frac{K}{2}\right)-\omega_s(K/2)G_{\beta\overset{+}{\beta}}+$$

$$+\left(\omega_{-s}(K/2)D\left(-s,\frac{K}{2}\right)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\right)G_{\overset{+}{\beta}\overset{+}{\beta}}(K,\omega)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)+D\left(s,\frac{K}{2}\right)G_{b\overset{+}{\beta}}(K,\omega)\right). \qquad (20)$$

Таким образом, получим следующие решения:

$$G_{\overset{+}{b\beta}}(K,\omega)=\frac{1}{[3]}\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\,G_{\overset{+}{\beta\beta}}(K,\omega)+\left(\omega_{-s}(K/2)B\left(-s,\frac{K}{2}\right)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\right)G_{\overset{++}{\beta\beta}}(K,\omega)+$$
$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[3]}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)G_{\overset{++}{b\beta}}(K,\omega); \tag{21}$$

$$G_{\overset{++}{b\beta}}(K,\omega)=\frac{D\left(-s,\dfrac{K}{2}\right)}{[6]}+[7]G_{\overset{+}{\beta\beta}}+[8]G_{\overset{++}{\beta\beta}}(K,\omega); \tag{22}$$

$$G_{\overset{++}{\beta\beta}}(K,\omega)=[11]^{-1}\left([13]+[12]G_{\overset{+}{\beta\beta}}\right); \tag{23}$$

$$G_{\overset{+}{\beta\beta}}(K,\omega)=\frac{[11][14]+[9][13]}{[10][11]-[9][12]}. \tag{24}$$

(См. обозначения в конце статьи.)

Используя формулу

$$\langle H\rangle=cV\int\frac{d\vec{K}}{(2\pi)^3}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{\hbar\omega+\vec{K}^2/2m}{2}J(K,\omega), \tag{25}$$

имеем:

$$\langle H\rangle=cV\int\frac{d\vec{K}}{(2\pi)^3}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{\hbar\omega+\vec{K}^2/2m}{2\left(e^{\hbar\omega/\theta}-1\right)}i\hbar\lim\left(G_{\overset{+}{\beta\beta}}(K,\omega+i\varepsilon)-G_{\overset{+}{\beta\beta}}(K,\omega-i\varepsilon)\right). \tag{26}$$

Из этого выражения нетрудно найти все остальные термодинамические величины.

Обозначения

$$[1]=\hbar\omega-\omega_s(K/2)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(-s)-B(-s)\right);$$

$$[2]=\hbar\omega+\omega_s\left(\frac{K}{2}+s\right)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(s)+D(-s)\right);$$

$$[3]=\hbar\omega-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}B\left(s,\frac{K}{2}+s\right);$$

$$[4]=\hbar\omega+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)+D\left(-s,\frac{K}{2}\right)\right);$$

$$[5]=\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)+D\left(-s,\frac{K}{2}\right)\right);$$

$$[6]=[4]+\frac{[5]}{[3]}\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right);$$

$$[7]=\frac{1}{[6]}\left(\left([5]/[3]\right)\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}-\omega_s(K/2)\right);$$

$$[8]=[6]^{-1}\left(\omega_{-s}(K/2)D(-s,K/2)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}+\frac{[5]}{[3]}\left(\omega_{-s}(K/2)B(-s,K/2)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\right)\right);$$

$$[9]=[8]\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\left(D(s)-B(-s)\right)+$$
$$+\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[3]}\left(\omega_{-s}(K/2)B(-s,K/2)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\right)+[8]\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[3]}B(-s,K/2);$$

$$[10]=[1]-\frac{g^2}{\sqrt{2V}}\frac{\omega_s}{[3]}-[7]-\frac{[8]}{[3]}\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right);$$

$$[11]=[2]+[8]\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}-\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[3]}\left(\omega_{-s}(K/2)B(-s,K/2)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}\right)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[3]}[8]B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right);$$

$$[12]=-[7]\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}+\frac{1}{[3]}\frac{g^2}{2V}\omega_s-\frac{g^2}{2V}\omega_s\frac{[7]}{[3]}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right)+\frac{g}{\sqrt{2V}}\sqrt{\omega_s}D(s);$$

$$[13]=1+\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[6]}D(-s,K/2)-\frac{g}{\sqrt{2V}}\frac{\sqrt{\omega_s}}{[6]}\frac{D(-s,K/2)}{[3]}B(-s,K/2+s);$$

$$[14]=1-\frac{D(-s,K/2)}{[6]}-\frac{D(-s,K/2)}{[6][3]}\frac{g\sqrt{\omega_s}}{\sqrt{2V}}B\left(-s,\frac{K}{2}+s\right).$$

References

1. *Tolmachyov V.V.* The theory of fermi-gas. — M.: Moscow State University, 1973. — 342 p.

УДК 538.95.405

Ионно-плазменные покрытия на основе сплавов алюминия

Ionic-plasma coverings on the basis of aluminium alloys

Юров В.М.[1], Вертягина Е.Н.[2], Бактыбеков К.С.[2], Ибраев Н.Х.[1], Гученко С.А.[1]

[1] *Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (e-mail: exciton@list.ru);*
[2] *Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева*

Мақалада алюминийді балқыту негізіндегі композиттік қабыршақтарды зерттеу нәтижелері келтірілді. JEOL JSM-5910 электрондық микроскопта композиттік қабыршақтың элементтік құрамына сандық талдау жүргізілді. PHI-RHO-Z арнайы бағдарламасы бойынша элементтер концентрациясының энергетикалық спектрлері математикалық жолмен өңделді. Фазалық әр түрлілігі және топография режимі өзінде құрастырылған, атомдық-күштік микроскоптың көмегімен композиттік қабыршақтың микроқұрылымы зерттелді. Локалды деформациялар қабыршақ механизмі жөнінде ақпарат алынды.

In work results of research of composite coverings on the basis of aluminium alloys are resulted. The quantitative analysis of element structure of composite coverings was spent on electronic microscope JEOL JSM-5910. By mathematical processing of power spectra under special program PHI-RHO-Z concentration of elements have been defined researches of a microstructure of composite coverings by a method of the atomno-power microscopy, combining modes of topography and phase contrast are carried out. The information about the mechanism of local deformation of a covering is received.

Введение

Ионно-плазменные методы химико-термической обработки позволяют повысить износостойкость деталей в 3–5 раз [1]. Общая толщина покрытия при этом не превышает 6 мкм. Изучение тонких поверхностных слоев требует высокоразрешающих методов исследования. До появления сканирующей зондовой микроскопии таким универсальным методом исследования поверхности была сканирующая электронная микроскопия. Используя этот метод, стало возможным изучить механизм формирования вакуумных покрытий толщиной 1–20 мкм. С появлением туннельной и атомно-