

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГУРСА

Орумбаева Н.Т., Майканов Р.Н., Шаукенова К.С.

Карагандинский государственный университет имени академика Е.А.Букетова

E-mail: rauan_31.08.93@mail.ru, OrumbayevaN@mail.ru

На $\Omega = [0, X] \times [0, Y]$ рассматривается краевая задача для нелинейного уравнения Гурса

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2 \sqrt{f(x, y)} \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}, \quad (1)$$

$$z(0, y) = \frac{\partial z(0, y)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial z(x, 0)}{\partial x} = \frac{\partial z(x, Y)}{\partial x}, \quad (3)$$

где $f(x, y)$ - заданная функция зависящая от x и y .

Уравнение Гурса было исследовано в работе Е.И.Ганжы [1].

Для нахождения решения задачи (1)-(3) произведем дифференциальные подстановки, т.е.

введем функции $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$ по формулам: $u = \sqrt{\frac{\partial z}{\partial x}}$, $v = \sqrt{\frac{\partial z}{\partial y}}$. Дифференцируя эти

соотношения, соответственно, по x и y исключая z с помощью уравнения (1), получим систему

$$\frac{\partial u}{\partial y} = v \sqrt{f(x, y)}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = u \sqrt{f(x, y)}. \quad \text{Исключая } w, \text{ приходим к линейному уравнению для функции}$$

$u = u(x, y)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = g(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + f(x, y), \quad (4)$$

$$u(0, y) = 0, \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u(x, Y), \quad (6)$$

$$z(x, y) = \int_0^x u^2(\xi, y) d\xi, \quad (7)$$

где $g(x, y) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \ln f(x, y)$.

В работе [2], с помощью метода параметризации [3], был предложен алгоритм нахождения приближенного решения полупериодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений со смешанной производной и в терминах исходных данных установлены коэффициентные признаки однозначной разрешимости задачи (4)-(6).

Таким образом, ввиду эквивалентности задач (1)-(3) и (4)-(7) следует однозначная разрешимость краевой задачи для нелинейного уравнения Гурса (1)-(3).

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. Ганжа Е.И. "Об одном аналоге преобразования Мутара для уравнения Гурса" Теор. и Матем. Физика, 122:1 (2000), 50-57.

2. Орумбаева Н.Т., Сабитбекова Г.О. разрешимости периодической краевой задачи для системы квазилинейных гиперболических уравнений со смешанной производной. Вестник Карагандинского университета. Серия Математика. 2012. – № 1(65). – С.65-75.

3. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29, №1. С.50-66.