

$$u(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z, t), (x, y, z, t) \in \overline{S_5}, \quad (6)$$

где  $\tau_1(y, z, t)$ ,  $\tau_2(x, z, t)$ ,  $\tau_3(x, y, t)$ ,  $\tau_4(x, y, z)$ ,  $\varphi(x, y, z, t)$  – заданные непрерывные функции.

Для нахождения решения задачи необходимо построить функцию Грина сформулированной задачи Дирихле, в которой используется следующее фундаментальное решение [1] для четырехмерного обобщенного уравнения Геллерстедта (1)

$$g_{16}(x, y, z, t; x_0, y_0, z_0, t_0) = k_{16} \xi^{1-2\alpha} \eta^{1-2\beta} \zeta^{1-2\gamma} \varsigma^{1-2\delta} \times \\ \times \frac{F_A^{(4)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta; 1-\alpha, 1-\beta, 1-\gamma, 1-\delta; 2-2\alpha, 2-2\beta, 2-2\gamma, 2-2\delta; \xi, \eta, \zeta, \varsigma)}{(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta+1}},$$

здесь

$$F_A^{(4)}(a; b_1, b_2, b_3, b_4; c_1, c_2, c_3, c_4; x, y, z, t) = \sum_{m, n, p, q} \frac{(a)_{m+n+p+q} (b_1)_m (b_2)_n (b_3)_p (b_4)_q}{(c_1)_m (c_2)_n (c_3)_p (c_4)_q m! n! p! q!} x^m y^n z^p t^q, \\ (|x| + |y| + |z| + |t| < 1)$$

является гипергеометрической функцией Лауричеллы в случае четырех переменных [2]. Для доказательства единственности решения задачи Дирихле используется метод интегралов энергии. В процессе доказательства существования решения рассматриваемой задачи используются формулы дифференцирования гипергеометрических функций, формулы смежных соотношений и формулы разложения, а также формула автотрансформации Больца [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта №AP14972818 КН МОН РК.

#### Список использованной литературы

1. Hasanov A., Berdyshev A.S., Ryskan A. Fundamentalsolutionsfor a classoffour-dimensionaldegenerateellipticequation. ComplexVariablesandEllipticEquations. Volume 65, - Issue 4. 2020.P. 632–647.
2. AppellP., Kampe de FerieJ.Fonctions hypergeometriques et hyperspheriques. Polynomes d’Hermite. Paris: Gauthier – Villars. 1926. 434 p.
3. Erdelyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher Transcendental Functions. New York, Toronto and London: V. I. McGraw Hill. 1953.

#### ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

<sup>2</sup>Сейтмуратов А.Ж., <sup>1</sup>Медеубаев Н.К., <sup>2</sup>Ибраев Ш.Ш.

<sup>1</sup>Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

<sup>2</sup>Кызылординский университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

E-mail: [medeubaev65@mail.ru](mailto:medeubaev65@mail.ru), [angisin@mail.ru](mailto:angisin@mail.ru), [ibrayevsh@mail.ru](mailto:ibrayevsh@mail.ru),

При решении интегродифференциальных уравнений при граничных условиях с учетом физической нелинейности, возникает широкий класс краевых задач колебаний, связанных с различными граничными условиями на краях плоского элемента.

При учете нестационарных внешних воздействий основным из главных параметров является частота собственных колебаний плоского элемента с учетом температуры, предварительной напряженности и других факторов.

Исследование таких задач с учетом усложняющих факторов сводится к решению достаточно сложных задач. Трудность решения данных задач обусловлена как типом уравнений, так и разнообразием

Систематизируем результаты предыдущих работ по краевым задачам колебания плоских элементов. Возможным граничным условиям на краях плоского элемента и начальным условиям, необходимым для решения частных задач собственных и вынужденных колебаний, и других задач.

Совокупность уравнений, граничных и начальных условий позволяют формулировать и решать различные краевые задачи колебания для плоского элемента.

Приведенные в данной работе уравнения колебания плоского элемента в виде пластинки, содержат вязкоупругие операторы, описывающие вязкое поведение материалов плоского элемента.

При исследовании колебания и волновых процессов ядра вязкоупругих операторов целесообразно брать регулярными, т.к. только такие операторы описывают мгновенную упругость, а затем вязкое течение.

Интегродифференциальные уравнения с регулярными ядрами, как известно, эквивалентны дифференциальным уравнениям в частных производных.

Для других приближенных уравнений колебаний плоского элемента эти уравнения для регулярных ядер также можно привести к дифференциальным уравнениям в частных производных, что будет показано ниже.

Предполагаемый математический подход позволяет рассматривать задачи в нелинейной постановке, когда нелинейность физическая. Необходимые теоретические сведения по обоснованию нелинейного закона зависимости  $\sigma_{ij} \sim \epsilon_{ij}$  для вязкоупругого изотропного тела были изложены в других работах.

Для простоты плоскую конструкцию в виде пластинки и основание рассмотрим в плоскости  $(x, z)$  или когда внешние усилия не зависят от координаты  $y$ . В этом случае отличны от нуля перемещения  $u_l, w_l$ , а перемещение  $v_l = 0$ , т.е. отсутствует.

Будем считать, что колебания пластинки могут быть вызваны как внешними усилиями на поверхности пластинки, так и возмущениями, распространяющимися со стороны основания. Кроме того, будем считать, что по границам контакта пластинки с основанием, эти контакты идеальные, т.е. отсутствует трение.

Рассмотрим случай, когда материал основания изотропный и зависимость напряжений от деформаций линейная, т.е. выполняются соотношения больцмановского типа:

Зависимости напряжений от деформаций для пластинки примем кубической.

Граничные условия: при  $z = h$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = f_z^{(1)}(x, t), \sigma_{xz}^{(1)} = 0 \quad (4.1.11)$$

при  $z = -h$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(2)}; \sigma_{xz}^{(1)} = 0; \sigma_{xz}^{(2)} = 0; w_1 = w_2 \quad (4.1.12)$$

$$\text{Начальные условия нулевые, т.е. } u_l = \frac{\partial u_l}{\partial t} = w_l = \frac{\partial w_l}{\partial t} = 0 \text{ при } t = 0.$$

Таким образом, краевая задача колебания пластин, с учетом физической нелинейности напряжений, сводится к решению интегродифференциальных уравнений, при заданных граничных и начальных условиях

### Список использованной литературы

1. Filippov I.G., S.I. Filippov, 1995. Dynamic stability theory of rods. Proceedings of the Russian-Polish seminar. Theoretical Foundations of construction. Warsaw, pp.63 -69.

2. Filippov, I.G., 1979. An approximate method for solving dynamic viscoelastic media. – PMM, 43(1): 133 -137.
3. Filippov, I.G., S.I Filippov, V.I. Kostin, 1995. Dynamics of two-dimensional composites. - Proceedings of the International Conference on Mechanics and Materials, USA, Los Angeles, pp.75 -79.
4. T.K.Yuldashev, “Mixed value problem for a nonlinear differential equation of fourth order with small parameter on the parabolic operator”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **51**:9 (2011), 1596–1604
5. Seitmuratov A., Zhussipbek B., Sydykova G., Seithanova A., Aitimova U. (2019) Dynamic stability of wave processes of a round rod. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of physico-mathematical. Volume 2, Number 324 (2019), 90 – 98. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.16>. ISSN 1991-346X
6. T.K.Yuldashev, “Inverse problem for a partial difference equation of the higher order”, *Advanced Studies in Contemporary Mathematics (Kyungshang)*, 26:1 (2016), 175–181 mathscinet zmath
7. Seitmuratov A., Dauitbayeva A., Berkimbaev K.M., Turlugulova K.N., Tulegenova E. Constructed two-parameter structurally stable maps. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. Volume 6, Number 438 (2019), 302 – 307 <https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.182>. ISSN 2224-5278
8. Егорычев О.А., Филиппов И.Г. Математические методы при исследовании колебаний плоских элементов строительных конструкций. – Труды Российско-Польского семинара «Теоретические основы строительства», - Варшава, 1995, с.49-50.

## ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В НЕПРЕРЫВНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С КОРРЕЛИРУЕМЫМИ ШУМАМИ

Сиверина А.С.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [sssas10@mail.ru](mailto:sssas10@mail.ru)

Широкий класс задач управления, навигации, связи, обработки наблюдений может быть сведен к следующей формальной схеме: по реализации на интервале времени  $[t_0, t]$  случайного процесса  $z(s)$ , где  $s \in [t_0, t]$ , который обозначим  $z_0^t$ , нужно найти в момент времени  $t$  оценку  $\mu(\tau, t)$  случайного процесса  $x(t)$  [1].

В зависимости от соотношения между моментом оценивания  $\tau$  и моментом окончания наблюдений  $t$  процедуры оценивания подразделяются на три следующих типа:

- 1) фильтрация ( $\tau = t$ );
- 2) интерполяция (сглаживание) ( $\tau < t$ );
- 3) экстраполяция (прогноз, предсказание) ( $\tau > t$ ).

Процесс  $x(t)$  может быть аппроксимирован путем минимизации среднеквадратичной ошибки, в этом случае, оптимальной оценкой в каждый момент времени будет являться условное математическое ожидание процесса  $x(t)$  при условии наблюдения процесса  $z_0^t$ . Т.е. задача поиска оценки  $\mu(\tau, t)$  сводится к задаче поиска математического ожидания процесса.

Многомерные процессы  $x(t)$  и  $z(t)$  описываются многомерными стохастическими дифференциальными уравнениями, где составляющие шума моделируются некоторыми многомерными винеровскими процессами. При этом можно рассмотреть два случая:

- 1) шумы наблюдаемого и ненаблюдаемого процессов независимы;
- 2) шумы наблюдаемого и ненаблюдаемого процессов зависимы (т.е. коэффициент корреляции между шумами не равен нулю).

Оценивание случайных процессов началось еще в 40-х годах прошлого века. Со временем теория оценивания развивалась. Значительный вклад в нее был внесен работами Р.Е.Калмана [4] и Р.Е.Калмана и Р.С.Бьюси [5], где были найдены решения задач дискретной и непрерывной линейной фильтрации.

Со временем потребность в решении практических задач только увеличивалась. Это и привело к необходимости рассмотрения задач нелинейной фильтрации. Одной из наиболее значимых работ в данной области является работа Р.Ш. Липцера и А.Н. Ширяева [1].

Демин Н.С. внес большой вклад в изучение задачи фильтрации, экстраполяции и интерполяции, когда шумы в каналах наблюдений некоррелируемые [2], кроме того в работе Демина Н.С. и Петрова В.В. была рассмотрена задача фильтрации, когда наряду с