ИНТЕГРИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ D_e-УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ НА ДИАГОНАЛИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ИХ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Кульжумиева А.А.[1], Сартабанов Ж.А.[2]

[1]*Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова, Уральск, Казахстан,*
[2]*Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан*
E-mail: aiman-80@mail.ru

Рассматривается задача об интегрировании уравнений

$$D_e^n x + a_1(t-e\tau)D_e^{n-1}x + \ldots + a_{n-1}(t-e\tau)D_e x + a_n(t-e\tau)x = f(\tau,t) \qquad (1)$$

с дифференциальным оператором $D_e = \dfrac{\partial}{\partial\tau} + \sum\limits_{j=1}^{m}\dfrac{\partial}{\partial t_j}$ и коэффициентами постоянными на диагонали $t = e\tau$ пространства переменных $(\tau,t) = (\tau,t_1,\ldots,t_m)$, где $t = (t_1,\ldots,t_m)$, $e = (1,\ldots,1)$, $\sigma = (\sigma_1,\ldots,\sigma_m) = const$ – m-векторы, в предположении (θ,ω)-периодичности и гладкости коэффициентов и правой части уравнения (1):

$$a_j(t+k\omega) = a_j(t) \in C_t^{(1)}(R^m), \quad k \in Z^m, \qquad (2)$$

$$f(\tau+\theta, t+k\omega) = f(\tau,t) \in C_{\tau,t}^{(0,1)}(R\times R^m), \quad k\in Z^m. \qquad (3)$$

Для интегрирования уравнения (1) предполагается, что корни $\lambda_j = \lambda_j(\sigma)$, $j=\overline{1,n}$ характеристического уравнения

$$\lambda^n + a_1(\sigma)\lambda^{n-1} + \ldots + a_n(\sigma) = 0, \quad \sigma\in R^m \qquad (4)$$

удовлетворяют условиям:

1^0. Непрерывной дифференцируемости: $\lambda_j(\sigma)\in C_\sigma^{(1)}(R^m)$, $j=\overline{1,n}$.

2^0. Периодичности с периодом $\omega = (\omega_1,\ldots\omega_m)$: $\lambda_j(\sigma+k\omega) = \lambda_j(\sigma)$, $j=\overline{1,n}$, $\sigma\in R^m$, $k\in Z^m$.

3^0. Знакоопределенности $\lambda_j(\sigma)$ для каждого $j=\overline{1,n}$:

а) либо $\lambda_j(\sigma) < 0$, $\forall\sigma\in R^m$,

б) либо $\lambda_j(\sigma) = 0$, $\forall\sigma\in R^m$,

в) либо $\lambda_j(\sigma) > 0$, $\forall\sigma\in R^m$.

4^0. Разделенности:

а) либо $\lambda_j(\sigma) \ne \lambda_l(\sigma)$, $\forall\sigma\in R^m$, для $j\ne l$,

б) либо $\lambda_j(\sigma) = \lambda_l(\sigma)$, $\forall\sigma\in R^m$, для $j\ne l$,

т.е. собственные значения имеют постоянную кратность для всех $\sigma\in R^m$.

Положив

$$x = y_1, \quad D_e x = y_2, \quad ,\ldots, \quad D_e^n n = y_n \qquad (5)$$

систему, соответствующую уравнению (1) можно представить в виде

$$D_e y = A(t-e\tau)y + \varphi(\tau,t), \qquad (6)$$

где $A(\sigma)$ – сопровождающая матрица многочлена (4), $\varphi(\tau,t) = (0,\ldots,0,f(\tau,t))$ - вектор-функция.

В работе в соответствии с простыми и кратными собственными значениями, включая комплексный случай, определены структуры решений системы (6) путем приведения ее к системам с жордановыми нормальными матрицами в обычном смысле, причем даны виды матриц преобразования.

Введены понятия частоты и периода, постоянных на диагонали $t = \sigma + e\tau$.

Указан случай отсутствия многопериодического решения однородной системы, отличного от нуля. Показано существование единственного многопериодического решения неоднородной системы (6), а, следовательно, уравнения (1).