

Нами установлены априорные оценки, изучена поведение свободной границы, доказана разрешимость и проведены некоторые качественные исследования.

Список использованной литературы

1. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С, 'Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме', Бюлл. МГУ, секция А 1,6., 1937.
2. V. Pao, Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations, Plenum Press, New York, 1992.
3. Y. Du and Z. Lin, Spreading-vanishing dichotomy in a diffusive logistic model with a free boundary, SIAM J. Math. Anal., 42(2010), 377-405.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЕННИ-ЛЮК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

Рахмонов Ф. Д.

Национальный университет Узбекистана (НУУ), Узбекско-Израильский совместный факультет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: farxod_frd@bk.ru

Представляют большой интерес с точки зрения приложений уравнения типа Бенни-Люка [1-3].

В прямоугольной области рассматривается уравнение в частных производных типа Бенни-Люк четного высокого порядка со смешанными условиями. Изучаются вопросы однозначной разрешимости данной задачи. Решение изучается в классе регулярных функций. Используются метод рядов Фурье разделения переменных. При доказательстве существования и единственности коэффициента Фурье от неизвестной функции применяется метод последовательных приближений в сочетании его с методом сжимающего отображения.

Ключевые слова: Уравнение типа Бенни-Люк, интегро-дифференциальное уравнение, вырожденное ядро, существования и единственности решения.

Постановка задачи

Исследуется классическая разрешимость смешанной задачи для интегро-дифференциального уравнения типа Бенни-Люк высокого четного порядка. В прямоугольной области $\Omega = \{(t, x) | 0 < t < T, 0 < x < l\}$ рассматривается уравнение

$$D_{t,x}^{2+4k} U(t, x) = \nu \int_0^T K(t, s) U(s, x) ds + \alpha(t) \beta(x), \quad (1)$$

где

$$D_{t,x}^{2+4k} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[(-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}} + \frac{\partial^{4k}}{\partial x^{4k}} \right] + (-1)^{k+1} \omega(t) \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}},$$

T и l заданные положительные действительные числа, k заданное фиксированное положительное целое число, $\omega(t)$ – положительный функциональный параметр, $\alpha(t) \in C(\Omega_T)$ – заданная непрерывная функция, $\Omega_T \equiv [0; T]$, $\Omega_l \equiv [0; l]$, $\beta(x) \in C(\Omega_l)$ –

заданная функция, ν – действительный ненулевой параметр, $0 \neq K(t, s) = \sum_{i=1}^p a_i(t) b_i(s)$,

$a_i(t), b_i(s) \in C[0; T]$. Здесь предполагается, что система функций $a_i(t)$, $i = \overline{1, p}$ и система функций $b_i(s)$, $i = \overline{1, p}$ являются линейно независимыми.

Постановка задачи. Найдем функцию $U(t, x)$, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению (1), следующим условиям

$$U(T, x) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

$$U_i(T, x) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

$$u(t, 0) = u(t, l) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, l) = \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x^{4k-2}} u(t, 0) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x^{4k-2}} u(t, l) = 0, \quad (4)$$

$$U(t, x) \in C(\bar{\Omega}) \cap C_{t,x}^{2,4k}(\Omega) \cap C_{t,x}^{2+2k}(\Omega), \quad (5)$$

где $\varphi_i(x) (i=1, 2)$ – заданные гладкие функции.

Нетривиальные решения краевой задачи (1)-(5) ищутся в виде ряда Фурье

$$U(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \vartheta_n(x),$$

где

$$u_n(t) = \int_0^l U(t, x) \vartheta_n(x) dx, \quad \vartheta_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Предполагаем, что следующие функции тоже разлагаются в ряд Фурье

$$\beta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \vartheta_n(x),$$

$$\text{где } \beta_n = \int_0^l \beta(x) \vartheta_n(x) dx.$$

Список использованной литературы

1. Benney D.J., Luke J.C.: Interactions of permanent waves of finite amplitude. Journal Math. Physics, 43, 1964, pp.309-313.
2. Gordeziani D.G., Avilishbili G.A. Solving the nonlocal problems for one-dimensional medium oscillation, Math. Model., 12 (1), 2000, pp.94-103 (in Russian).
3. Yuldashev T.K. Nonlocal mixed-value problem for a Boussinesq-type integro-differential equation with degenerate kernel. UkrainianMath. J. 68 (8), 2016, pp.1278-1296.

МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО СВОЙСТВ

Рысбайулы Б.¹, Адамов А.А.², Букенов М.²

¹Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Казахстан,

²Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: ¹b.rysbaiuly@mail.ru, ²adam1955@mail.ru

В почве происходит непрерывный перенос водного раствора, связанный с непостоянством условий на ее границе. Этот процесс обычно характеризует несоблюдение условий термодинамического равновесия в почве в вертикальном направлении. Интенсивность перемещения почвенной влаги определяется градиентом влаги, являющимся причиной нарушения равновесия. В гидрофизике почв применяется уравнение влагопроводности, предложенное Childs E.C., Collis – George N. [1].

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \text{div}(D \cdot \text{grad} W).$$

Здесь W – влажность, D – коэффициент диффузий.

Изложенные выше уравнение передвижения влаги базируются на предположении о том, что вода является ньютоновской жидкостью, не обладающей сопротивлением сдвигу. И градиент потенциала влаги является силой, однозначно определяющей величину и направление потока влаги. Существует еще одна группа явлений, не укладывающихся в рамки вышеизложенной теории почвенной влаги. Сущность этих явлений, изучал Hallaire V. M. [2]. При этом поток влаги способен идти из зон с меньшей влажностью через более увлажненную почву к более сухой поверхности испарения.