порядка $Nn \times Nn$ является положительно определенной, где

$$L_N(\tau) = \begin{pmatrix} L^{(1)}(\tau) \\ \vdots \\ L^{(N)}(\tau) \end{pmatrix}, \quad a_N = \begin{pmatrix} a^{(1)} \\ \vdots \\ a^{(N)} \end{pmatrix}.$$

Общее решение интегрального уравнение (3) имеет вид:

$$u_n(\tau) = L_N^*(\tau)C_N^{-1}(a,b)a_N + v_N(\tau) - L_N^*(\tau)C_N^{-1}(a,b)\int_a^b L_N(\eta)v_N(\eta)\,d\eta, \tau \in I_2 \qquad (4)$$

где $v_N(\tau) \in L_2(I_2, R^m)$ – произвольная функция.

На третьем этапе исследования определится функция $v_N^*(\tau) \in L_2(I_2, R^m)$ из решения оптимизационной задачи:

$$J(v_N) = \int_{t_0}^{t_1} \left| f(t) - \int_a^b K(t,\tau)u_N(\tau)\,d\tau \right|^2 dt \to \inf$$

$$v_N(t) \in L_2(I_2, R^m),$$

где $f(t) \in L_2(I_1, R^n)$ – известная функция, $u_N(\tau) \in L_2(I_2, R^m)$ определяется по формуле (4). Величина $J_N(v_N^*)$ является оценкой погрешности решения приближения $u_N^*(\tau)$ из (4) при $v_N(\tau) = v_N^*(\tau)$ и решением интегрального уравнения (1).

Список литературы

[1] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. 543 с.

[2] Краснов М.Л. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1975. 304 с.

[3] Aisagaliev S.A., Zhunussova Zh.Kh. Constructive methods for solvability of Fredholm equation of the first kind // Electronic Journal of Qualitative theory of differential equations, 2017. I. 45. P. 1–11.

[4] Aisagaliev S.A. Nurmagambetov D. Solvability and Construction of a solution to the Fredholm integral equation of the first kind // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2024. Vol. 12. I. 02. P. 720–735.

ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С ФАЗОВЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Айсагалиев С.А.[1], Сегизбай А.М.[2]

[1,2]КазНУ им. Аль-Фараби ,Алматы , Казахстан
[1]E-mail: aisagaliev@kaznu.kz
[2]E-mail: akbota.segizbay@mail.ru

Одним из сложных нерешенных проблем качественный теории обыкновенных дифференциальных уравнений является разрешимость и построение решения краевых задач с фазовыми и интегральными ограничениями (1), (2). Данная работа продолжение научных исследований из (1), (2).

Предлагается решения следующей краевой задачи: Рассмотрим линейную систему

$$\dot{x} = A(t)x + \mu(t), \quad t \in I = [t_0, t_1], \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$(x(t_0) = x_0, \ x(t_1) = x_1) \in S \subset R^{2n}, \tag{2}$$

при наличии фазовых ограничений

$$x(t) \in G(t) = \{x \in R^n \mid \omega(t) \leq L(t)x \leq \varphi(t), \ t \in I\}, \tag{3}$$

а также интегральных ограничений

$$g_j(x) \leq c_j, j = \overline{1, m_1}; \ g_j(x) = c_j, j = \overline{m_1 + 1, m_2} \tag{4}$$

$$g_j(x) = \int_{t_0}^{t_1} \langle a_j(t), x \rangle \, dt, \quad j = \overline{1, m_2}. \tag{5}$$

Здесь $A(t), L(t)-$ матрицы порядков $n \times n, s \times n$, соответственно, с кусочно – непрерывными элементами, $S-$ заданное выпуклое замкнутое множество, $w(t), \varphi(t), t \in I-$ заданные непрерывные функции $s \times 1, a_j(t), j = \overline{1, m_2}-$ заданные кусочно-непрерывные вектор функции порядка $n \times 1, c_j, j = \overline{1, m_2}-$известные постоянные, t_0, t_1–фиксированные моменты времени, $\mu(t)$– заданная кусочно – непрерывная функция, $\langle \cdot, \cdot \rangle-$ скалярное произведение.

Решены следующие задачи :

Задача 1. Найти необходимое и достаточное условия существования решения краевой задачи (1)–().

Задача 2. Найти решение краевой задачи (1)–().

Решения задачи 1, 2 имеет два этапа: на первом этапе исходная задача погружается в задачу управляемости путем построения общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода с фиксированным параметром; на втором этапе решение краевой задачи (1)–() сводится к решению начальный задачи оптимального управления и построению минимизирующих последовательности.

Основные положения предлагаемого метода решения сложный краевой задачи проиллюстрированы на примере. На первом этапе иссследования краевая задача (1)–() сведена к следующей задаче управляемости :

$$\dot{y} = A_2(t)y + B_2(t)u + B_1(t)\mu(t), t \in I, \tag{6}$$

$$y\left(t_0\right) = \xi_0 = \left(x_0, o_{m_2}\right), y\left(t_1\right) = \xi_1 = \left(x_1, \bar{c}\right), \tag{7}$$

$$\left(x_0, x_1\right) \in S, d \in \Gamma, u(\cdot) \in L_2\left(I, R^m\right), \tag{8}$$

где матрица $W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1}\Sigma(t_0,t)\,B_2(t)B_2^*(t)\Sigma^*(t_0,t)\,dt$ порядка $(n+m_2)\times(n+m_2)$ – положительно определенная, $\Sigma(t,\tau)=\sigma(t)\sigma^{-1}(\tau),\sigma(t)-$ фундаментальная матрица решений линейный однородный системы $\dot{\lambda}=A_2(t)\lambda$.

На втором этапе исследования посторение решения задача (1)–() сведено к решению задачи оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(v,x_0,x_1,d,w)=\int_{t_0}^{t_1}[|v(t)+\lambda_1(t,\xi_0,\xi_1)+N_1(t)z(t_1,v)-PP_1y(t)|^2+ \\ +|w(t)-L(t)P_1y(t)|^2]dt\to\inf \quad (9)$$

при условиях:

$$\dot{z}=A_2(t)z+B_2(t)v(t),\quad z(t_0)=0,\quad v(t)\in L_2(I,R^m), \quad (10)$$

$$(x_0,x_1)\in S, d\in\Gamma,\xi_0=(x_0,o_{m_1}),\xi_1=(x_1,\bar{c}), \quad (11)$$

$$w(t)\in W=\{w(t)\in L_2(I,R^s)\mid \omega(t)\le w(t)\le\varphi(t),t\in I\}. \quad (12)$$

Вычислены производные Фреше функционала по (v,x_0,x_1,d,w) и построены минимизирующие последовательности в функциональном пространстве. Получены оценка сходимости минимизирующих последовательностей.

Создана новая конструктивная теория каревых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с фазовыми и интегральными ограничениями без привлечения функции Грина.

Список литературы

[1] Aisagaliev S.A.,Kalimoldaev M.N. *Constructive method of solving a foundary value problem for ordinary differential equations* // Differential Equations, 2015,5(12),pp.149-162.

[2] Aisagaliev S.A.,Zhunussova Zh.Kh. *To the foundary value problem of ordinary differential equations*// Electronic Journal of qualitative Theory of differential Equations,2015,№ 57, pp. 1-17.

РИМАН–ЛИУВИЛЛЬДІҢ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЫ

Нұрсәуле Ахтай[1]

[1]Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды қаласы, Қазақстан
[1]E-mail: nrsulea@gmail.com

Бөлшек ретті интегралдық және дифференциалдық операторлардың теориясы қазіргі математикалық талдаудың маңызды бағыттарының бірі болып табылады. Бұл салада Риман–Лиувилльдің интегро-дифференциалдық операторы ерекше орын алады, өйткені ол классикалық дифференциалдық және интегралдық есептеулерді бөлшек реттерге