УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ ДВУМЕРНОЙ СЛОИСТОЙ ПЛАСТИНКИ, СТРОГО ОБОСНОВАННЫЕ ПОСТАНОВКОЙ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Сейтмуратов А.Ж.[1], Медеубаев Н.К.[2], Нурланова Б.М.[2]

[1]*Кызылординский государственный университет им.Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан*

[2]*Карагандинский государственный университет им.академика Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: angisin_@mail.ru, medeubaev65@mail.ru, b.nurlanova@mail.ru

Построение общих и приближенных уравнений колебания различного вида плоских элементов представляет актуальную проблему в разработке теоретических основ расчета строительных конструкций и строительства в целом. К таким проблемам относятся задачи совершенствования моделей нестационарного характера конструкций и их элементов, материалы которых проявляют сложные механические, реологические свойства, присущие различным строительным конструкциям при влиянии различных внешних факторов.

В данной работе развивается теория колебания слоистых пластинок строительных конструкций, строго обоснованной постановкой различных краевых задач колебания [1].

Пусть безграничная в плане пластинка толщиной $2h_1$ находится под поверхностью полубесконечной среды на глубине $(h_0 - h_1)$. Плоскость XY поместим в срединной плоскости пластинки при $z = 0$. Ось OZ направим в сторону внешней поверхности внешнего слоя. Обозначим параметры слоя индексом «1», верхнего слоя $[-\infty < (x, y) < \infty;\ \ h_1 \le z \le (h_0 - h_1)]$ будем обозначать индексом «2», а нижнего полупространства $[-\infty < (x, y) < \infty;\ \ -h_1 \le z \le 0]$ – индексом «3». Будем предполагать, что материалы верхнего слоя, пластинки и основания однородны, изотропны, проявляют вязкие свойства.

Введем потенциалы $\Phi^{(l)}$ и $\Psi^{(l)}$ продольных поперечных волн по известным формулам

$$\vec{u}^{(l)} = grad\Phi^{(l)} + rot\vec{\Psi}^{(l)} \tag{1}$$

В потенциалах $\Phi^{(l)}$ и $\Psi^{(l)}$ уравнения движения слоя, пластинки и основания принимают вид:

$$N_l\left(\Delta\Phi^{(l)}\right) = \rho_l \frac{\partial^2\Phi^{(l)}}{\partial t^2} \qquad M_l\left(\Delta\vec{\Psi}^{(l)}\right) = \rho_l \frac{\partial^2\Psi^{(l)}}{\partial t^2}, \tag{2}$$

В работе [2] показано, что краевая задача колебания пластинки, находящейся под поверхностью, сводится к решению интегро-дифференциальных уравнений (2) при граничных и начальных условиях: на внешней поверхности $(z = h_0)$

$$\sigma_{zz}^{(2)} = f_z^{(2)}(x, y, t);\ \sigma_{jz}^{(2)} = f_{zj}^{(2)}(x, y, t); \tag{3}$$

на границе контакта верхний слой – пластинка $(z = h_1)$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(2)};\ \sigma_{jz}^{(1)} = 0;\ \sigma_{jz}^{(2)} = 0;\ w^{(1)} = w^{(2)} \tag{4}$$

на границе пластинка – основание $(z = -h_1)$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(3)} + f_{3z}^{(3)}(x, y, t);\ \sigma_{jz}^{(1)} = 0;\ \sigma_{ij}^{(3)} + f_{jz}^{(3)}(x, y, t) = 0;$$

$$w^{(1)} = w^{(3)} + f_0^{(3)}(x, y, t),\ (j = x, y) \tag{5}$$

Кроме того, должны выполняться условия затухания на бесконечности, т.е. при $z \to -\infty$

$$\Phi^{(3)} = 0;\ \Psi_1^{(3)} = \Psi_2^{(3)} = \Psi_3^{(3)} = 0 \tag{6}$$

Начальные условия нулевые, т.е.

$$\Phi^{(l)} = \frac{\partial\Phi^{(l)}}{\partial t} = \frac{\partial\vec{\Psi}_j^{(l)}}{\partial t} = \vec{\Psi} = 0,\ \left(l = \overline{1,3}\right),\ t = 0,\ (j = 1,2,3) \tag{7}$$

Задача колебания пластинки в дифференцируемой среде сводится к исследованию уравнения (2), удовлетворяющее граничным (3), (4), (5) и начальным условиям (7).

Список использованных источников

1. *Филиппов И.Г., Филиппов С.И.* Динамическая теория устойчивости стержней // Труды Российско-Польского семинара «Теоретические основы строительства», Варшава, 1995. – С.63-69.

2. *Сейтмуратов А.Ж.* Определение частоты собственных колебаний пластинки // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. – 2010. – № 4 (67).