УДК 510.67

А.Р.Ешкеев[1], Б.Р.Жолмагамбетова[2]

[1]Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова;
[2]РГКП «Институт прикладной математики» КН МОН РК, Караганда (E-mail: modth1705@mail.ru)

Позитивно алгебраически простые модели в классе экзистенциально-замкнутых моделей выпуклых позитивных йонсоновских теорий

В статье говорится о синтаксическом и семантическом аспектах описания свойств рассматриваемой теории и ее моделей. Основные полученные результаты должны внести свою положительную лепту при изучении теоретико-модельных свойств конкретных алгебраических объектов теории, которые удовлетворяют условиям Йонсона и, вообще говоря, являются неполными. В допустимых обогащениях доказаны аналоги теорем о связи алгебраической простоты и атомности моделей в рассматриваемых классах теорий. Эти результаты получены для выпуклых замкнутых позитивных теорий в обогащенной сигнатуре. Свойства, полученные для описания видов атомности и простоты, сформулированы на языке центральных типов.

Ключевые слова: алгебраическая простая модель, йонсоновская теория, замкнутая и выпуклая модели, синтаксические и семантические аспекты.

Основной задачей теории моделей является описание конкретных классов теории и их моделей. Как правило, в случае исследования теории мы говорим о синтаксическом аспекте и, соответственно, при изучении описания свойств моделей этой теории — о семантическом аспекте. При этом оба аспекта, в силу теоремы о полноте, должны быть содержательно эквивалентными. Что под этим понимается? Имеется в виду, что свойства непротиворечивости и совместности теории проецируют на поведение моделей (соответственно, элементов моделей) некоторую эквивалентность между синтаксическими и семантическими парадигмами. Например, морфизмы между счетными моделями и реализация в моделях главных типов. В случае, когда морфизмом является элементарное вложение в любую модель рассматриваемой теории, указанная выше эквивалентность влечет за собой атомность модели. В случае полных теорий все сказанное выше имеет отношение к классическому результату Р. Воота об описании счетных, простых и атомных моделей. Для того чтобы рассмотреть случай неполных теорий, обратимся к известному обзору развития теории моделей из монографии [1].

Выделим два направления в развитии теории модели. В [2] их называют западной и восточной теориями моделей, так как один из основоположников теории моделей А. Тарский жил на западном побережье США с 1940 г., а другой основоположник А. Робинсон — на восточном. Западная теория моделей развивается в традициях Скулема и Тарского. Она в большей степени мотивировалась проблемами в теории чисел, анализе и теории множества, и в ней используются все формулы логики первого порядка.

Восточная теория моделей развивается в традициях Мальцева и Робинсона. Она мотивировалась проблемами в абстрактной алгебре, где формулы теорий обычно имеют самое большее два блока кванторов. Она делает ударение на множества бескванторных и экзистенциальных формул. В отличие от западной теории моделей, которая изучает полные теории, восточная теория моделей, вообще говоря, имеет дело с неполными теориями. Класс неполных теорий достаточно широк, поэтому можно ограничиться индуктивными теориями ($\forall\exists$ -аксиоматизируемыми). В смысле полноты рассматриваемой теории максимальное требование, как правило, — $\forall\exists$ -полнота. Всем этим условиям удовлетворяют йонсоновские теории. Таким образом, сделаем вывод, что изучение йонсоновских теорий относится по своей сути к проблематике восточной теории моделей.

Исследования, которые проводились с тематикой йонсоновских теорий, связаны с важной проблемой изучения некоторых неполных теорий. В точности изучаются йонсоновские теории и их классы и модели. После появления работ Бен-Якова [3, 4] первым автором данной статьи были введены некоторые новые классы позитивных йонсоновских теорий [5]. В случае, когда они удовлетворяют условиям йонсоновости, мы говорим о некоторых позитивных обобщениях йонсоновских теорий. В общем случае это неверно, так как существуют позитивные йонсоновские теории, которые не являются йонсоновскими. В предыдущих работах (см. [5]), в связи с йонсоновостью и позитивной йонсоновостью, получены результаты, которые позволяют плодотворно изучать совершенные йонсоновские теории и некоторые классы позитивных совершенных йонсоновских теорий. При этом разработан новый метод исследования неполных йонсоновских теорий — семантический метод, который заключается в трансляции элементарных свойств центра йонсоновской теории на саму теорию. В связи с неполнотой исследуемых объектов предложена новая идея — проведение указанной выше трансляции через понятие центрального типа. Это понятие достаточно плодотворно на данном этапе исследования.

Данная работа носит в первую очередь теоретический характер. Основные полученные результаты должны сыграть положительную роль при изучении теоретико-модельных свойств конкретных алгебраических объектов теории, которые удовлетворяют условиям Йонсона и, вообще говоря, являются неполными. Также надо отметить, что при изучении позитивных йонсоновских теорий ($\Delta-PJ, \Delta-PR, \Delta-PM$) естественным образом были определены подклассы этих теорий ($\Delta-J, \Delta-R, \Delta-M$). Следует отметить, что основные синтаксические и семантические атрибуты этих новых классов являются новыми понятиями и они появились абсолютно естественным образом при изучении позитивных йонсоновских классов теории. При этом следует заметить, что для этих классов, даже при замене на погружаемость, в чистом виде изоморфных вложений мы все равно не получим. Все зависит от множества формул Δ. В произвольном случае не все формулы (булевы комбинации атомарных формул) сохраняются при погружении. Соответственно, и понятие экзистенциально-замкнутой модели отличается даже в этом случае.

Теперь сформулируем основные цели нашей статьи. В [6] было показано, что ни один из введенных в этой работе видов атомности моделей не совпадает с понятием алгебраически простой модели. Этот факт дает нам основание рассуждать, что содержательная эквивалентность между таким синтаксическим понятием, как атомность модели и семантическим понятием алгебраической простоты моделей не проецируется в неполных теориях, как в классической работе [1] для полных теорий. Но опять же в силу содержательной эквивалентности теоремы полноты должен существовать «восточный» аналог теоремы Р. Воота о связи алгебраической простоты моделей и какого-то вида атомности. В связи с этим мы рассмотрим случай, когда алгебраически простая модель существует априори.

Заметим, что такая постановка проблемы ставится впервые. Рассматриваются теории, у которых гарантировано существует алгебраически простая модель, но при этом она необязательно экзистенциально-замкнутая. Пусть E_T означает класс экзистенциально-замкнутых моделей теории T. Пусть AIP_T обозначает класс алгебраически простых моделей теории T.

Будем говорить, что теория просто замкнутая, если оба ее класса E_T и AIP_T существуют и имеют непустое пересечение. То есть всегда существуют некоторые алгебраически простые модели, которые обязательно экзистенциально-замкнутые.

Пусть в дальнейшем в данной статье все рассматриваемые теории будут просто замкнутыми. Соответственно, когда на теорию накладываются дополнительные свойства, мы рассматриваем просто замкнутую теорию относительно этих свойств.

Напомним определение, в рамках которого будут рассмотрены все наши вопросы.

Теория T называется йонсоновской, если:

1) теория T имеет бесконечные модели;

2) теория T индуктивна;

3) T обладает свойством совместного вложения (*JEP*), т.е. любые две модели $A \vdash T$ и $B \vdash T$ изоморфно вкладываются в некоторую модель $C \vdash T$;

4) T обладает свойством амальгамируемости $AP\,(AP)$, т.е. если для любых $A, B, C \vdash T$ таких, что $f_1 : A \to B$, $f_2 : A \to C$ — изоморфные вложения, существуют $D \vdash T$, изоморфные вложения $g_1 : B \to D$, $g_2 : C \to D$ такие, что $g_1 f_1 = g_2 f_2$.

Определение 1. Йонсоновская теория T называется совершенной, если каждая семантическая модель T является насыщенной моделью T^*.

Определение 2. Пусть T — йонсоновская теория. Компаньоном йонсоновской теории T называется такая теория той же сигнатуры, которая удовлетворяет следующим условиям:

1) $(T^{\#})_{\forall} = T_{\forall}$;

2) для любой йонсоновской теории $T^{'}$, если $T_{\forall} = T^{'}_{\forall}$, $T^{\#} = (T^{'})^{\#}$;

3) $T_{\forall\exists} \subseteq T^{\#}$.

Естественными интерпретациями компаньона $T^{\#}$ являются T^{*}, T^{0}, T^{f}, T^{M}, T^{e}.

Определение 3. Семантической моделью C_T йонсоновской теории T называется ω^{+}-однородная-универсальная модель теории T (в смысле [7]).

Следующие определения даны в [7].

Определение 4. Пусть $\kappa \geq \omega$. Модель M теории T называется:

– k-универсальной для T, если каждая модель T мощности строго меньше k изоморфно вкладывается в M;

– k-однородной для T, если при любых двух моделях A и $A1$ теории T, являющихся подмоделями M мощности строго меньше k, и изоморфизме $f : A \to A1$, для каждого расширения B модели A, являющейся подмоделью M и моделью T мощности строго меньше k, существуют расширение $B1$ модели $A1$, являющейся подмоделью M, и изоморфизм $g : B \to B1$, продолжающий f.

Определение 5. Однородной-универсальной для T моделью называется k-однородная-универсальная для T модель мощности k, где $k \geq \omega$.

Определение 6. Центром (центральным пополнением) йонсоновской теории T называется $T^{*} = Th(C_T)$.

Определение 7 [5]. Йонсоновская теория T называется совершенной, если каждая семантическая модель C_T является насыщенной моделью T^{*}.

Первым автором была установлена связь между совершенностью йонсоновской теории и существованием её модельного компаньона. В дальнейшем нам будут необходимы следующие утверждения.

Теорема 1 [5]. Пусть T — йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) T совершенна;

2) T имеет модельный компаньон.

Теорема 2. Пусть T — совершенная йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) T полна;

2) T модельно полна.

Также была установлена связь между совершенностью йонсоновской теории и свойствами решетки $E_n(T)$, что уточняет известный результат из [8]. Имеет место следующее утверждение.

Теорема 3. Пусть T — полная для $\exists$-предложений йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) T совершенна;

2) T^{*} модельно полна;

3) $E_n(T)$ — булева алгебра,

где полнота теории для $\exists$-предложений означает, что любые две модели этой теории относительно экзистенциальных предложений не отличаются друг от друга.

Определение 8. Йонсоновская теория T называется робинсоновской, если она универсально-аксиоматизируема.

Дадим необходимые определения и связанные с ними результаты, полученные ранее первым автором, относительно выпуклости и позитивности йонсоновских теорий.

Определение 9. Теория T называется выпуклой, если для любой ее модели А$\mathfrak{A}$ и для любого семейства $\{B_i \mid i \in I\}$ ее подструктур, которые являются моделями теории T, пересечение $\bigcup_{i \in I} B_i$ есть модель теории T. При этом предполагается, что это пересечение не пусто.

Если это пересечение никогда не пусто, то теория называется сильно выпуклой.

Определение 10. Если теория сильно выпуклая, то пересечение всех ее моделей содержится в некоторой ее модели. Эта модель называется ядерной моделью этой теории.

Понятно, что ядерная модель является алгебраически простой моделью.

Определение 11. Модель сигнатуры данной теории (в дальнейшем структура) называется ядерной, если она изоморфна единственной подструктуре каждой модели данной теории.

Определение 12. Модель сигнатуры данной теории (в дальнейшем структура) называется минимальной, если она — модель данной теории и не имеет собственной подструктуры, которая является моделью данной теории.

Понятно, что ядерная модель теории минимальна в этом смысле.

Пусть L — язык первого порядка. At есть множество атомарных формул данного языка. $B^+(At)$ — замкнутое множество относительно позитивных булевых комбинаций (конъюнкция и дизъюнкция) всех атомарных формул, их подформул и замены переменных. $Q(B^+(At))$ есть множество формул в пренексном нормальном виде, полученное с помощью применения кванторов ($\exists$и $\exists$) к $B^+(At)$. Назовем формулу позитивной, если она принадлежит множеству $Q(B^+(At))$. Теория называется позитивно аксиоматизируемой, если ее аксиомы позитивны. $B(L^+)$ — это произвольная булева комбинация формул из L^+. Определим Δ-морфизмы между структурами.

Пусть M и N — структуры языка, $\Delta \subseteq B(L^+)$. Отображение $h: M \to N$ называется Δ-гомоморфизмом (символически $h: M \xrightarrow[\Delta]{} N$), если для любого $\varphi(\overline{x}) \in \Delta$, $\forall \overline{a} \in M$ из того, что $M \models \varphi(\overline{a})$, следует, что $N \models \varphi(h(\overline{a}))$.

Модель M называется началом в *N*, и мы говорим, что *M* продолжается в *N*, при этом $h(M)$ называется продолжением *M*. Если отображение *h* инъективно, то говорят, что отображение *h* погружает *M* в *N* (символически $h: M \xrightarrow[\Delta]{} N$). В дальнейшем мы будем использовать термин Δ-продолжение и Δ-погружение. В рамках этого определения (Δ-гомоморфизма) легко заметить, что изоморфное вложение и элементарное вложение являются Δ-погружениями, когда $\Delta = B(At)$ и $\Delta = L$ соответственно.

Определение 13. Если *C* — класс *L*-структур, то мы говорим, что элемент *M* из C Δ-позитивно экзистенциально замкнут в C, если каждый Δ-гомоморфизм из M в любой элемент из C является Δ-погружением. Класс всех Δ-позитивно экзистенциально-замкнутых моделей обозначим через $(E_C^\Delta)^+$, если $C = ModT$ для некоторой теории *T*, то под E_T, $(E_C^\Delta)^+$ мы понимаем соответственно класс экзистенциально-замкнутых и Δ-позитивно экзистенциально-замкнутых моделей данной теории.

Определение 14. Говорим, что теория *T* допускает $\Delta - JEP$, если для любых двух $A, B \in ModT$ существуют $C \in ModT$ и Δ-гомоморфизмы $h_1: A \xrightarrow[\Delta]{} C$, $h_2: B \xrightarrow[\Delta]{} C$.

Определение 15. Говорим, что теория T допускает $\Delta - AP$, если для любых $A, B, C \in ModT$ таких, что $h_1: A \xrightarrow[\Delta]{} C$, $g_1: A \xrightarrow[\Delta]{} B$, где $h_1, g_1 - \Delta$-гомоморфизмы, существуют $D \in ModT$ и $h_2: C \xrightarrow[\Delta]{} D$, $g_2: B \xrightarrow[\Delta]{} D$, где $h_2, g_2 - \Delta$-гомоморфизмы, такие что $h_2 \cdot h_1 = g_2 \cdot g_1$.

Определение 16. Теория T называется Δ-позитивной йонсоновской ($\Delta - PJ$) теорией, если она удовлетворяет следующим условиям:

1) T имеет бесконечную модель;
2) T позитивно $\forall\exists$-аксиоматизируема;
3) *T* допускает $\Delta - JEP$;
4) T допускает $\Delta - AP$.

Определение 17. $\Delta - PJ$-теория называется Δ-позитивной робинсоновской ($\Delta - PR$), если она универсально-аксиоматизируема.

Пусть $0 \le n \le \omega$. Пусть Π_n^+ — множество всех формул языка L^+ вида $\forall\exists\ \varphi$ (т.е. формулы из L^+ с *n* переменами кванторов, начинающихся с $\forall$). Пусть $\Delta \subseteq \Pi_n^+ \subseteq L^+$.

Пусть C — семантическая модель теории T, $A \subseteq C$. Пусть $\sigma_r(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, где $\Gamma = \{g\} \cup \{c\} \cup \{P\}$. Рассмотрим следующую теорию:

$$T_\Gamma^{PgM}(A) = Th_\forall + (C,a)_{a\in A} \cup \{g(a) = a \mid a \in A\} \cup g(c) \cup T_g \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\},$$

где T_g выражает тот факт, что для любой модели $(M, g^M) \models T_g$ имеет место:

1) g^M — автоморфизм M;

2) $\{m \in M \mid g^M(m) = m\}$ есть универсум некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели M для любой модели M сигнатуры σ.

Для предиката P записываем выражение $\{"P \subseteq"\}$, что по своей сути есть бесконечное множество предложений, которое говорит, что интерпретация символа P есть позитивно экзистенциально-замкнутая подмодель в сигнатуре σ. В силу неполноты мы не записываем точную связь между элементами $\Gamma = \{g\} \cup \{c\} \cup \{P\}$, но предполагается их согласованность в рамках теории $T_\Gamma^{PgM}(A)$. Эта теория необязательно полная. Рассмотрим все пополнения центра T^* теории T в новой сигнатуре σ_Γ, где $\Gamma = \{c\}$. В силу Δ-ности теории T^* существует её центр, и мы обозначим его как T^C.

Предположение о некоторой полноте рассматриваемой теории необходимо в связи со следующим фактом.

Лемма 1. В случае позитивной робинсоновской теории из позитивной экзистенциальной полноты следует $\Delta - JEP$, обратное неверно.

Теорема 4. Пусть теория $T - \Delta - PR$-совершенная, почти замкнутая йонсоновская сильно выпуклая теория, и она полна для позитивных $\forall\exists$-предложений, A — некоторая счетная модель из E_T.

Тогда следующие условия эквивалентны:

1) A (Δ, Δ)-атомная;

2) $A \in E_T$ и $\Delta - nice$.

Дадим следующие необходимые определения.

В данной статье рассматриваются теоретико-модельные свойства нового класса теорий, а именно Δ-йонсоновских теорий счетного языка первого порядка. Это теории, которые получаются из Δ-позитивных йонсоновских теорий заменой в определении Δ-позитивных йонсоновских теорий морфизмов (Δ-продолжений) на морфизмы (Δ-погружения). При этом получен ряд результатов, устанавливающих связь между свойствами Δ-йонсоновской теории, центрального пополнения данной теории и свойствами решетки классов эквивалентности экзистенциальных формул относительно этой теории. В терминах решетки формул найдены необходимые и достаточные условия элиминации кванторов центрального пополнения Δ-йонсоновской теории, позитивной модельной полноты центрального пополнения Δ-йонсоновской теории, совершенности Δ-йонсоновской теории, йонсоновости центрального пополнения Δ-йонсоновской теории.

Формула $\varphi(\bar{x})$ называется Δ^+-формулой относительно теории T, если существуют позитивно-экзистенциальные формулы $\psi_1(\bar{x})$ и $\psi_2(\bar{x})$, такие что $T \models (\varphi \leftrightarrow \psi_1)$ и $T \models (\neg\varphi \leftrightarrow \psi_2)$.

Мы будем говорить, что теория T допускает R_1^+, если для любой позитивно экзистенциальной формулы $\varphi(\bar{x})$, совместной с T, существует формула $\psi(\bar{x}) \in \Delta^+$, совместная с T, такая что $T \models (\varphi \leftrightarrow \psi)$.

Счетная модель теории T называется счетно-алгебраически универсальной моделью, если в неё Δ-погружаются все счетные модели данной теории.

Модель A является Δ-алгебраически простой моделью теории T, если A является моделью теории T и A может быть Δ-погружена в каждую модель теории T.

Определение 18. 1) A называется $\Sigma - nice - h$-алгебраически простой моделью теории T, если A — счетная модель T и для каждой модели B теории T, каждого $n \in \omega$ и для всех $a_0, \ldots, a_{n-1} \in A$, $b_0, \ldots, b_{n-1} \in B$, если $(A, a_0, \ldots, a_{n-1}) \Rightarrow_\exists (B, b_0, \ldots, b_{n-1})$, (где $\Rightarrow_\exists$ есть символ для обозначения погружения моделей относительно формул вида $\exists$), то для каждого $a_n \in A$ существует некоторый $b_n \in B$ такой, что $(A, a_0, \ldots, a_n) \Rightarrow_\exists (B, b_0, \ldots, b_n)$.

2) A называется $\Sigma^* - nice - h$-алгебраически простой моделью теории T, если A — счетная модель T и для каждой модели B теории T, каждого $n \in \omega$ и для всех $a_0, \ldots, a_{n-1} \in A$, $b_0, \ldots, b_{n-1} \in B$, если

$(A,a_0,...,a_{n-1}) \equiv_\exists (B,b_0,...,b_{n-1})$, то для каждого $a_n \in A$ существует некоторый $b_n \in B$ такой, что $(A,a_0,...,a_n) \equiv_\exists (B,b_0,...,b_n)$.

$\Delta - J$-теория называется универсальной, если её аксиомы позитивно-универсальны.

В рамках указанных выше определений мы имеем следующие результаты.

Теорема 5. Пусть T — $\Delta - J$-теория полная для позитивно экзистенциальных предложений, допускающая R_1. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) T имеет Δ-алгебраически простую модель;

2) T имеет (Σ, Δ^+)-атомную модель;

3) T имеет единственную Δ-алгебраически простую модель.

Пусть T — замкнутая, выпуклая $\Delta - J$-теория, полная для экзистенциальных предложений, и предположим, что T удовлетворяет R_1^+. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. T^* имеет Σ, Δ-атомную модель;

2. T^* имеет Σ, Σ-атомную модель;

3. T^c имеет $\Sigma^* - nice$-алгебраически простую модель.

Далее мы рассмотрим несчетно категоричные $\Delta - J$-теории.

Пусть $A, B \in (E_T)^+$ и $A \subseteq B$. Тогда B называется Δ-алгебраически простым модельным расширением A в $(E_T)^+$, если для любой модели $C \in (E_T)^+$ из того, что A Δ-погружается в C, следует, что B Δ-погружается в C.

Теорема 6. Пусть T — универсальная $\Delta - J$-теория, полная для позитивных экзистенциальных предложений, для которой выполняется R_1^+ и $\Delta = B(At)$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) T^c ω_1-категорична;

2) любая счетная модель из $(E_{T^*})^+$ имеет Δ-алгебраически простое модельное расширение в $(E_{T^*})^+$.

Актуальность данных исследований, прежде всего, связана с тематикой изучения теоретико-модельных свойств йонсоновских алгебр, то есть таких примеров алгебр, которые удовлетворяют условиям Йонсона. И, как правило, таких примеров в алгебре достаточно много. Помимо этого, в последнее время возрос интерес к изучению теоретико-модельных свойств неполных теорий. В связи с этим тематика изучения йонсоновских теорий, как естественного подкласса индуктивных теорий, является очень интересной и актуальной задачей. Интерес и актуальность связаны прежде всего с тем, что техника изучения неполных теорий не так развита, как полных и, соответственно, получение любого результата в данной области можно считать продвижением вперед.

В целом работа по своему характеру и содержанию выражает теоретическую направленность. Фактически в ней отражены вопросы, относящиеся к тематике теории моделей языка первого порядка.

Список литературы

1 *Vaught R.* Denumerable models of complete theories in InfinitisticMethode // Pergamon. — London, 1961. — P. 303–321.

2 Справочная книга по математической логике: В 4-х ч. / Под ред. Дж.Барвайса. — Ч. 1. Теория моделей / Пер. с англ. — М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1982. — С. 126.

3 *Itay Ben-Yaacov*. Positive model theory and compact abstract theories // Journal of Mathematical Logic 3. — 2003. — № 1. — P. 85–118.

4 *Itay Ben-Yaacov*. Compactness and independence in non first order frameworks // Bulletin of Symbolic logic. — Vol. 11 — 2005. — № 1. — P. 28–50.

5 *Ешкеев А.Р.* Йонсоновские теории: Учеб. пособие. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. — 250 с.

6 *Baldwin J.T., Kueker D.W.* Algebraically prime models // Ann. Math. Logic. — 1981, 20. — P. 289–330.

7 *Erulan Mustafin*. Quelques proprietes des theories de Jonsson // The Journal of Symbolic Logic. — Vol. 67. — № 2. — June 2002. — P. 528–536.

8 *Volker Weispfenning*. The model-theoretic significance of complemented existential formulas // The Journal of Symbolic Logic. — Vol. 46. — № 4. — Dec. 1981. — P. 843–849.

А.Р.Ешкеев, Б.Р.Жолмағамбетова

Позитивті йонсон теориясы экзистенциалды-тұйық моделі класындағы алгебралық шығынқы позитивті қарапайым моделі

Мақалада теория және оның моделінің синтаксикалық және семантикалық аспектілері қасиетін сипаттау қарастырылған. Йонсонның шарттарын қанағаттандыратын нақты алгебралық объектілердің теориялық-модельдік қасиеттерін меңгеру барысында негізгі алынған нәтижелер оң әсерін тигізуі тиіс. Бұл теориялардың байыту жұмыстарында алгебралық қарапайымдылық пен модельдер атомдығы теориясының байланысы дәлелденген. Нәтижелер байыту сигнатураларында тұйық позитивті теориялар үшін алынған. Атомдылық және қарапайымдылық түрлерін сипаттау үшін алынған қасиет орталық тип тілінде көрсетілген.

A.R.Eshkeev, B.R.Zholmagambetova

Positive algebraically simple models in the class of existentially closed models of convex positive Jonsson theories

In the article we speak of the syntactic and semantic aspects of describing the properties of the theory considered and its models. The main results obtained are to bring a positive role when studying theoretical-and-model properties of concrete algebraic objects of the theory that satisfy Jonsson hypothesis and are, speaking generally, incomplete. In the work in the allowable enlargements there are proved the analogues of theorems about algebraic simplicity and model atomicity relations in the classes of theories considered. These results have been obtained for the convex closed positive theories in the enlarged signature. The properties obtained for the description of atomicity types and simplicity are formulated in the language of central types.

References

1 Vaught R. *Denumerable models of complete theories in InfinitisticMethode*, Pergamon, London, 1961, p. 303–321.
2 *Handbook of mathematical logic: In 4 parts* / Dzh.Barvaisa. Theory model, Moscow: Nauka, 1982, p. 126.
3 Itay Ben-Yaacov. *Journal of Mathematical Logic 3*, 2003, 1, p. 85–118.
4 Itay Ben-Yaacov. *Bulletin of Symbolic logic*, 11 (2005), 1, p. 28–50.
5 Eshkeev A.R. *Jonsson teory:* Tutorial, Karaganda: Publ. KSU, 2009, 250 p.
6 Baldwin J.T., Kueker D.W. *Ann. Math. Logic*, 1981, 20, p. 289–330.
7 Erulan Mustafin. *Journal of Symbolic Logic*, 67, 2, June 2002, p. 528–536.
8 Volker Weispfenning. *Journal of Symbolic Logic*, 46, 4, Dec. 1981, p. 843–849.