$$PC\left([0,T],R^n\right)=\left\{x:[0,T]\to R^n;\ x(t)\in C\left(\left(t_i,t_{i+1}\right],R^n\right),\ i=1,...,p\right\},$$

причем $x\left(t_i^+\right)$ и $x\left(t_i^-\right)$, $(i=0,1,...,p)$, существуют и конечны; $x\left(t_i^-\right)=x\left(t_i\right)$.

Обратите внимание, что линейное векторное пространство $PC\left([0,T],R^n\right)$ является Банаховым пространством со следующей нормой

$$\| x \|_{PC}=\max\left\{\| x \|_{C((t_i,t_{i+1}])},\ i=1,2,...,p\right\}$$

Формулировка проблемы. Найти функцию $x(t)\in PC\left([0,T],R^n\right)$, которая при всех $t\in[0,T],\ t\neq t_i,\ i=1,2,...,p$ удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению (1), нелокальному интегральному условию (2) и при $t=t_i\ i=1,2,...,p,\ 0<t_1<t_2<...<t_p<T$ удовлетворяет нелинейному предельному условию (3).

Список использованной литературы

1. Benchohra, M., Henderson, J. and Ntouyas, S. K., *Impulsive differential equations and inclusions*. Contemporary mathematics and its application. New York: Hindawi Publishing Corporation, 2006.
2. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems*, 2-nd ed. Berlin - Boston: Walter de Gruyter GmbH, 2016.
3. Yuldashev, T.K., Nonlocal mixed-value problem for a Boussinesq-type integrodifferential equation with degenerate kernel, *Ukrainian Mathematical Journal*, 2016, vol.68, no8, pp.1278–1296.
4. Yuldashev, T.K., Determination of the coefficient and boundary regime in boundary value problem for integro-differential equation with degenerate kernel, *Lobachevskii journal of mathematics,* 2017, vol.38, no.3, pp.547–553.
5. Yuldashev, T.K., Nonlocal boundary value problem for a nonlinear Fredholmintegro-differential equation with degenerate kernel, *Differential equations*, 2018, vol.54, no.12, pp.1646–1653.
6. Yuldashev, T.K., Spectral features of the solving of a Fredholm homogeneous integro-differential equation with integral conditions and reflecting deviation, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2019, vol.40, no.12, pp.2116–2123.
7. *Халанай А., Векслер Д.* Качественная теория импульсных систем. М.:Мир, 1971.309 с.
8. *Perestyk N.A., Plotnikov V.A., Samoilenko A.M., Skripnik N.V.* Differential equations with impulse effect: multivalued right-hand sides with discontinuities // DeGruyter Stud. Math. Berlin: Walter de Gruter Co., 2011.V.40.
9. *Samoilenko A.M., Perestyk N.A.* Impulsive differential equations. Singapore: World Sci., 1995.
10. Benchohra, M., Henderson, J. and Ntouyas, S. K., *Impulsive differential equations and inclusions*. Contemporary mathematics and its application. New York: Hindawi Publishing Corporation, 2006.
11. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and fredholm boundary-value problems*, Utrecht: Brill, 2004.
12. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems*, 2-nd ed. Berlin - Boston: WalterdeGruyterGmbH, 2016.

МНОГОМЕРНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А., Шакуликова А.Т., Лукпанова Л.Х.

КазНИТУим.К.И.Сатпаева, Алматы, Казахстан

E-mail:khairullin_42_42@mail.ru

Рассматривается краевая задача для интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) тепло-и массообмена

$$L_k[u_k(x,t)]=\mu_k\int_0^t \Delta u_k(x,\tau)d\tau+f_k(x,t),k=1,2 \qquad (1)$$

в области $Q_T\equiv\{(x',x_n,t): x'\in R^{n-1}, x_n\in R_+, t\in\,]0,T[\}$,
удовлетворяющейначальным условиям

$$u_k(x,0)=0 \qquad (2)$$

граничным условиям:

$$\sum_{k=1}^{2} a_k u_k(x,t)|_{x_n=0} = \varphi_1(x',t), (x',t) \in Q_T^{(1)} \equiv Q_T(x\backslash x_n), \quad (3)$$

$$\sum_{k_n=0}^{m} b_{k_n} \frac{\partial^{k_n} u_2(x,t)}{\partial x_n^{k_n}}\bigg|_{x_n=0} = \varphi_2(x',t), m \geq 1, \quad (4)$$

где $L_k \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_k \Delta$, $\Delta -$ оператор Лапласа по переменной $x = (x_1, x_2, \dots, x_n), a_{k,} b_{k_n}, \lambda_k, \mu_k -$ заданные постоянные, причем $0 < \lambda_1 < \lambda_2$, $\mu_k \geq 0$,

$$b_m \neq 0, a_k \neq 0 \ (k = 1{,}2).$$

Решение задачи (1)- (4) ищется в виде [2]:

$$u_k(x,t) = -\psi_k * G_{x_n}^{(k)}[x,t] + f_k * H(x,t,\mu_k), \mathrm{k} = 1{,}2, \quad (5)$$

где * - знак свертки, $G^{(k)}(x,t) = \frac{2\lambda_k \exp\left[-\frac{|x|}{4\lambda_k t}^2\right]}{[2\sqrt{\pi\lambda_k t}]^n}$, $G_{x_n}^{(k)}(x,t) = \frac{\partial G^{(k)}(x,t)}{\partial x_n}$,
$H(x,t,\mu_k) -$ функция Коши [1] для ИДУ (1). Справедлива

Лемма. Если функции $\psi_2(x',t) \in G_{x',t}^{2k_n,k_n}\left(Q_T^{(1)}\right)$ и $f_2(x,t) \in C_{x_n}^{k_n}(Q_T)$,

то $\lim\limits_{x_n \to 0} \frac{\partial^{2k_n-1} u_2(x,t)}{\partial x_n^{2k_n-1}} = -\frac{1}{(\sqrt{\lambda_2})^{k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2] * G^{(2)}[x',0,t] + f_{2x_n}^{(2k_n-1)} * H(x',\xi_n,t,\mu_2)$, $k_n = \overrightarrow{1,\left[\frac{m}{2}\right]}$,

$$\lim_{x_n \to 0} \frac{\partial^{2k_n} u_2(x,t)}{\partial x_n^{2k_n}} = \frac{1}{(\sqrt{\lambda_2})^{k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2(x',t)] + f_{2x_n}^{(2k_n)} * H(x',\xi_n,t,\mu_2), \quad k_n = \overrightarrow{0,\left[\frac{m}{2}\right]},$$

Где $F_2 \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \Delta_{x'}$, $\cdots$, $F_2^{k_n} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \Delta_{x'}\right)^{k_n}$.

Теперь, используя Лемму и подставляя функции $u_k(x,t)$, определяемые равенством (5), в граничные условия (3) и (4), получим СИДУ:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{2} a_k \psi_k(x',t) + \sum_{k=1}^{2} a_k f_k * H(x',\xi_n,t,\mu_k) = \varphi_1(x',t), \\ \sum_{k_n=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \frac{b_{2k_n}}{(\sqrt{\lambda_k})^{2k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2(x',t)] - \sum_{k_n=1}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \frac{b_{2k_n-1}}{(\sqrt{\lambda_2})^{2k_n-1}} F_2^{k_n}[\psi_2] * G^2[x',0,t] + \\ \quad + \sum_{k_n=0}^{m} b_{k_n} f_{2x_n}^{(k_n)} * H(x',\xi_n,t,\mu_2) = \varphi_2(x',t). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $\left[\frac{m}{2}\right] = \frac{m}{2}$ или

$\frac{m-1}{2}$ в зависимости от того, является m четным или нечетным числом.

Для упрощения системы (6), введем обратные операторы:

$$F_2^{-m}[\psi_2] = \psi_2 * \frac{t^{m-1}}{\Gamma(m)} G^2[x',t], F_2^{-\frac{1}{2}}[\psi_2] = \psi_2 * \frac{G^2[x',t]}{\sqrt{\pi t}}$$

и обозначая $2k_n = k_n^{(1)}, 2k_n - 1 = k_n^{(2)}$ в системе (6), а затем исключая функцию$\psi_2(x',t)$получим интегральное уравнение Вольтерра-Фредгольма второго рода

$$\psi_1(x',t) + \psi_1 * K[x',t] = \Phi(x',t), \quad (7)$$

где ядро$K(x',t)$удовлетворяет оценке

$$|K(x',t)| \leq M(\sqrt{t})^{-n} exp\left[-\delta \frac{|x'|^2}{t}\right], \quad (8)$$

M, δ- некоторые положительные постоянные, функция $\Phi(x',t)$зависит от функций $\varphi_k(x',t)$, $f_k(x',t), k = 1{,}2$.

На основании оценки (8) интегральное уравнение (7) можно решить методом последовательных приближений.

Итак, имеет место

Теорема. Если функции $\psi_2(x', t) \in C_{x',t}^{2k_n, k_n}\left(Q_T^{(1)}\right)$ и $f_2(x, t) \in C_{x_n}^{m}(Q_T)$, то существует решение $u_k(x, t)$, определяемое равенством (5).

Список использованной литературы

1. Хайруллин Е.М., Халбаева Ж. Функция Коши для интегро-дифференциального уравнения параболического типа в многомерном пространстве. Материалы IV международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения», Алматы, 2014, т. III, с.311-316.
2. Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А., Шакуликова А.Т. Об одной граничной задаче тепло- и массообмена. Вестник КазНИТУ, 2019. - N4, с.510-516.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ МКДФ С САМОСОГЛАСОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ В СЛУЧАЕ ДВИЖУЩИХСЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ.

Хасанов А. Б[1], Собиров Ш.К[2].

[1]*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

[2]*Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан*

E-mail: ahasanov2002@mail.ru; shexzod1994@mail.ru

В данной работе исследуется нагруженное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза с источником, а именно рассматривается следующая система уравнений

$$\begin{cases} u_t + \beta(t)u(x_0,t)(6u^2u_x + u_{xxx}) + \alpha(t)u(x_1,t)u_x = \sum\limits_{k=1}^{2N}\left(f_{k1}g_{k1} - f_{k2}g_{k2}\right), \\ L(t)f_k = \xi_k f_k, \quad L(t)g_k = \xi_k g_k, \quad k = 1,2,...,2N, \end{cases} \tag{1}$$

где $\beta(t)$ и $\alpha(t)$ заданные непрерывно дифференцируемые функции

при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in R^1, \quad (2)$$

где начальная функция $u_0(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ обладает следующими свойствами:

1) $$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|\right)|u_0(x)|dx < \infty; \tag{3}$$

2) Оператор $L(0) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$ имеет ровно $2N$ простых собственных значений $\xi_1(0), \xi_2(0), ..., \xi_{2N}(0)$.

В рассматриваемой задаче $f_k = \left(f_{k1}, f_{k2}\right)^T$ является собственной вектор-функцией оператора

$$L(t) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u(x,t) \\ -u(x,t) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

соответствующий собственному значению ξ_k, а $g_k = \left(g_{k1}, g_{k2}\right)^T$ решение уравнения $Lg_k = \xi_k g_k$, для которой

$$W\left\{f_k, g_k\right\} \equiv f_{k1}g_{k2} - f_{k2}g_{k1} = \omega_k(t) \neq 0, \quad k = \overline{1,2N}, (4)$$

где $\omega_k(t)$ - изначально заданные непрерывные функции t, удовлетворяющие условиям