

# КОНДЕНСАЦИЯ ЛАНҒАН КҮЙДЕГІ ЗАТТАРДЫҢ ФИЗИКАСЫ ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 530.182

## Энтропийно-метрическая диаграмма хаотических объектов

### An entropy-metrical diagram of chaos objects

Альжанова А.Е.

Костанайский государственный университет им. А.Байтурсынова (E-mail: aay@mail.ru)

Ашық жүйелердің өз қауымдық — өз ұқсастық пен өз аффинділік режимдерін анықтау әдісі ұсынылды. Электрондардың, кемтіктердің, бөлшектер кластерлерінің концентрациясының таралуы дифференциалдық теңдеулер жүйесімен сипатталған. Теория оптикалық көшулердің экспериментте байқалатын фонндық, экситондық, фракталды-құрылымдық механизмдерін ескереді. Нанокұрылымды шалаөткізгіш беттер морфологиясы зерттеліп, олар үшін энтропиялық-метрикалық диаграмма тұрғызылды.

The method to define the regime of self-organization (self-similarity and self-affinity) of an open system is offered. Distributions of an electron, hole and particle cluster concentrations are described by the system of differential equations. It is shown, that exponents in the distribution laws for concentrations can be chosen as fractal dimensions of self-similar and self-affine nanostructured sets. Morphology of nanostructured semiconductor films is researched. The entropy-metric diagram for the nanostructures semiconductors is built.

Определение режимов самоорганизации — самоподобия и самоаффинности является одной из важных проблем физики открытых систем. Если число определяющих переменных больше единицы и коэффициенты подобия по этим переменным различные, то фрактальный объект называется самоаффинным. Если иерархические части фрактального объекта имеют одинаковые коэффициенты подобия по всем переменным, то объект называется самоподобным.

В работе [1] установлены информационно-энтропийные критерии самоаффинности ( $I_1$ ) и самоподобия ( $I_2$ ) в виде неподвижных точек плотности вероятности реализации информации и энтропии:

$$e^{-I_1} = I_1, \quad I_1 = 0,567 ;$$
$$(I_2 + 1)e^{-I_2} = I_2, \quad I_2 = 0,806 .$$

По установленным критериям самоаффинности и самоподобия приведена классификация хаотических систем.

Эти закономерности подтверждаются реализациями, полученными и опубликованными в работах [2, 3]. В работе [2] была изучена эволюция энтропии по времени, при наложении случайного шума и без шума. В работе [3] получена удельная энтропия фракталов (кривая Коха, треугольная салфетка Серпинского, квадратный ковер Серпинского, губка Менгера, анизотропная деформация Жанабаева), которая и определяет энтропию Колмогорова–Синяя.

На рисунке 1 представлена теоретическая картина [4] эволюции информации ( $I$ ) и информационной энтропии ( $S$ ) к их самоподобным значениям.

Полупроводниковые пленки имеют нанокластерную структуру, которая является иерархически самоподобной и самоаффинной на разных пространственных масштабах, т.е. фрактальной и мультифрактальной. Для описания физических явлений в тонких полупроводниковых пленках необходимо знать распределение носителей тока, зависящее от фрактальной размерности их множества. Определение фрактальных размерностей неоднородных, анизотропных (аффинных) объектов само по себе

является отдельной научной проблемой. Однако можно использовать значения размерностей модельных фракталов, также известные значения показателей скейлинга [5].

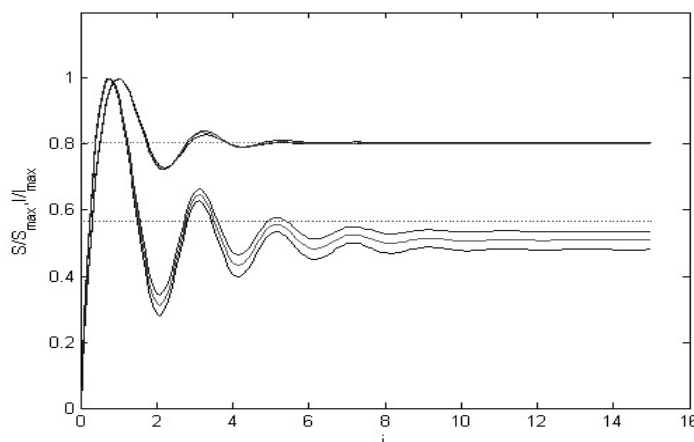


Рис. 1. Эволюция информации и энтропии по номеру итерации  $i$  в зависимости от параметра неоднородности  $q$ : 1 —  $q = 0,567$ ; 2 —  $q = 0,806$ ; 3 —  $q = 0,999$

Целью настоящей работы является построение диаграммы  $\Delta K(\Delta S)$  из анализа фрактальной поверхности наноструктурированных полупроводниковых тонких пленок, где  $\Delta K = 1 - K / K_{\max}$ ;  $\Delta S = 1 - S / S_{\max}$ ;  $K = K_{x_i, x_j}^{p, q}$  — коэффициент аффинности сигналов;  $S$  — информационная энтропия.

Информационная энтропия является метрической и топологической характеристикой. Чтобы количественно описать ее закономерности, необходимо пользоваться еще другой, например, чисто метрической характеристикой. Обобщенная метрическая характеристика [6] следует из интегрального неравенства Гельдера для двух произвольных функций  $x_i(t)$ ,  $x_j(t)$ , которое может быть записано в виде равенства через некоторый коэффициент. Обобщенная метрическая характеристика имеет вид:

$$K_{x_i, x_j}^{p, q} = \frac{\left( \langle |x_i|^p \rangle \right)^{1/p} \left( \langle |x_j|^q \rangle \right)^{1/q}}{|x_i x_j|},$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

Случай  $p = q = 2$  соответствует евклидовой метрике, при необходимости можно выбрать  $p = D$ ,  $q = D / (D - 1)$ , где  $D$  — фрактальная размерность множества  $x_i(t)$ .

Энтропийно-метрическая диаграмма, построенная для различных форм автоколебаний [7] (от квазипериодических до хаотических колебаний), показала, что не все уравнения, описывающие рассматриваемые системы, позволяют получить хаотические колебания с регулируемой неоднородностью, т.е. с широким интервалом изменения обобщенной метрической характеристики. Генератор динамического хаоса с регулируемой структурой, динамика которого описывается системой уравнений [8]

$$\begin{cases} \dot{x} = (m - z)(x + \mu z) + \frac{y}{1 + D \cos \varphi(\tau)}, \\ \dot{y} = -x, \\ \dot{z} = g(x^2 \theta(x) - z), \\ \dot{\varphi} = g \operatorname{sign}(x), \quad \theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \end{cases}$$

позволяет получить широкие интервалы изменения величин  $\Delta S$ ,  $\Delta K$ . А вот осциллятор Ван-дер-Поля и система Лоренца этого получить не позволяют. Это видно на рисунке 2, предложенном ниже.

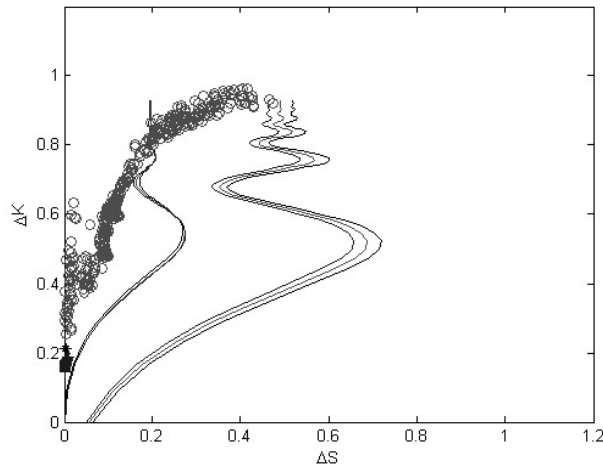


Рис. 2. Энтропийно-метрическая диаграмма: о — генератор динамического хаоса; \* — осциллятор Ван-дер-Поля, + — система Лоренца

Если изучить морфологию поверхности наноструктурированных полупроводниковых тонких пленок, будет видно, что она имеет фрактальную структуру.

Используя уравнения

$$n_{i+1} = \left\{ n_i + \text{sign}(\xi_i) |\psi_n(a, p_i, i)|^2 \right\} \left| \frac{n_i}{n_0} \right|^{\frac{1}{\gamma_n}},$$

$$p_{i+1} = \left\{ p_i + \text{sign}(\xi_i) |\psi_p(a, n_i, i)|^2 \right\} \left| \frac{p_i}{p_0} \right|^{\frac{1}{\gamma_p}},$$

можно получать модельные поверхности [9], показанные на рисунке 3.

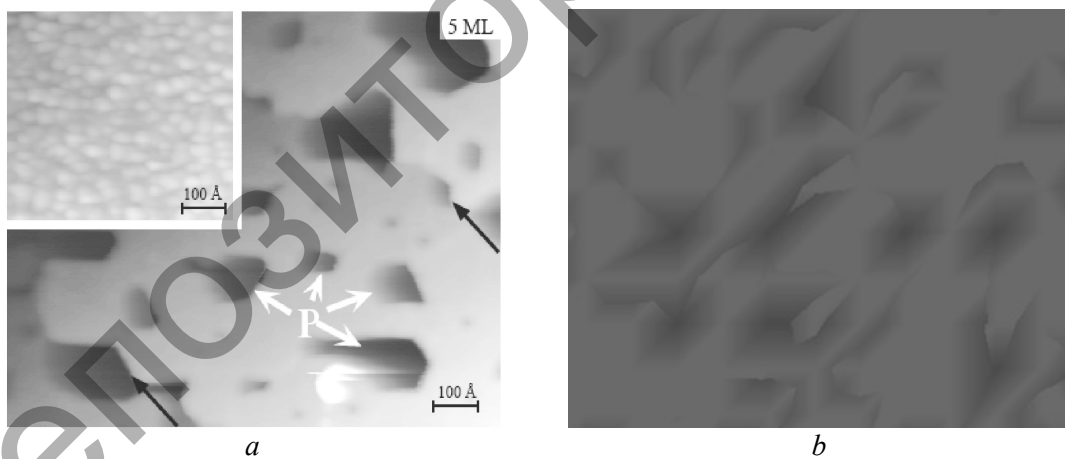


Рис. 3. Электронная микроскопия поверхности Ag, адсорбированного на подложке Si: a — эксп. [5]; b — теор.:  $\gamma = 0,618$ ;  $n_0 = 100$

Принимая во внимание всю указанную выше теорию, была получена энтропийно-метрическая диаграмма для фрактальной поверхности наноструктурированной полупроводниковой тонкой пленки. Результат приведен на рисунке 4. Из рисунка видно, что исследуемая наноструктура входит в интервал  $\Delta S, \Delta K$ , а значит, полностью удовлетворяет критериям самоподобия и самоаффинности. При самоорганизации нарушается симметрия, следовательно, искомым интервал самоорганизации  $\Delta S \in [1 - I_2, 1 - I_1]$  лежит в области  $\Delta K \rightarrow 1$ . Универсальность этих закономерностей подтверждает численный анализ системы уравнений автоколебательных систем, экспериментальных временных рядов хаотических систем.

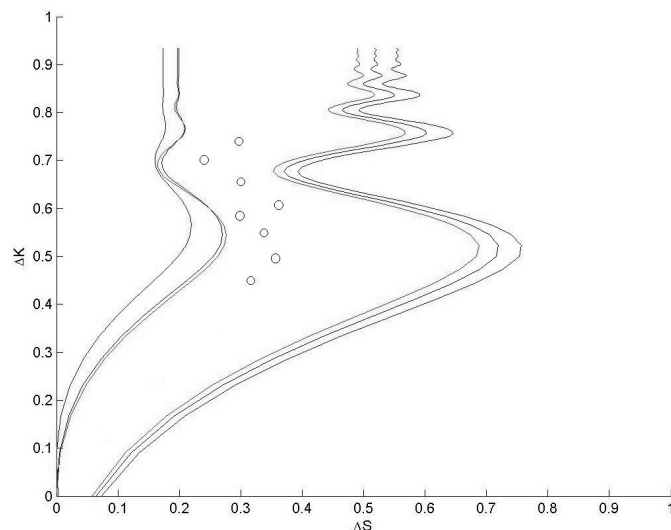


Рис. 4. Энтропийно-метрическая диаграмма наноструктур

Предлагаемый метод можно рассматривать как алгоритм проверки наличия внешней и внутренней синхронизации по частоте, а в общем случае — по произвольным измеримым физическим величинам, т.е. как критерий выявления обобщенной синхронизации [7].

#### References

1. Zhanabaev Z.Zh. Self-similarity and self-affinity models of chaos systems // Chaos and structure in nonlinear system: 6<sup>th</sup> International conference. — Astana, 2008. — 3–4 October. — P. 8–15.
2. Zhanabaev Z.Zh., Alzhanova A.Ye. The regulars of entropy evolution of self-similarity and self-affinity systems // «3i» journal. — March, 2010. — P. 126.
3. Zhanabaev Z.Zh., Alzhanova A.Ye. The entropy evolution of self-similarity and self-affinity // «3i» journal. — December, 2009. — P. 37.
4. Zhanabaev Z.Zh. Gibbs quasikanonic distribution and scale invariant of chaos system // Chaos and structure in nonlinear system: 5<sup>th</sup> international conference. — Astana, 2006. — 15–17 June. — P. 15–23.
5. Zhanabaev Z.Zh., Baibolatov Y.Zh., Kizgarina M.T. An entropy-metrical diagram of dynamic chaos // PEOS thesis collection, 10<sup>th</sup> international scientific conference. — Almaty, 2008. — 6–8 October. — P. 12.
6. Zhanabaev Z.Zh. The generalize metric characteristic of dynamic chaos // Chaos auto-oscillation and structure formation: 8<sup>th</sup> international conference. — Saratov, 2007. — P. 65-67.
7. Zhanabaev Z.Zh., Baibolatov Y.Zh., Kizgarina M.T. Definition and synchronization in dynamic chaos // PEOS thesis collection, 10<sup>th</sup> international scientific conference. — Almaty, 2008. — 6–8 October. — P. 14.
8. Zhanabaev Z.Zh., Tarasov S.B. The generator of in addition to broad strip chaos signals with regulate base // Radar, navigation, connection: Report collection, 13<sup>th</sup> international conference. — Voronezh, 2007. — P. 1954–1959.
9. Zhanabaev Z.Zh., Greveeva T.Yu. Modeling of fractal surfaces of nanostructured semiconductors // PEOS thesis collection, 10<sup>th</sup> international scientific conference. — Almaty, 2008. — 6–8 October. — P. 16.