полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A.

Понятно, что модель C' это модель полученная обогащением модели C языка σ до языка $\sigma_\Gamma(A)$.

Хорошо известен вопрос академика А.Д.Тайманова: (*) Какими свойствами должны обладать булевы алгебры B_n, $n \in \omega$ чтобы существовала полная теория T, такая, что B_n была изоморфна $F_n(T)$, $n \in \omega$?

Выше указанный вопрос А.Д.Тайманова (*) в нашем случае можно сформулировать следующим образом:

(**) Какими свойствами должны обладать решетки E_n, $n \in \omega$, чтобы существовала теория $Fr^*(A)$, такая, что E_n была изоморфна $E_n(Fr^*(A))$, $n \in \omega$? Где $Fr^*(A)$ есть центр $Fr(A)$.

Аналогично, мы будем говорить, что вопрос (**) решается положительно для теории $Fr^*(A)$, если существует такая последовательность решеток E_n, $n \in \omega$, что E_n изоморфна $E_n(Fr^*(A))$, $n \in \omega$.

В связи с этим вопросом один из полученных результатов выглядит следующим образом:

Теорема. Пусть T_A^C совершенная, полная для экзистенциальных предложений йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) положительное решение вопроса (**) относительно теории $Fr^*(A)$;

2) положительное решение вопроса (*) относительно #-компаньона теории $Fr\,(A)$, $\# \in \{*, 0, m, f, e\}$, где 0-компаньон есть оболочка Кайзера, $*$ - компаньон есть центр, m-компаньон есть модельный компаньон, f-компаньон есть конечный форсинг компаньон в смысле Робинсона, e-компаньон есть элементарная теория класса всех экзистенциально-замкнутых моделей теории T.

Все неопределенные в этом тезисе определения понятий можно прочитать в [2].

Список использованных источников

1. *Мустафин Т.Г.* О булевых алгебрах теорий // Математика и физические исследования. – Караганда: КарГУ, выпуск 1, 1974. – С. 80-84.

2. *Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т.* Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

РЕШЕТКА ЭКЗИСТЕНЦИАЛЬНЫХ ФОРМУЛ В РАМКАХ ФРАГМЕНТА ЙОНСОНВОСКИХ МНОЖЕСТВ

Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т., Шаматаева Н.К.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru, naz.kz85@mail.ru

Пусть L является счетным языком первого порядка.

Определение 1. Индуктивная теория T называется *экзистенциально-простой*, если:

1. она имеет алгебраически простую модель и класс всех ее алгебраически простых моделей обозначим через AP;

2. класс (E_T) моделей теории T имеет непустое пересечение с классом AP, т.е. $T_{AP} \cap E_T \neq \emptyset$.

Хорошо известно из [1], что если йонсоновская теория T совершенна, то класс её экзистенциально замкнутых моделей E_T элементарен и совпадает с $\mathrm{Mod}\,T^*$, где T^* — её центр. В противном случае, т.е. если теория T несовершенна, мы вместо $\mathrm{Mod}\,T$ работаем с классом E_T, т.е. предполагается ,что все утверждения касаются только экзистенциально замкнутых моделей. Также мы предполагаем в несовершенном случае, что помимо экзистенциальной замкнутости все рассматриваемые модели являются алгебраически простыми.

Будем говорить, что все $\forall\exists$-следствия произвольной теории образуют йонсоновский фрагмент этой теории, если дедуктивное замыкание этих $\forall\exists$ - следствий есть йонсоновская теория. Полученная в этом случае йонсоновская теория будет называться йонсоновским фрагментом (в дальнейшем фрагментом). Соответственно, определяется и фрагмент йонсоновского множества. В обоих случаях мы можем проводить исследование йонсоновских фрагментов относительно связи с первоначальной теорией, что является новой постановкой задачи исследовании йонсоновских теорией.

Пусть X йонсоновкое множество в теории T и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C, рассматриваемой йонсоновской теории T, где dcl(X) = M. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M)=Fr(X)$, $Fr(X)$ – есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества X.

Теорема 1. Пусть T – экзистенциально простая йонсоновская теория, X йонсоновкое множество в теории T. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. $Fr(X)$ - совершенна;
2. $E_n(Fr(X))$ слабо дополняема;
3. $E_n(Fr(X))$ - алгебра Стоуна.

В следующей теореме в терминах решетки формул найдены необходимые и достаточные условия йонсоновости центра йонсоновской теории.

Теорема 2. Пусть T – экзистенциально простая йонсоновская теория, X йонсоновкое множество в теории T. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. $Fr^*(X)$ - йонсоновская теория;
2. каждый $\varphi^T \in E_n(Fr(X))$ имеет бескванторное слабое дополнение.

Список использованных источников

1. *Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т.* Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

СВОЙСТВА КОМПАНЬОНОВ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ТИПОВ ОТНОСИТЕЛЬНО ЙОНСОНОВСКОГО МНОЖЕСТВА

Ешкеев А.Р., Кыдырбайкызы Г., Ракишева Н.К.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru

В данном тезисе мы рассматриваем свойства компаньонов для йонсоновской теории в обогащении йонсоновским множеством.

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ. Пусть C является семантической моделью теории T. Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T. Пусть $\sigma_\Gamma(A)=\sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^{\,C} = T \cup Th_{\forall\exists}(C,a)_{a\in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\}$, где $\{"P \subseteq"\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определимое замыкание множества A. Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории $T_A^{\,C}$ и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории $T_A^{\,C}$. При ограничении теории $T_A^{\,C}$ до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)\setminus\{c\}$ теория $T_A^{\,C}$ становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A.

Теперь мы хотим определить понятие фрагмента йосоновских множеств.

Пусть A йонсоновкое множество в теории T и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C, рассматриваемой йонсоновской теории T, где dcl(A) = M. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M)=Fr(A)$, $Fr(A)$ - есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества A.

Теорема 1. Пусть $T_A^{\,C}$ - йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) $Fr(A)$ совершенна;

2) $T_A^{\,C}$ имеет модельный компаньон.

В работах [1], [2] была установлена связь между полнотой и модельной полнотой йонсоновской теории.

Теорема 2. Пусть $T_A^{\,C}$ - совершенная йонсоновская теория в выше указанном обогащении. Тогда следующие условия эквивалентны: