Әдебиеттер тізімі

1. *Галлагер Р.* Теория информации и надежная связь. -- М., Советское радио, 1974. -- 720 с.
2. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр. : Пер. с англ. – Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1104 с.

ЗАМЕТКИ О СВЯЗНОСТИ В ПРОСТРАНСТВАХ С ПОРЯДКОВОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

Макажанова Т.Х., Муканов А.А., Базылжанова А.С.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: aiger111086@mail.ru

X – пространство, наделенное отношением порядка «>», подчиненным аксиомам [1]:

1) $x \geq x \quad \forall x \in X$;

2) $x \geq y,\, y \geq z \;\Rightarrow x \geq z$.

Запись $x \geq y$ означает выполнение одного из условий: $x > y$ или $x = y$.

Пусть $(a, b) = \{x \in X : a < x < b\}$, $(-\infty, a) = \{x \in X : x < a\}$, $(a, \infty) = \{x \in X : x > a\}$.

Топология τ, порожденная базой $B = \{(a,b), (-\infty, a), (a, \infty); a, b \in X\}$, называется [1] порядковой топологией в X.

В силу тривиальности случая, когда X является пустым или одноточечным множеством, везде далее считаем, что X содержит по меньшей мере две различные точки.

Понятия и свойства наибольшего (наименьшего), максимального (минимального) элементов заимствованы из [2].

Отметим некоторые особенности введенной порядковой топологии.

Предложение 1.

1. Если X имеет наибольший (наименьший) элемент x_0, то для любого $a \in X, a \neq x_0$ множество $(a, x_0] = \{x \in X : a < x \leq x_0\}$ (соответственно $[x_0, a) = \{x \in X : x_0 \leq x < x_0\}$) будет открытой окрестностью точки x_0.

2. Если X не ограничено сверху (снизу), т.е. не имеет наибольшего (наименьшего) элемента, и x_0 – максимальный (минимальный) элемент в X, то единственным открытым множеством, содержащим x_0, а значит и единственной окрестностью точки x_0, является все пространство X.

Для введенной топологии рассмотрим свойства, касающиеся понятия связности подмножеств топологического пространства.

Предложение 2. Пусть X неограниченное сверху пространство, тогда всякое подмножество в X, имеющее максимальный элемент, является связным.

Доказательство. Пусть $C \subset X$, $x_0 \in C$ и x_0 –максимальный элемент в X. В силу того, что X не ограничено сверх, элемент x_0 не является наибольшим в X.

Пусть A и B – открытые подмножества в X: $C \subset A \bigcup B$ и $C \bigcap A \bigcap B = \varnothing$. Так как $x_0 \in C$, то x_0 принадлежит одному из множеств A или B, пусть $x_0 \in A$

Из предложения 1 открытости множества A и максимальности x_0 следует, что $A = X$, т.е. $C \bigcap A \bigcap B = C \bigcap X \bigcap B = C \bigcap B = \varnothing$. Из равенства $C \bigcap B = \varnothing$ и определения связного множества [1] получаем связность множества С.

Замечание. Для неограниченных снизу пространств X справедлив аналогичный результат: всякое подмножество, содержащее минимальный элемент, является связным.

Список использованных источников

1. *Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А.* Общая топология. – М.:ВШ, 1979. – С. 20-23, 284, 322.
2. *Вулих Б.З.* Введение в теорию полуупорядоченных пространств. – М.: Физматгиз, 1961. – С. 20-21.