

где $\frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha}$ – дробная производная Лиувилля порядка α с началом в точке $y = -\infty$ [1].

Пусть

$$\Omega = \{(x, y): z(y) < x < a, -\infty < y < b\},$$

где $z(y)$ – непрерывная неубывающая на $(-\infty, b)$ функция, $z(y) < a$; $a, b \leq \infty$.

Доклад посвящен обсуждению вопросов разрешимости следующей задачи: найти регулярное решение уравнения (1) в области Ω , удовлетворяющее краевому условию

$$u(z(y), y) = \varphi(y) (-\infty < y < b).$$

Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. Москва, Физматлит, 2003.

НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Расулов М.

Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: rasulovms@bk.ru

Логистические модели широко применяются при моделировании динамики популяции в биологии. При этом роста популяции пропорционально плотности популяции и ресурсам. Модели динамики численности взаимодействующих популяции вида

$$u_t = d u_{xx} + u(a - bu)$$

в математической биологии принято называть уравнением Колмогорова-Фишера. Здесь $u(t, x)$ – плотность популяции в момент времени t в точке x .

Многочисленные задачи для уравнения типа Колмогорова-Фишера исследованы многими авторами (см. напр. [1, 2, 3]).

В известных работах установлены разрешимость рассматриваемых задач и исследованы качественные свойства решений.

Начиная со второй половины прошлого столетия, были построены и исследованы математические модели биологии и экологии со свободной границей. Для уравнений реакции-диффузии исследованы задачи со свободной границей моделирующей распространения биологических видов. При этом свободная граница представляет распространения фронта видов. Установлены априорные оценки, доказаны теоремы сравнения и разрешимость поставленных задач, изучены асимптотические свойства ограниченных решений и получены результате дихотомии [3].

В настоящей заметке исследуется математическая модель в виде задачи со свободной границей для уравнения реакции-диффузии

$$k(u)u_t - du_{xx} - uu_x = u(a - bu), \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq s(t) = s_0 \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0, \quad (2)$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(t, s(t)) = 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\dot{s}(t) = -\mu u_x(t, s(t)), \quad t > 0. \quad (5)$$

Относительно данных предполагается выполненными следующие условия:

I. Функции $k(u)$ и $k'(u)$ определены для любого значения аргумента и ограничены на любом замкнутом множестве аргумента, причем $k(u) \geq k_0 > 0$.

II. a, b, μ, s_0 – положительные постоянные.

III. $u_0(x) \in C^2[0, s_0]$, $u'_0(0) = u_0(s_0) = 0$, $u'_0(s_0) < 0$, $u_0(x) > 0$, $\lim_{x \rightarrow s_0} \frac{u_0(x)}{s_0 - x} = 0$.

Нами установлены априорные оценки, изучена поведение свободной границы, доказана разрешимость и проведены некоторые качественные исследования.

Список использованной литературы

1. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С, 'Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме', Бюлл. МГУ, секция А 1,6., 1937.
2. V. Pao, Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations, Plenum Press, New York, 1992.
3. Y. Du and Z. Lin, Spreading-vanishing dichotomy in a diffusive logistic model with a free boundary, SIAM J. Math. Anal., 42(2010), 377-405.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЕННИ-ЛЮК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

Рахмонов Ф. Д.

Национальный университет Узбекистана (НУУ), Узбекско-Израильский совместный факультет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: farxod_frd@bk.ru

Представляют большой интерес с точки зрения приложений уравнения типа Бенни-Люка [1-3].

В прямоугольной области рассматривается уравнение в частных производных типа Бенни-Люк четного высокого порядка со смешанными условиями. Изучаются вопросы однозначной разрешимости данной задачи. Решение изучается в классе регулярных функций. Используются метод рядов Фурье разделения переменных. При доказательстве существования и единственности коэффициента Фурье от неизвестной функции применяется метод последовательных приближений в сочетании его с методом сжимающего отображения.

Ключевые слова: Уравнение типа Бенни-Люк, интегро-дифференциальное уравнение, вырожденное ядро, существования и единственности решения.

Постановка задачи

Исследуется классическая разрешимость смешанной задачи для интегро-дифференциального уравнения типа Бенни-Люк высокого четного порядка. В прямоугольной области $\Omega = \{(t, x) | 0 < t < T, 0 < x < l\}$ рассматривается уравнение

$$D_{t,x}^{2+4k} U(t, x) = \nu \int_0^T K(t, s) U(s, x) ds + \alpha(t) \beta(x), \quad (1)$$

где

$$D_{t,x}^{2+4k} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[(-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}} + \frac{\partial^{4k}}{\partial x^{4k}} \right] + (-1)^{k+1} \omega(t) \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}},$$

T и l заданные положительные действительные числа, k заданное фиксированное положительное целое число, $\omega(t)$ – положительный функциональный параметр, $\alpha(t) \in C(\Omega_T)$ – заданная непрерывная функция, $\Omega_T \equiv [0; T]$, $\Omega_l \equiv [0; l]$, $\beta(x) \in C(\Omega_l)$ –

заданная функция, ν – действительный ненулевой параметр, $0 \neq K(t, s) = \sum_{i=1}^p a_i(t) b_i(s)$,

$a_i(t), b_i(s) \in C[0; T]$. Здесь предполагается, что система функций $a_i(t)$, $i = \overline{1, p}$ и система функций $b_i(s)$, $i = \overline{1, p}$ являются линейно независимыми.

Постановка задачи. Найдем функцию $U(t, x)$, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению (1), следующим условиям

$$U(T, x) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

$$U_i(T, x) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$