

крови пациентов с предположительным диагнозом «вирусный гепатит С». Определяли чувствительность и специфичность методов полимеразной цепной реакции (ПЦР) и иммуноферментного анализа (ИФА). Методом ИФА выявляли суммарные антитела.

Первоначальные анализы проводили, используя метод ПЦР. Для этого из всех образцов сыворотки крови выделяли молекулы РНК. С целью получения к ДНК ставили реакции обратной транскрипции с применением фермента ревертазы. После постановки реакции амплификации определяли наличие нуклеиновых кислот на флуоресцентном анализаторе по свечению. В каждом исследовании применяли следующие виды контрольных образцов: отрицательный контрольный образец (ОКО), ВКО, ПКО. Результаты анализа показали, что из 43 образцов плазмы крови, с предполагаемым наличием ВГС, РНК искомого вируса методом ПЦР выявили в 13 образцах крови.

Последующие эксперименты проводили, анализируя сыворотки крови тех же пациентов, используя иммуноферментный анализ. Этот метод позволил выявить суммарные антитела в 30 случаях. Сравнивая результаты, полученные с применением двух методов анализа вируса гепатита С, обнаружили, что положительными в обоих тест-системах оказалось 13.

Определяя преимущества каждого из методов, учитывали выявление с помощью ПЦР непосредственно РНК вируса, а с использованием ИФА — антител, выделяемых в изучаемому вирусу. Известно, что антитела могут вырабатываться в организме человека в течение достаточно длительного времени после его окончательного выздоровления. Зная ряд преимуществ ПЦР, такие как актуальность ответа, проведение анализа в минимальном объеме, универсальность, невозможность инфицирования персонала, а также количество выявленных молекул нуклеиновых кислот вируса гепатита С, можно сделать вывод, что ПЦР является более специфичным методом. Однако нельзя полностью исключить использование метода ИФА, поскольку известны некоторые недостатки метода амплификации фрагментов ДНК.

Таким образом, при диагностике вируса гепатита С необходимо исследование сыворотки крови сначала методом иммуноферментного анализа, а затем для подтверждения — полимеразной цепной реакцией.

#### Литература:

1. Баширова Д.К. Клинико-иммунологические особенности течения хронического вирусного гепатита С при HCV-моноинфекции и HCV+HIV-коинфекции / Д.К.
2. Баширова О.М. Романенко, И.М. Хаертынова, А.П. Цибулькин Мир вирусных гепатитов.// Казанский медицинский журнал. – 2005. – Т. 86. – №2. – С. 142-149
3. Дьякова И.П. Особенности клинической картины и лечения HCV-инфекции. // Национальный институт здоровья США. - 2002. – №7-8. – С. 2-15
4. Кузина Л.Е. Сравнительная оценка результатов определения антител к вирусу гепатита С при использовании различных иммуноферментных тест-систем и подтверждающих тестов.
5. Ведерников В. Е. Количественное определение вируса гепатита С методом ПЦР в реальном времени и его генотипирование с использованием флуорогенных бинарных зондов: автореферат. – Новосибирск, 2011. – 224с.

**Абеуова В.Д.**, Карагандинский государственный университет имени академика Е.А.Букетова, факультет математики и информационных технологий, гр. М-204, студент (Научный руководитель – к.п.н., доцент Шаяхметова Б.К.)

## КРАТКАЯ ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ПЛОСКОЙ ТРИГОНОМЕТРИИ

Слово тригонометрия составилось из двух греческих слов: тригонон — треугольник и метрейн — измерять, и в буквальном переводе означает измерение треугольников.

Именно эта задача — «измерение треугольников» или, как принято теперь говорить, решение треугольников, т. е. определение всех сторон и углов треугольника по трем его известным элементам (стороне и двум углам, двум сторонам и углу или трем сторонам) — с древнейших времен составляла основу практических приложений тригонометрии.

Как и всякая другая наука, тригонометрия выросла из человеческой практики, в процессе решения конкретных практических задач. Первые этапы развития тригонометрии тесно связаны с развитием астрономии, одной из самых древних наук, зарождение которой было вызвано в первую очередь необходимостью составления правильного календаря, имеющего важное значение для земледельческого хозяйства древности. Большое влияние на развитие астрономии и тесно связанной с ней тригонометрии оказали потребности развивающегося мореплавания, для которого требовалось умение правильно определять курс корабля в открытом море по положению небесных светил. Значительную роль в развитии тригонометрии сыграла, несомненно, потребность в составлении точных географических карт и тесно связанная с этим необходимостью правильного определения больших расстояний на земной поверхности.

Основополагающее значение для развития тригонометрии в эпоху ее зарождения имели работы древнегреческого астронома Гиппарха, относящиеся к середине II века до н. э. Следует здесь же оговориться, что тригонометрии как науки в современном смысле этого

слова не было не только у Гиппарха, но и у других ученых древности, так как они еще не имели понятия о функциях углов и даже не ставили в общем виде вопроса о зависимости между углами и сторонами треугольника. Но по существу они, пользуясь известными им средствами элементарной геометрии, решали те задачи, которыми занимается тригонометрия. При этом основным средством получения нужных результатов было умение вычислять длины круговых хорд на основании известных соотношений между сторонами правильных трех-, четырех-, пяти- и десятиугольника и радиусом описанного круга [1, с. 293].

Гиппарх составил первые таблицы хорд, т. е. таблицы, выражающие длину хорды для различных центральных углов в круге постоянного радиуса. Это были, по существу, таблицы двойных синусов половины центрального угла. Впрочем, оригинальные таблицы Гиппарха (как и почти все им написанное) до нас не дошли, и мы можем составить себе о них представление главным образом по сочинению «Великое построение» или (в арабском переводе) «Альмагест» знаменитого александрийского астронома Клавдия Птолемея, жившего в середине II века до н. э.

«Альмагест» содержит таблицу хорд через полградуса от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , которая с нашей современной точки зрения представляет собой таблицу синусов для углов от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  через каждые четверть градуса.

В основе всех тригонометрических вычислений у греков лежала известная еще Гиппарху теорема Птолемея: «Прямоугольник, построенный на диагоналях вписанного в круг четырехугольника, равен сумме прямоугольников, построенных на противолежащих сторонах (то есть произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон). Пользуясь этой теоремой, греки умели (с помощью теоремы Пифагора) по хордам двух углов вычислить хорду суммы (или хорду разности) этих углов или хорду половины данного угла, т. е. умели получать результаты, которые мы получаем теперь по формулам синуса суммы (или разности) двух углов или половины угла.

При составлении этой таблицы Птолемей принимал длину радиуса равной 60 единицам, длину переменной хорды выражал в целых единицах, шестидесятых долях единицы — минутах и шестидесятых долях минуты — секундах (в своих вычислениях древнегреческие астрономы пользовались заимствованной у вавилонян шестидесятеричной системой счисления, в основе которой лежит число 60, подобно тому как в основе нашей — десятичной — системы счисления лежит число 10.) - Первые доли в латинских переводах называли *partes minutae primae* (партэс минутэ примэ) — «первые малые доли», а вторые

называли *partes minutae secundae* (партэс минутэ секундэ) — «вторые малые доли». Отсюда и произошли наши названия минуты и секунды [1, с. 294].

Внутренние противоречия рабовладельческой системы хозяйства, на которой покоилась экономика античных государств, завоевание Греции Римом и ряд других причин постепенно привели к упадку эллинистической культуры. После Птолемея в области тригонометрии (как, впрочем, и в других областях науки) александрийскими учеными не было сделано ничего существенного, и новые шаги в этом направлении связаны с развитием математической культуры народов Индии, Средней Азии и Европы.

Важный шаг вперед в период с V по XII век был сделан индусами, которые в отличие от греков стали рассматривать и употреблять в вычислениях уже не целую хорду  $MM'$  (рис. 1) соответствующего центрального угла, а только ее половину  $MP$  т. е. то, что мы теперь называем линией синуса,  $\alpha$  — половины центрального угла (Наличие на рис. 1 двух взаимно перпендикулярных диаметров отражает тот факт, что индусы рассматривали и квадранты круга).

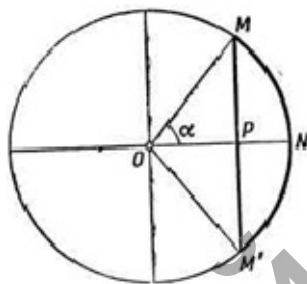


Рис. 1 – Тригонометрический круг

Полную хорду ( $MM'$ ) индусы называли словом «джива», которое в обычном обиходе обозначало тетиву охотничьего лука. Такая терминология представляется вполне естественной, если учесть явное сходство с охотничьим луком фигуры, составленной из дуги ( $MNM'$ ) окружности и стягивающей ее хорды ( $MM'$ ). Позднее, при переводах индийских сочинений на арабский язык и с арабского на латинский язык, подлинный смысл этого термина был искажен, и в конце концов в науке укрепился латинский термин *sinus* (означающий в буквальном переводе «углубление, излучина»).

Индусы составили таблицу «синусов» для всех углов от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  через каждые  $3^\circ 45'$ . Эта индийская таблица синусов существенно отличалась от нашей в том отношении, что в ней синусы могли иметь значения, большие единицы. Дело в том, что, хотя индусы, так же, как и греки, делили окружность на 360 частей (градусов) и каждую из этих частей на 60 минут, они в отличие от греков, измеряли длину радиуса и хорды в частях окружности. При этом индусы пользовались соотношением  $2\pi r = 360 \cdot 60$ , принимая  $\pi = 3,1416$  (Стоит заметить, что, пользуясь здесь алгебраическими формулами, мы значительно модернизируем соответствующие рассуждения индусских математиков, не располагавших современной алгебраической символикой). Таким образом, получалось для радиуса  $r$  и, следовательно, для синуса  $90^\circ$  значение 3438 (минут) [1, с. 296].

Наряду с синусом индусы ввели в тригонометрию косинус, точнее говоря, стали употреблять в своих вычислениях линию косинуса (самый термин косинус появился значительно позднее (в работах европейских ученых впервые в конце XVI в.) из так называемого «синуса дополнения», т. е. синуса угла, дополняющего данный угол до  $90^\circ$ . «Синус дополнения» или (по латыни) *sinus complementi* стали сокращенно записывать как *sinus co* или *co-sinus*. Затем аналогичная терминология была установлена для других кофункций угла: котангенса и косеканса). Им были известны также соотношения  $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$  и  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = r^2$ , а также формулы для синуса суммы и разности двух углов.

О высокой степени точности тригонометрических вычислений, достигнутой индийскими математиками к XII веку, можно составить представление, например, по тому

факту, что индийский математик Бхаскара (XII в.) дает для синуса и косинуса  $3^\circ 45'$  значения  $\sin 3^\circ 45' = \frac{100}{1529}$  и  $\cos 3^\circ 45' = \frac{466}{467}$ , отличающихся от истинных менее чем на 0,00000001 радиуса.

Следующий этап в развитии тригонометрии связан с расцветом культуры стран Средней Азии, Ближнего Востока, Северо-Африканского побережья, Сицилии и Пиренейского полуострова, которые в VII—VIII веках н. э. были завоеваны арабами и более 500 лет находились под господством политической власти арабских феодалов. Арабский язык, бывший государственным языком арабского халифата (так называлось это объединение различных стран и народов под властью арабов) сделался постепенно и языком науки: ученые различных стран, входящих в арабский халифат, писали свои научные работы главным образом на арабском языке, подобно тому как европейские ученые в эпоху средневековья и даже позднее (вплоть до XIX в.) пользовались в научном обиходе латинским языком.

Ведущая роль в развитии математической науки в странах арабского халифата на протяжении пяти столетий с IX по XV век принадлежала народам Средней Азии и Закавказья — хорезмийцам, таджикам, узбекам, азербайджанцам и др. [2, с. 209].

Развиваясь в тесной связи с астрономией и географией, среднеазиатская математика имела ярко выраженный «вычислительный характер» и была направлена на разрешение прикладных задач измерительной геометрии и тригонометрии, причем тригонометрия сформировалась в особую математическую дисциплину в значительной мере именно в трудах среднеазиатских ученых. Из числа сделанных ими важнейших успехов следует в первую очередь отметить введение всех шести тригонометрических линий: синуса, косинуса, тангенса, котангенса, секанса и косеканса, из которых лишь первые две были известны грекам и индусам.

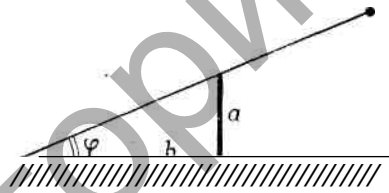


Рис. 2 – Определение высоты Солнца по тени шеста

Решая задачу об определении высоты  $\varphi$  Солнца  $S$  по тени  $b$  вертикально стоящего шеста,  $a$  (рис. 2), сирийский астроном ал-Баттани (X в.) пришел к выводу, что острый угол  $\varphi$  в прямоугольном треугольнике определяется отношением одного катета к другому, и вычислил небольшую таблицу котангенсов через  $1^\circ$ . Точнее говоря, он вычислил длину тени

$$b = a \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = a \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

шеста определенной длины ( $a = 12$ ) для  $\varphi = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots$  и т. д. Абу-ль-Вафа из Хоросана (являющегося теперь провинцией Ирана), живший в X веке (940—998), составил аналогичную «таблицу тангенсов», т. е. вычислил длину тени

$$b = a \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = a \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

отбрасываемой горизонтальным шестом определенной длины ( $a = 60$ ) на вертикальную стену (рис. 3).

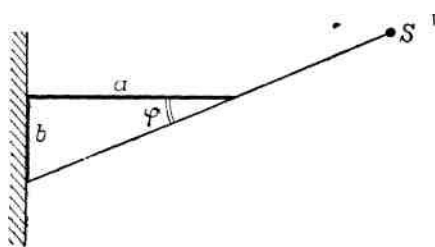


Рис. 3 – Тень шеста на вертикальную стену

Следует отметить, что самые термины «тангенс» (в буквальном переводе — «касающийся») и «котангенс» произошли из латинского языка и появились в Европе значительно позднее (XVI—XVII вв.). Среднеазиатские же ученые называли соответствующие линии «теньями»: котангенс — «первой тенью», тангенс — «второй тенью».

Абу-ль-Вафа дал совершенно точное геометрическое определение линии тангенса в тригонометрическом круге и присоединил к линиям тангенса и котангенса линии секанса и косеканса. Он же выразил (словесно) алгебраические зависимости между всеми тригонометрическими функциями и, в частности, для случая, когда радиус круга равен единице. Этот чрезвычайно важный случай был рассмотрен европейскими учеными на 300 лет позднее. Наконец, Абу-ль-Вафа составил таблицу синусов через каждые 10' [2, с. 213].

Серьезные результаты в области практических приложений тригонометрии были получены знаменитым узбекским астрономом XV века Улугбеком (1394—1449), который имел в Самарканде крупнейшую в мире и прекрасно оборудованную обсерваторию с большим штатом научных работников.

Помимо специальных астрономических таблиц, Улугбек составил весьма обширные и очень точные таблицы синусов и тангенсов (по шестидесятеричной системе счисления).

Улугбек называл тангенс «первой тенью дуги», а котангенс — «второй тенью».

Заметив, что «вычисление синусов и теней основано на синусе в один градус», Улугбек дал весьма своеобразный (сводящийся к решению кубического уравнения вида  $x^3 + ax + b = 0$ ). Этот метод изложен сотрудником обсерватории Улугбека Гияс-ад-дином Джемшидом в работе «Трактат о хордах и синусах») и чрезвычайно точный способ определения  $\sin 1^\circ$ . Сравнение числовых значений синусов, данных в таблице Улугбека (в переводе их с шестидесятеричной системы на десятичную), с современными таблицами обнаруживает расхождение только в 9-м десятичном знаке!

Кроме того, Улугбеком были составлены таблицы синусов и тангенсов от  $0^\circ$  до  $45^\circ$  через  $1^\circ$  и от  $45^\circ$  до  $90^\circ$  через  $5'$  и таблицы котангенсов через один градус [3, с. 138].

Вершиной успехов среднеазиатских ученых были результаты, полученные ими в области так называемой сферической тригонометрии, в которой рассматриваются «треугольники», составляемые на поверхности шара дугами больших кругов. Так как исторический обзор сферической тригонометрии выходит за рамки настоящего очерка, мы отметим только, что большие заслуги здесь, так же, как и в области плоской тригонометрии, имеет азербайджанский астроном и математик XIII века Нассирэддин, происходивший из города Туей в Хоросане, бывшего тогда значительным центром таджикской культуры. Надо подчеркнуть, что многие идеи, разработанные среднеазиатскими математиками, вошли в европейскую науку на несколько сот лет позднее.

В трудах среднеазиатских ученых тригонометрия превратилась из науки, обслуживающей астрономию, в особую математическую дисциплину, представляющую самостоятельный научный интерес.

После шестисотлетнего научного зстоя, охватывающего период раннего средневековья (V — XII вв.) и характеризующегося безраздельным господством бесплодной религиозной схоластики, в Европе начинается постепенное оживление наук и искусств, связанное с возникновением городской культуры и развитием товарно-денежных отношений

внутри феодальной системы хозяйства. Во время торговых путешествий и крестовых походов европейцы познакомились не только с достижениями восточной культуры, но и с культурными сокровищами давно забытого античного мира (главным образом древней Греции). Все это дало сильный толчок для самостоятельного творчества европейских ученых, причем первые их достижения относятся именно к области тригонометрии.

Английский ученый XIV века Брадвардин (1290—1349) первый в Европе ввел в тригонометрические вычисления котангенс под названием «прямой тени» (*umbra recta*) и тангенс под названием «обратной тени» (*umbra versa*).

Немецкий ученый XV века Иоганн Мюллер, известный в науке под латинизированным именем Региомонтануса, являвшийся большим знатоком древних греческих и восточных авторов, написал систематический трактат в 5 книгах по тригонометрии под названием «О треугольниках всех видов». В этом сочинении тригонометрия излагалась как самостоятельная математическая наука, не зависящая от астрономии.

Региомонтан (1436—1476) независимо от арабов (опередивших его на 400 лет) ввел в европейскую тригонометрию функцию тангенс, составил таблицу синусов через каждую минуту и таблицу тангенсов через каждый градус. При этом замечательно то, что он полагал при этом радиус круга равным 10 000 000 или 10 000, т. е. выразил значения тригонометрических функций в десятичных дробях, перейдя фактически от шестидесятеричной системы счисления к десятичной.

Французский математик-алгебраист XVI века Франсуа Виет (1540—1603) получил формулы, выражающие  $\sin ma$  и  $\cos ma$  через  $\sin a$  и  $\cos a$ , и использовал тригонометрию для решения кубического уравнения в наиболее сложном (так называемом «неприводимом») случае, когда уравнение заведомо имеет три различных вещественных корня, но эти корни не могут выражаться через коэффициенты уравнения при помощи радикалов с действительными подкоренными выражениями.

Дальнейшие успехи в области тригонометрии связаны с именами многих европейских ученых—Коперника (1473—1543), Тихо Браге (1546—1601), Томаса Финка (1561—1656), Муавра (1667—1754), Валлиса (1616—1703) и других. Не имея возможности останавливаться здесь на результатах, полученных отдельными учеными, отметим, что с течением времени значительное внимание начинает уделяться созданию удобной символики для обозначения тригонометрических функций. Так, например, петербургский академик Ф. Х. Майер (1697—1729) в трактате «Тригонометрия», опубликованном в «Трудах Петербургской академии наук» за 1729 год, обозначает *sinus* через *s* или *S*, а *cosinus* через *c* или *C*, что значительно упрощает его тригонометрические формулы [4, с. 51].

#### Литература:

1. Кожеуров П.Я. Тригонометрия. – М.: Физматгиз, 1963. – 320 с.
2. Юшкевич А.П. О математике народов Средней Азии в IX—XV веках («Историко-математические исследования»); под редакцией Г.Ф. Рыбкина и А.П. Юшкевича, вып. 4. - М.-Л.: Гостехиздат, 1951. – 512 с.
3. Кары-Ниязов Т.Н. Астрономическая школа Улугбека. - М.-Л.: АН СССР, 1950. – 330 с.
4. Ланков А.В. К истории развития передовых идей в русской методике математики. - М.: ГУПИ, 1951. - 151 с.