

Таким образом, формирование эстетической культуры, являясь одним из компонентов целостного педагогического процесса, призвано сформировать у школьников стремление и умение строить свою жизнь по законам красоты. Выполнение данного творческого проекта способствует развитию художественного вкуса и поощряет учащихся к эстетической деятельности, которая характеризуется определенными результатами и предполагает, что во время занятий учащиеся претворяют в жизнь доступные им элементы прекрасного.

Литература:

1. Педагогика. Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Сластенина. - М.: Издательский центр "Академия", 2002. - 576 с.

2. Казахский орнамент.[Электронный ресурс]. - <http://bilu.kz/ornament.php>

*Базарбай Ж.*

*МЖАТ факультетінің 3 курс студенті,  
академик Е.А.Бөкетов атындағы ҚарМУ*

*Кервенев Қ.Е.*

*аға оқытушы, ҚарМУ доценті,  
академик Е.А.Бөкетов атындағы ҚарМУ*

*Зулхажав А.*

*PhD, аға оқытушы, академик Е.А.Бөкетов атындағы ҚарМУ*

## **ИРРАЦИОНАЛ ТЕНДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ ЖАЙЫНДА**

Жылдар бойы сабақ жүргізу нәтежесінде оқушының білімі сапасын көтеруге, олардың пәнге деген қызығушылығын артыру барысында жан-жақтылыққа ұмтыламыз және ізденеміз. Алдында отырған оқушының білім деңгейі, білімді меңгеру дағдысы барлығында бірдей болу мүмкін емес жағдайда. Сондықтан, оқушының жан-жақты мүмкіндігін ескере отырып жеңілден ауырына қарай деген принципті ұстанумен жүйелі түрде

қолданылатын білім, білік, дағдыларының тұрақты болуына өз бетімен жұмыс істеу қабілетінің дамуына ықпал етуіміз қажет [1].

Пифагоршылардың «Барлығы да сан, яғни ғылымның негізгі бүтін роционал сандар болады» деген философиялық басты қағидасының қарама-қарсы қайшылығы мен қатесін көп ұзамай математиканың өзі-ақ әшкереледі. Ол өлшемдес емес кесінділердің немесе ирационалдық ұғымның ашылуы еді. Пифогордың тікелей өз шәкірттері тапқан бұл факт сандардың «беделіне» үлкен нұсқан келтірмей қоймайды.

Бұл тұрғыда иррационалдық ұғымының ашылуына тікелей себепші болуы мүмкін деген математикалық үш мәселені көрсете кетейік. Олар: квадратың қабырғасы мен диогналының ортақ өлшемін табу, музыканың математика теориясында кездесетін 1-мен 2-нің геометриялық ортасын октава интервалын қақ бөлу табу. Бұл мәселелердің қай-қайсы болмасын 2-нің квадрат түбірін табуға келтіреді. Мәселен, квадраттың қабырғасын бір өлшем деп алсақ, оның диогналын өлшейтін ешбір бүтін немесе бөлшек сан табылмайды. Қазір біз  $\sqrt{2}$  иррационал сан арқылы өлшейміз. Ал мұны жалпы түрде дәлелдеуге пифагоршылар жұп және тақ сандар туралы ілімге сүйеніп, қарсы жору әдісін қолданады.

Квадраттық диогнал AC-мен оның қабырғасы өлшемдес болсын деп кері жорыйық. Онда  $\frac{AC}{AB} = \frac{m}{n}$ , бұдан  $\frac{AC^2}{AB^2} = \frac{m^2}{n^2}$  қысқармайтын бөлшек шығады, мұнда m, n - тақ сандар.

Пифагор теоремасыбойынша ( $AC^2 = 2(AB)^2$ ) – олай болса  $m^2 = n^2$ ,  $m^2$  және m жұп сан  $m=2p^2$  ендеше,  $n^2, n$  – жұп сан . Бұл мүмкін емес. Олай болса, квадраттың диогналы оның қабырғасымен өлшемдес болмайды.

Біздің заманымызға дейінгі V ғасырдың соңында өмір сүрген математиктер Феодор мен Геэтет  $\sqrt{5}, \dots, \sqrt{17}$  (жалпы  $\sqrt{n}$ , n - квадрат сан емес) сияқты иррационалдықтардың болатынын дәлелдейді. Сонымен, бүтін сандар немесе олардың қатынастары арқылы өрнектеуге келмейтін геометриялық шамалар өте көп екен. Олай болса, «барлығы да сан» деген пифагоршылардың

негізгі тұжырымы түбірімен теріс болып шығады. Бұл тұжырымнан осы шамаларға лайықтап жаңа сандар сайлап алу керек пе әлде басқа мүмкіншілік барма деген сұрақ туады. Бұл дағдарыс математиканың даму барысында кездескен ең бірінші үлкен дағдарыс еді. Логикалық тұрғыдан алғанда мұның шешу жолы қазіргі математикадағы сияқты жаңа сандарды - иррационал сандарды енгізу иррационал сандарды нақты сандарға дейін кеңейті еді. Алайда гректер басқа әдіс табады. Бұл факті ғылымның диалектикалық даму барысында кейде тарихи жолмен логикалық жолмен алшақ кететіннің айқын бір айғағы болып табылады.

Өлшемсіз кесінділердің яғни иррационалдың ашулы математика тарихында үлкен бет бұрыс болды. Осыдан бастап арифметика мен геометрия арасындағы бұрынғыдай қатынас бүтіндей өзгеріп енді, геометрия үстем бола бастайды.

Бұл теңдік математикадан 2000 - жылдан аса уақыт яғни нақты сандар ұғымын қалыптасқанға дейін созылды. Сөйтіп иррационал (бүтін бөлшек) сандар жиынына қарағанда геометриялық кесінділер (шамалар) жиыны анағұрлым бай болып шықты. Гректер сандарды кеңейтудің орнына, оларды тастап математика негізіне геометриялық кесінділерді алды. Қазіргі біздің иррационал сандар орнына - өлшемдер кесінділер қатынасы, ал иррационал сандарының орнына өлшемдем емес кесінділер қатынасы алынған. Былайша айтқанда гректер қазіргі нақты сандар теориясының орнына қатынастар теориясын жасайды.

Бұл теория біздің заманымызға дейінгі IV - ғасырда өмір сүрген ұлы математиктер Тезтет пен Евдокс еңбектерінде негізделеді.

Жоғарыда айтылғандай логистикада гректер бірінші және екінші дәрежелі бір белгісіз бар теңдеулерге келтірілетін есптерді шешу әдістерін көрсетеді. Олар бұл сияқты алгебралық есептеулерді сан арқылы шешіп отырған. Алайда иррационалдың ашулы яғни иррационалдық сандар арқылы кескінділмейтін математикалық объектілердің ол әдістерді таза ғылыми математикада тұрғысынан жарамсыз етіп тастады.

$f(x) = \varphi(x)$  түріндегі теңдік  $x$ -тен тәуелді бір айнымалысы бар теңдеу деп аталады, мұндағы  $f(x)$  және  $\varphi(x)$  -  $x$ -тен тәуелді кейбір функция.

$x=a$  мәнін  $f(x) = \varphi(x)$  теңдеуінің түбірі деп айтамыз, егер  $x$ -тің мәнін  $a$  санымен алмастырғанда  $f(a) = \varphi(a)$  теңдігі орындалатын болады.

Теңдеуді шешу дегеніміз оның барлық мүмкін болатындығын дәлелдеп көрсету. Егер теңдеудің бірнеше  $a_1, a_2, \dots, a_n$  түбірлері болса, онда есептің жауабын  $\{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$  жиынтық түрінде немесе  $x_1=a_1, x_2=a_2, x_3=a_3, \dots, x_n=a_n$  түрінде жазуға болады. Түбірлердің барлық жиынын теңдеудің шешімі деп атаймыз. Егер теңдеудің шешімі болмаса, “теңдеудің түбірі жоқ” немесе “теңдеудің шешімі  $\emptyset$  бос жиын” деп жазамыз.

Мысал. Теңдеудің мүмкін болатын мәндерін облысын табу керек:

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{x-3} = 1$$

Шешуі: Теңдеудің сол жағындағы функция квадрат түбірдің және бөлшектің мағынасы бар болатын барлық  $x$ -тің мәндері үшін анықталған. Осыдан  $x-3 \geq 0, x+3 > 0$  теңсіздіктерін шешеміз. Берілген теңдеудің мүмкін болатын мәндерінің облысы  $[3; +\infty)$  жиыны болатындығы анықтадық. Кейде теңдеудің мүмкін болатын мәндерінің облысы бос жиын болуы мүмкін, ондай жағдайда берілген теңдеудің түбірі болмайды.

Теңдеулерді шешу барысында біз теңдеу құрамына кіретін өрнектерге әртүрлі тепе-тең түрлендірулер жасадық. Мұнда берілген теңдеу басқа бір оған теңбе-тең теңдеумен алмастырылады, берілген теңдеумен алмастырылатын теңдеудің түбірлері бірдей. Мұндай теңдеулерді теңбе-тең теңдеулер деп атаймыз.

$f(x) = \varphi(x)$  (1) теңдеуі  $f_1(x) = \varphi_1(x)$  (2) теңдеуіне теңбе-тең болады, егер 1-ші теңдеудің әрбір түбірі 2-ші теңдеудің түбірі болса, яғни олардың шешімдері сәйкес болса.

Теңдеу шешу барысында түбір жоғалтпау үшін міндетті түрде берілген теңдеуге теңбе-тең немесе теңдеудің салдарына көшу керек.

Бұл тақырыпта мынадай түсініктер енгізілген: теңбе-тең теңдеулер, теңдеудің салдары, бөгде түбір және теңдеулердің теңбе-теңдігі туралы теоремалар. Оқушылар, теңдеулер шешу барысында қателер жібермеу үшін міндетті түрде оқыту керек, сондықтанда оқушылар мұндағы берілген теоремалармен ұғымдардың мағынасын толығымен меңгеруі тиіс. Оқулықта берілген материалды талдай келе, өтілген тақырыпқа қатысты алты түрлі жаттығу ұсынылған. Олардың үшеуі-теңдеулердің теңбе-тең туралы теоремаларды танып білуге, бір жаттығу ұғым көлеміне енетін объектілерді танып білуге және салдарға арналған жаттығу.

Тең шамалы теңдеулердің жазылуы:  
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f_1(x) = g_1(x)$ , ал егер (2) теңдеу (1) теңдеудің салдары болса, онда оның жазылуы

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f_1(x) = g_1(x) \text{ немесе } (1) \Rightarrow (2).$$

Теңдеу шешуге байланысты тағы бір ұғым қарастырайық. (1) теңдеу

$$f_1(x) = g_1(x), \dots, f_n(x) = g_n(x), \quad (3)$$

(3) теңдеулер жиынтығына тең шамалы болады, егер келесі шарттар орындалса:

1) (1) теңдеудің әрбір түбірі (3) теңдеудің ең болмағанда біреуінің түбірі болады;

2) (3) теңдеулердің кез келгенінің түбірі (1) теңдеудің түбірі болады.

Егер аталған шарттар орындалса, онда (1) теңдеудің түбірлерінің жиыны (3) теңдеулердің түбірлер жиынының бірігуі болады.

Егер теңдеу

$$f(x)\varphi(x) = 0, \quad (4)$$

түрінде жазылса, онда бұл теңдеудің әрбір шешуі

$$f(x) = 0, \varphi(x) = 0. \quad (5)$$

теңдеулерінің ең болмағанда біреуінің шешімі болады. Алайда (5) теңдеулердің әрқайсысының кез келген түбірі (4) теңдеудің түбірі болады деп айтуға болмайды.

Мәселен, егер  $f(x) = x\sqrt{2-x}$ ,  $\varphi(x) = x^2 - 3x$ , онда  $x = 3$  – мәні  $\varphi(x) = 0$  теңдеуінің түбірі, бірақ 3 саны (4) теңдеудің түбірі болмайды, себебі  $f(x)$  функциясы  $x = 3$  мінінде анықталмаған.

Сонымен, жалпы жағдайда, (4) теңдеу (5) теңдеулер жиынтығына теңшамалы деп айтуға болмайды. (4) теңдеуді шешу үшін,  $f(x) = 0$  және  $\varphi(x) = 0$  теңдеулерінің шешімін табу жеткілікті, содан кейін олардан (4) теңдеудің ММЖ кірмейтіндерін алып тастау керек, яғни  $f(x)$  және  $\varphi(x)$  функциялары анықталған аралыққа жатпайды. (4) теңдеуі ММЖ (5) теңдеулер жиынтығына тең шамалы. Келесі тұжырым жалпы жағдай үшін дұрыс: егер  $f(x)$  функциясы барлық  $x$  үшін анықталып  $f(x) = 0$  болса және барлық  $x$  үшін анықталған  $\varphi(x)$  функциясы үшін  $\varphi(x) = 0$  болса, онда (4) теңдеу (5) теңдеулер жиынтығы тең шамалы болады. [2]

Иррационал теңдеулер деп айнымалысы түбір таңбасының астында тұратын теңдеулерді айтамыз. Мектеп математика курсына иррационал теңдеулердің мына түрлері қарастырылады:

$$1) \sqrt{f(x)} = \varphi \Leftrightarrow \varphi > 0, f(x) = \varphi^2$$

$$2) \sqrt{f(x)} = \varphi(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(x) \geq 0 \\ f(x) = \varphi^2(x) \end{cases}$$

$$3) \sqrt{f(x)} = \sqrt{\varphi(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \varphi(x) \\ f(x) \geq 0, \varphi(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$4) \sqrt[3]{f(x)} = \varphi(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \varphi^3(x) \\ \varphi(x) \geq 0 \end{cases}$$

Иррационал теңдеулерді шешу әдістері.

1) Теңдеудің екі бөлігін квадрат ( $n$ -ші) дәрежеге көтеру, түрлендіре отырып, теңдеудің шешімін табу, табалған түбірлерін ішінде берілген теңдеуге қойып тексеру. Содан соң барлық “бөгде” түбір ұғымы енгізіледі.

2) Берілген теңдеулерді мәнделес ауыстыруды қолдану айнымалыны шығару, яғни мәнделес жүйелерге көшу.

Кейбір иррационал теңдеулерді шешкенде жана айнымалылар енгізу әдісін де қолдануға болады.

Мысал 1:  $\sqrt{3+x} = 3-x$  теңдеуін шешейік.

Шешуі: 
$$\begin{cases} 3+x = (3-x)^2 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$$
 Түбірлері  $x_1=1$  және  $x_2=6$ ,

мұндағы  $x_2=6$ -бөгде түбір.

Жауабы:  $\{1\}$ .

Мысал 2:  $\sqrt[4]{x^2 - 2x + 3} = a$  теңдеуін шешейік.

Шешуі: Бұл  $a$  параметрі бар иррационал теңдеу. Егер  $a < 0$  болса, онда ешқандай  $x$  үшін  $\sqrt[4]{x^2 - 2x + 3} = a$  теңдігіміз оранды болуы мүмкін емес. Егер  $a \geq 0$  болса, онда берілген теңдеу\_мына теңдеуге теңбе-тең:  $x^2 - 2x + 3 = a^4$ .

Бұдан  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{a^4 - 2}$ ., егер теріс емес  $a$  параметрі  $a^4 \geq 2$  немесе  $a \geq \sqrt[4]{2}$  теңсіздігін қанағаттандырса, онда теңдеудің нақты түбірлері бар болады.

Жауабы:  $a < \sqrt[4]{2}$  болғанда, теңдеудің нақты түбірлері жоқ,  $a > \sqrt[4]{2}$  болғанда теңдеудің  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{a^4 - 2}$  нақты түбірлері бар,  $a = \sqrt[4]{2}$  болғанда, теңдеудің  $x = 1$  нақты түбірі болады.

Мысал 3. Теңдеуді шеш  $\sqrt{5-4x} = 2x+5$ .

Шешімі. Бұл теңдеудің екі бөлігін де квадраттаймыз алатынымыз

$$(\sqrt{5-4x})^2 = (2x+5)^2$$

$$5-4x = 4x^2 + 20x + 25 \Leftrightarrow 4x^2 + 24x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 5 = 0, \text{ осыдан шығатыны } x = -5 \text{ немесе } x = -1.$$

Тексеру.  $x = -5$ :

$\sqrt{5-4 \cdot (-5)} = 2 \cdot (-5) + 5 \Leftrightarrow \sqrt{25} = -5$ . Бұл дұрыс емес

сандық теңдік, яғни  $-5$  саны берілген теңдеудің шешімі болмайды.

$x = -1$ : Бұл дұрыс сандық теңдік, яғни  $-1$  саны берілген теңдеудің шешімі болады. Жауап.  $x = -1$ .

Мысал 4. Теңдеуді шеш  $\sqrt{3x^2 - x - 2} = x - 1$ .

Шешімі. Квадраттаған соң алатын теңдеуіміз  $3x^2 - x - 2 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$ , осындан

алатынымыз  $x = 1$  немесе  $x = -\frac{3}{2}$ .

Тексеру.  $x = 1$ :  $\sqrt{3 \cdot 1^2 - 1 - 2} = 1 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{0} = 0$ . Бұл дұрыс сандық теңдік, яғни  $1$  саны берілген теңдеудің шешімі болады

$x = -\frac{3}{2}$ :  $\sqrt{3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right) - 2} = -\frac{3}{2} - 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$ . Бұл дұрыс емес

сандық теңдік, яғни  $-\frac{3}{2}$  саны берілген теңдеудің шешімі болмайды.

Жауап.  $x = 1$ .

Сондай-ақ, келесі әдістерді де айта кету керек: эквивалентті теңдеулер мен теңсіздіктер жүйесіне әкелу; радикалды бөлектеу; Жаңа айнымалы енгізу; рационал теңдеулердің эквивалентті жүйесіне әкелу, теңдеудің екі бөлігін функцияға көбейту; құрамына енетін функцияның қасиетін қолданып иррационал теңдеулерді шешу, мүмкін мәндер жиынын(ММЖ) қолдану; функция графиктерін қолдану; иррационал теңдеулерді шығару барысындағы тепе-тең түрлендірулер.

Иррационал теңдеулер мен оларды шешу әдістерін оқытуда жаңа технологияны қолдану арқылы оқытуда оқушылардың білім деңгейі көтеріледі, оқытушы мен оқушы арасында байланыс күшейеді, оқытушыға оқушылардың ойлау қызметін басқаруға мүмкіндік туады, оқытушының оқушылардың назары мен белсенділігін қолдауы азаяды, оқытушының сабаққа дайындалу жұмысы жеңілденеді.

*Әдебиеттер:*

1. Бузаубакова К.Ж. Жаңа педагогикалық технология. Тараз: ТарМу, 2003.

2. Моденов В. П. Решение иррациональных уравнений// Математика в школе – 1970. – №6. – С. 32-35.

*Прокопенко Л.Г.  
КГУ СОШ № 59 г.Караганды*

## **ВТОРИЧНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ЛАМП**

При работе люминесцентной лампы между двумя электродами, находящимися в противоположных концах лампы, возникает ртутное облако, которое позволяет произойти электрическому разряду. Так как лампа заполнена инертным газом и парами ртути, проходящий электрический ток приводит к появлению направленного движения заряженных частиц через поры ртути, вызывая ультрафиолетовое излучение. Это излучение невидимое для человеческого глаза, поэтому его преобразуют в видимый свет с помощью явления люминесценции. Внутренние стенки лампы покрыты специальным веществом — люминофором, которое поглощает УФ излучение и излучает видимый свет. Изменяя состав люминофора, можно менять оттенок свечения лампы. В качестве люминофора используют в основном гало фосфаты кальция и ортофосфаты кальция-цинка.

Дуговой разряд поддерживается за счёт термоэлектронной эмиссии заряженных частиц (электронов) с поверхности катода. Для запуска лампы катоды разогреваются либо пропуском через них тока (лампы типа ДРЛ, ЛД), либо ионной бомбардировкой в тлеющем разряде высокого напряжения, что мы и использовали в нашей схеме («лампы с холодным катодом»). Ток разряда в данном случае ограничивается резистором.

### **Причины выхода из строя люминесцентных ламп**

Электроды люминесцентной лампы представляют собой вольфрамовые нити, покрытые пастой (активной массой) из щелочноземельных металлов. Эта паста и обеспечивает стабильный