

Theoretical and methodical bases of application of a method of linear programming in mountain and economic researches

It is emphasized that the mathematical apparatus used at planning, forecasting, design and the calculations connected with organizational economic activity of the mining enterprises, is various. It is specified that problems of optimization of work of the enterprise of production of mineral can be broken into five types conditionally. It is proved that the linear programming being the most developed section of mathematical programming can become a theoretical basis for the solution of mountain and economic tasks. Possibilities of application of a method of linear programming for establishment of optimum option of actions for development of group of objects at the mining enterprise are considered. Expediency of use of this method is shown at a choice of the optimum schedule of stripping works at an open way of production of mineral. It is offered methods of optimum planning of production of iron ore on pit sites with application of a simplex method. Methodical provisions on finding of optimum number of workers on mining sites of mine by means of a simplex method are developed.

ӘОЖ 517.518

А.М.Омаров, Ж.Т.Есендаулетова

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: jako-2009@yandex.ru)

Мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін графтар теориясымен есептеу

Мақалада мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін шешуде қолданылуы мүмкін болатын графтар теориясы мен жиындардың негізгі элементарлы түсініктері қарастырылды. Математиканың элементарлы курсынан алынған әр түрлі логикалық мысалдарда, графтар теориясын пайдалану арқылы берілген есептерді шешу амалдары мен әдістері көрсетілген. Кейбір есептер бірнеше амалдар арқылы есептелінген, яғни, аналитикалық әдіспен және жиындар немесе графтар теориясы көмегімен.

Кілтті сөздер: графтар теориясы, басқару схемаларын жобалау, автоматтарды зерттеу, логикалық тізбелер, программалардың блок-схемалары.

«Ұлттық бірыңғай тестілеу жүргізу ережесін бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 2011 жылғы 5 желтоқсандағы № 506 бұйрығы жарияланды [1].

Ұлттық бірыңғай тестілеу Қазақстан Республикасының түлектерінің білімін бағалау жүйесі болып табылады. Оның нәтижелері мемлекеттік аттестацияның қорытынды нәтижесі ретінде жалпы орта білім беру мекемелерімен танылады. Атап өту керек, ұлттық тестілеуге арналған тестілерді құру 12 жылдық мектептің түлектеріне бағытталған. Бұл жаңа тәртіп 2015 жылдың соңында жұмыс істей бастайды.

Осы уақытқа дейін ұлттық бірыңғай тестілеу бес пән бойынша жүргізілетіні белгілі. Оны жүргізудің өз ережелері бар. Ал, 2011–2012 оқу жылында ұлттық бірыңғай тестілеудің математика пәні бойынша тестілеуге бір логикалық есеп қосылады. Математика бойынша логикалық есептерді шешу кезінде әр түрлі тәсілдерді қолдануға болады.

Ұлттық бірыңғай тестілеудегі өзгерістерге байланысты мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін графтар теориясының көмегімен шешімін табуды қарастырайық.

Соңғы кездерде графтар теориясы кең ортадағы проблемаларға тиісті болған көптеген мәселелерді шешудің өте қарапайым, қолайлы және тиімді құралына айналды. Оған интегралдық және басқару схемаларын жобалау, автоматтарды зерттеу, логикалық тізбелер, программалардың блок-схемалары, экономика және статистика, химия және биология, кестелер теориясы, дискреттік тиімділеу және тағы да басқа мәселелерді жатқызуға болады.

Мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерді қарапайым графтар теориясымен шығаруға болады. Мақалада графтардың берілу тәсілдері қарастырылған. Бұдан былай, егер айқын айтылмаса, біз тек қана қарапайым графтарды қарастыратын боламыз.

Сонымен, олар нүктелер арасындағы сәйкестік арқылы анықталады. Есептерді графтар арқылы шешу бойынша көптеген нүктелерді жүргізе отырып, әр түрлі фигураларды құрастырамыз. Соның салдарынан «граф» ұғымы пайда болған. Граф деп кез келген нүктелерді, яғни, олардың түзумен немесе бағыттармен байланысқанын айтамыз. Көптеген элементтерді бейнелейтін нүктелерді граф шыңы деп атайды. Егер бағыттауыштардың басы мен соңы теңессе, онда оны тұйық граф деп атайды. Графтардың түзулері қабырғалары деп, ал нүктелері төбелері деп аталады. Графтардың төбелері тек нүктемен ғана емес, сонымен қатар дөңгелектермен немесе басқа да фигуралармен берілуі мүмкін [2].

Графтар теориясы математиканың логика, комбинаторика, тағы басқа салаларында қолданылады. Сондықтан бұл тақырыпты жалпы білім беретін мектепте оқыту, мәдениетті танытуда математикалық мән-мағынасы ерекше. Күнделікті өмірде көптеген графикалық иллюстрациялар, геометриялық елестер және т.б. арқылы көптеген түрлері пайдаланылады.

Оқушыларға әрбір логикалық пікірдің дәмін сезіне білуі керек және бұл жерде графтарды қолдану логикаға назарын аударуға көмектеседі.

Оқушы граф арқылы есеп шығара отырып, өзінің логикасын дамытады және пәнге деген қызығушылығын арттырады. Графтар теориясы есептерді немесе олардың шығару жолдарын адам есіне лезде сақтап алуы үшін де қолданылады.

Кенигсберг көпірі жайындағы есепті алғаш рет Л.Эйлер (1707–1783) графтар теориясы арқылы қарастырған. Бұдан 100 жыл өткен соң әсіресе Англияда жаратылыстану ғылымының барынша әр түрлі формадағы саласында графтар теориясы қолданыла бастады. Электр тізбегі мен кристалл моделі молекуласының структурасын зерттеуге, сондай-ақ ойындар теориясы мен программалауда, биология мен психологияда кеңінен қолданылған [3].

Көптеген қолданбалы мәселелерде түрлі объектілер арасындағы байланыстар жүйесі қарастырылады. Графтардың берілу тәсілдері мынадай:

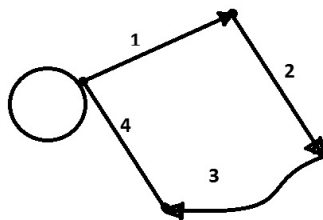
1. Графтың алгебралық жүйелер ретінде айқын берілуі.

Графтар қаладағы жолдар желісін бейнелеуі мүмкін. Графтар төбелері ретінде жол қиылысуы, ал доғалары бір жақты не екі жақты бағдарланған көше болуы мүмкін.

Графтар ретінде алгебралық программаның блок-схемасын, электр желісін, географиялық картаны, химиялық бірікпе, адамдар не топ арасындағы байланыс, тағы басқаларын құруға болады. G -графта нүктелер жиыны *төбелер* $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, және осы нүктелердің барлығын немесе белгілі бір бөлігін қосатын сызықтар жиыны *қабырғалар* $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ -мен беріледі. Сонымен, G граф (X, A) жұбымен толық анықталады. Мұндағы X — бос емес жиын; A — X -тен алынған (x_i, x_j) ретіндегі жұп элементтер жиыны. Енгізілген X, A жиындары математикада толық ізделуді талап етеді.

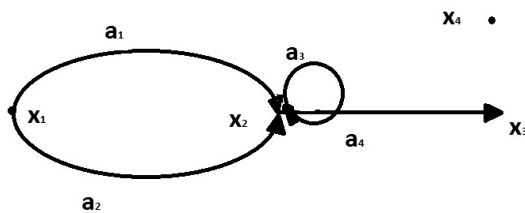
X жиынының элементтері *төбелері*, ал A жиынының элементтерін *қабырғалар*, не *доғалар*, деп аталады. Дербес жағдайда A жиыны (x_i, x_j) көрінісіндегі бір түрлі жұптыққа және бір түрлі элементтерге де ие болуы мүмкін.

2. Графтың геометриялық жүйелер ретінде берілуі (1-сызба):



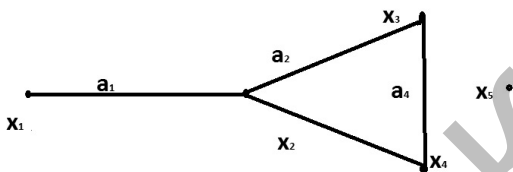
1-сызба. Графтың геометриялық жүйелер ретінде берілуі

Мысал 1. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $A = \{a_1 = (x_1, x_2); a_2 = (x_1, x_2), a_3 = (x_2, x_2), a_4 = (x_2, x_3)\}$ берілсін. $D = (X, A)$ бейнесі (2-сызба):



2-сызба. $D = (X, A)$ бейнесі

Мысал 2. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ — төбе жиыны, $A = \{a_1 = (x_1, x_2); a_2 = (x_2, x_3), a_3 = (x_2, x_4), a_4 = (x_3, x_4)\}$ — қабырғалары. $D = (X, A)$ бейнесі (3-сызба):



3-сызба. $D = (X, A)$ бейнесі

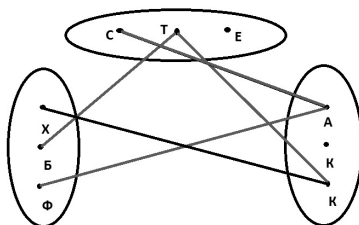
Сонымен, A доға x_i төбеден шығады да, x_j төбеге енеді.

Практикада ағаш және ата-ағаш түріндегі графтар өте көп қолданылады. Ең болмағанда екі төбесі болатын және циклді қамтымайтын ақылы байламды бағдарланбаған графты *ағаш* деп атайды. Мұндай графтарда тұзақ және еселік қабырғалар болмайды.

Графтар арқылы келесі есептерді шешіп көрейік.

1-есеп. Үш дос — Серік, Талғат, Ернар әр түрлі үш пәннен (химия, биология, физика) Алматының, Қарағандының, Көкшетаудың мектептерінде оқытады [3]. Егер мына мәліметтер белгілі болса: 1) Серік Алматыда істемейді, ал Талғат Қарағандыда тұрмайды; 2) алматылық физикадан сабақ бермейді; 3) Қарағандыда тұратын мұғалім химиядан сабақ береді; 4) Талғат биологиядан сабақ бермейді. Әр мұғалім қай қалада тұрады, қандай пәннен сабақ береді?

Шешуі. Үш жиын алып, олардан үштен нүкте қарастырамыз. Оларды адамдар аттарының бас әріптері (С, Т, Е), пәндер (Х, Б, Ф) мен қалалардың (А, Қ, К) аттарының бірінші әріптерімен белгілейміз. Әр түрлі жиыннан алынған нүктелер бір ғана адамның қасиеттерін бейнелей алса, онда ол нүктелерді тұтас (үздіксіз) сызықтармен (штрихтармен) қосамыз. Үзік — қызыл, ал тұтас қара түспен сызамыз. Есептің берілгендері 1-суретте көрсетілген.

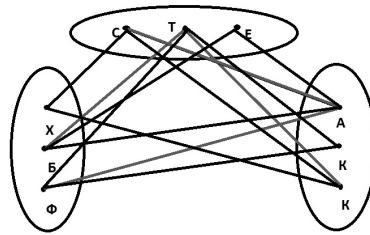


1-сурет. Есептің берілгендері

Графтық есеп шартында көрсетілген жиын элементі және олардың арасындағы байланыс болады. Бұл есеп граф тілінде төбелері үш жиында жатқан, қабырғалары тұтас сызықтармен қосылған үш бұрышты салуға келтіріледі. СА сәйкес келмейді, С мен А-ны қызыл сызықпен қосамыз, ал ҚХ сәйкес келеді (Қарағандыда тұратын мұғалім химиядан береді), Т мен Қ сәйкес келмейді –ТҚ-ны қызыл сызықпен қосамыз, сондықтан Т мен Қ сәйкес келмейді. А мен Ф- те және Т мен Б сәйкес келмейді. Сондықтан оларды қызыл сызықпен қосамыз (2-сур.).

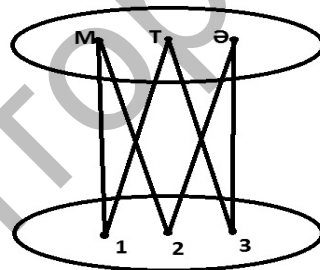
Граф арқылы осы есепке ұқсас есептерді шешкенде мынадай ережелерді пайдаланамыз: 1) үш төбесі үш жиында жатқан үшбұрыштың бір қабырғасы тұтас (қара) сызықпен, екіншісі үзік (қызыл) сызықпен сызылса, онда үшінші қабырғасы үзік (қызыл) сызықпен сызылады; 2) жиынның бір нүктесінен 2-жиындағы 2-нүктеге үзік (қызыл) сызық жүргізілсе, онда үшіншісіне тұтас (қара) сызық жүргізіледі; 3) егер төбелері әр түрлі жиында жатқан үшбұрыштың екі қабырғасы тұтас (қара) сызықпен сызылса, онда үшіншісі де тұтас (қара) сызықпен қосылады.

Ережеге сүйеніп, Ф пен Т-ны тұтас сызықпен қосамыз (ФТ). АТ үзік сызықпен сызылады, себебі ТФА үшбұрышында ТФ — тұтас, ФА үзік сызықтармен сызылады. ТК тұтас сызықпен қосылады, себебі ТА, ТҚ — үзік сызықтар. ФК — тұтас сызық. Олай болса, ТФК үшбұрышының қабырғалары тұтас сызық болады. АЕ, СК, ХС, БА, БЕ тұтас сызықтарын жүргіземіз. Сонда ТФК, ҚХС және ЕБА үшбұрыштарының төбелеріндегі элементтер сәйкес келіп, есептің сұрағына жауап береді, яғни Ернар — биолог Алматыда тұрады; Серік Қарағандыда тұрып, химиядан сабақ береді; Талғат Көкшетауда тұрады, физикадан сабақ береді.



2-сурет. Ережеге сүйенген есептің шешімі

2-есеп. Дүйсенбі күнгі сабақ кестесін құру кезінде үш мұғалім мынадай өтініш айтты: 1) математика бірінші не екінші, 2) тарих бірінші не үшінші, 3) әдебиет екінші не үшінші болсын деді [4]. Қанша тәсілмен мұғалім өтінішін орындауға болады?



3-сурет. Теңдеуді граф арқылы шешу

Шешуі. Математика, тарих, әдебиеттің бас әріптерінен бір жиын сабақтардың 1, 2, 3 деген ретінен екінші жиын құралық (3-сур.)

Математиканы 1-ші сабаққа (онда ол 2-ші бола алмайды) қойсақ, онда тарих тек үшінші ғана болады, тарих бірінші қойылмайды, онда әдебиет 2-ші сабаққа қойылған болады, ол 3-ші сабаққа қойылмайды. Сонымен математика — бірінші, әдебиет — екінші, тарих үшінші болады.

Теңдеуді граф арқылы шешеміз, яғни, бұл бағытталған граф болып табылады.

3-есеп. Мен бір сан ойладым. Сол санға 24 қоссақ, одан шыққан санды 9-ға көбейтсек, сосын 76-ны алсақ, ендігі шыққан санды 19-ға бөлсек, онда 23 шығады. Ойлаған санды табайық [5].

Шешуі. Айталық, x — белгісіз сан болсын. Онда берілген есептің шарты бойынша келесі теңдеуді жазуға болады:

$$((x + 24) \cdot 9 - 76) / 19 = 23.$$

$$9x + 140 = 437.$$

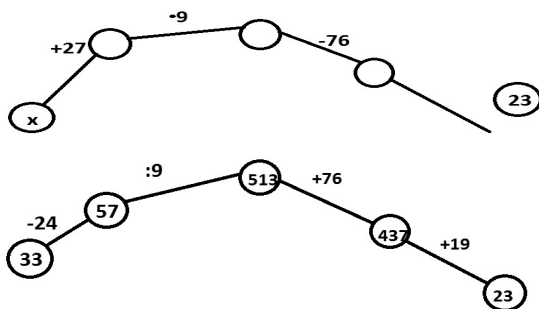
$$9x = 297.$$

$$x = 33.$$

Жауабы: $x = 33$ тең.

Енді берілген есепті графтар теориясын пайдаланып шығарайық. Графты құрайық, онда осы сандарды керісінше амалмен шығарайық (4-сур.)

$23 \cdot 19 = 437$; $437 + 76 = 513$; $513 : 9 = 57$; $57 - 24 = 33$. Сонымен, ойлаған санды таптық, ол 33 тең.



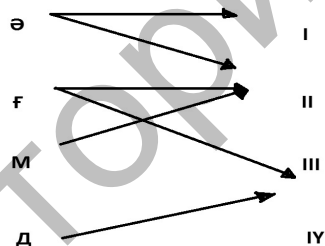
4-сурет. Графтың көмегімен сандарды керісінше амалмен шығару

4-есеп. Төрт спортшы: Әлия, Ғалия, Мадина, Динара гимнастикадан өткен жарыста алдыңғы 4 орынды алды, бірақ олардың кез келген екеуі бұл орынды бөліскен жоқ [5].

Кім нешінші орын алды? деген сұраққа үш жанкүйер былай деп жауап берді.

- а) Әлия — II, Динара — III;
- ә) Әлия — I, Ғалия — II;
- б) Мадина — II, Динара — IV.

Жанкүйерлердің әрқайсысы бір рет қателескенін ескеріп, әр спортшының қандай орын алғанын табу керек (5-сур.).



5-сурет. Граф арқылы есепті шығару әдісі

Төмендегі кестенің көмегімен жауабын анық көруге болады.

Аты	I	II	III	IV
Әлия	+	+	-	-
Мадина	-	+	-	-
Динара	-	-	+	+
Ғалия	-	-	-	-

Жауабы. Әлия — I; Мадина — II; Динара — III; Ғалия — IV.

5-есеп. Үш адам сөйлесіп тұр: Ақбаев, Қарабаев, Сарыбаев. Олардың қара шаштысы Ақбаевқа айтады [4]. Біреуіміздің шашымыз ақ, екіншінің шашы қара, үшіншісінің шашы сары, бірақ ешкімнің шашының түсі тегіне, (фамилиясына) сәйкес келмейді. Олардың әрқайсысының шаштарының түстері қандай?

Шешуі.

1-тәсіл (логикалық болжам арқылы).

Қара шашты адам Ақбаевпен сөйлескендіктен, Ақбаев қара шашты да болмайды, ақ шашты да болмайды (себебі шашының түсі фамилиясына сәйкес келмеу керек). Олай болса, Ақбаев — сары шашты. Онда Қарабаев — ақ шашты, ал Сарыбаев қара шашты болады.

II-тәсіл. (кестенің көмегімен).

Алдымен есептің шарты бойынша келесі кестені салайық.

Тегі	Сары	Қара	Ақ
Ақбаев	+	-	-
Сарыбаев	-	+	-
Қарабаев	-	-	+

Жауабы: Ақбаев — сары шашты, Қарабаев — ақ шашты және Сарыбаев қара шашты болады.

Графтар теориясымен қарастырылған есептерді зерттей отырып, келесі қорытынды жасауға болады. Мектеп курсындағы математика саласындағы графтар теориясының алатын орны ерекше, себебі графтар теориясы көмегімен логикалық ой қабілеттігін арттыруға болады. М.И.Калинин «математика ойлауды тездетіп, логикалық ойлауға үйретеді» және «математика — ой гимнастикасы» деп бекер айтпаған екен.

Орта мектепте оқитын оқушыға логикалық есептердің мағынасын түсіну үшін графтар теориясының ұғымдары көп мүмкіншілік береді. Сонымен қатар «граф» ұғымы тек математика саласында ғана емес, тіпті күнделікті өмірде де және техника да басқа атаулармен қолданылады.

References

- 1 www.http.today.kz
- 2 Ore O. Graphs and their application. — Moscow: Mir, 1965. — 106 p.
- 3 Linkov G.I. Out-of-class work on mathematics. — Moscow: Prosvechenie, 1965. — 355 p.
- 4 Nagibin F.F. Mathematical casket. — Moscow: Prosvechenie, 1988. — 299 p.
- 5 Perelman Ya.I. Natural mathematics. — Moscow: Nauka, 1978. — 315 p.

А.М.Омаров, Ж.Т.Есендаулетова

Решение логических задач в школьном курсе математики с помощью теории графов

В статье рассмотрены основные элементарные понятия теории графов и множеств, которые могут быть применены при решении логических задач в школьном курсе математики. На различных логических примерах, взятых из элементарного курса математики, показаны способы и методы решения данных задач с использованием теории графов. Некоторые задачи решены несколькими способами, а именно аналитическим методом и с помощью теории множеств или теории графов.

A.M.Omarov, G.T.Esendauletova

The solution of logic tasks in school course of mathematics by means of the graph theory

In article it is considered the main elementary concepts of the graph theory and sets which can be applied at the solution of logic tasks in school course of mathematics. On the various logic examples taken from an elementary course of mathematics, ways and methods of the solution of these tasks with use of the graph theory are shown. Some tasks are solved in several ways, namely, an analytical method and by means of the theory of sets or the graph theory.